最优非线性定价*

李克克**　　李绍才
(上海电机高等专科学校经济系 上海 200240) (四川省励自铁路工程有限公司 成都 610031)

【摘要】 对存在两类消费者情况下的最优非线性定价模型进行了 n 维推广，展示了一个了解消费者需求分布的厂商如何根据消费者的“自我选择机制”制定出一个可供选择的消费组合菜单。结果表明，厂商大大减少了低需求类型消费者的消费数量，尽可能剥夺更多数目消费者的效用以获取更多的利润。

关 键 词 产业组织理论；委托—代理理论；非线性定价；机制设计理论
中图分类号 F016；O225

在垄断定价理论研究中当消费者的需求差异较大时，垄断者不可能掌握每个消费者的口味信息，无法实行完全的价格歧视，但仍可以通过提供一个可供选择的消费组合菜单来获取更多的利润。在这种情况下，垄断者应该满足消费者的“自我选择机制”(即个人理性约束和激励相容约束)。

1 存在 n 类消费者情形下的最优非线性定价

根据文献[1]，假定消费者具有如下偏好

$$u(q)=\begin{cases}\theta V(q)-T(q) & \text{消费者购买 } q \text{ 支付 } T\\ 0 & \text{消费者不购买}\end{cases}$$

假定有 n 类消费者，同类消费者都具有相同的需求和口味。设口味参数为θ_i，消费者比例为$\lambda_i(i=1,2,\cdots,n)$，作单交叉性假设，即更大支付意愿的消费者具有更大边际支付意愿。考查一个垄断厂商生产单一产品的情形，假定它以固定边际成本 c 进行生产，并对 n 类消费者都进行供应，则垄断利润为

$$\pi=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i(T-cq_i) \tag{1}$$

垄断厂商面临两类约束。首先，每个消费者希望消费 q_i，愿意支付价格 T_i(即个人理性约束)，于是有

$$\theta_i V(q_i)-T_i\geqslant 0,\quad i=1,2,\cdots,n$$

事实上当$\theta_1 V(q_1)-T_1\geqslant 0$ 时，凡是$\theta_i>\theta_1$的需求者都会愿意购买商品，因为他们都可以以 T_1 的价格购买 q_1 而获得$\theta_i V(q_1)-T_1>0$ 的净剩余，$i>1$。同理，较高需求的消费者可以选择任意较低的需求消费组合来获得净剩余$\theta_j V(q_i)-T_i$, $1\leqslant i<j\leqslant n$。其次，每类消费者必须偏好自己的消费，即不要求消费者进行个人套利(激励相容约束)，于是有

$$\theta_j V(q_j)-T_j\geqslant\theta_j V(q_i)-T_i \tag{2}$$

$$\theta_i V(q_i)-T_i\geqslant\theta_i V(q_j)-T_j \tag{3}$$

式中 $1\leqslant i<j\leqslant n$。约束式(2)意味着 $T_j-T_i=\theta_j[V(q_j)-V(q_i)]$，$1\leqslant i<j\leqslant n$。显然，当 i 固定不变，$j=i+1$ 时第 j 类消费者支付最少，即

$$T_{i+1}\leqslant T_i+\theta_{i+1}[V(q_{i+1})-V(q_i)] \tag{4}$$

根据单交叉性的假定能够判断出：$\theta_1 V(q_1)-T_1\geqslant 0$ 和式(4)可变为等式约束，于是有$\theta_1 V(q_1)=T_1$，$T_{i+1}=T_i+\theta_{i+1}[V(q_{i+1})-V(q_i)]$，$1\leqslant i\leqslant n-1$。其含义是：最低需求类型的消费者将被索要其最大边际支付，

1999年8月20日收稿
* 国家杰出青年科学基金资助项目，基金号：79725002
** 女 27岁 硕士

其他类型的消费者将被索要能诱使他们消费属于其各自类型的数量 $q_i\ (i=2,3,\cdots,n)$ 的最高价格，则 $\theta_i V(q_i)-T_i\geqslant 0$，$i\geqslant 2$ 和式(3)不是等式约束。根据

$$\begin{aligned}T_1&=\theta_1 V(q_1)\\ T_2-T_1&=\theta_2 V(q_2)-\theta_2 V(q_1)\\ T_3-T_2&=\theta_3 V(q_3)-\theta_3 V(q_2)\\ &\cdots\cdots\cdots\\ T_i-T_{i-1}&=\theta_i V(q_i)-\theta_i V(q_{i-1})\end{aligned}$$

将以上各式相加，得

$$T_i=\theta_i V(q_i)-\sum_{k=2}^{i}(\theta_k-\theta_{k-1})V(q_{k-1})\qquad 2\leqslant i\leqslant n \tag{5}$$

把式(4)代入目标函数式(1)，垄断者求解下面的无约束问题

$$\max\lambda_1[\theta_1 V(q_1)-cq_1]+\sum_{l-2}^{n}\lambda_2[\theta_i V(q_i)-\sum_{k-2}^{n}(\theta_k-\theta_{k-1})V(q_{k-1})-cq_i]=$$

$$\max\sum_{i=1}^{n}\left\{\lambda_i[\theta_i V(q_i)-cq_i]-(\theta_{i+1}-\theta_i)V(q_i)\sum_{j=i+1}^{n}\lambda_j\right\} \tag{6}$$

一阶条件为

$$\lambda_i[\theta_i V'(q_i)-c]-(\theta_{i+1}-\theta_i)V'(q_i)\sum_{j=i+1}^{n}\lambda_j=0 \tag{7}$$

可得

$$\theta_i V'(q_i)=\frac{c}{1-\dfrac{\theta_{i+1}-\theta_i}{\theta_i}\displaystyle\sum_{j=i+1}^{n}\frac{\lambda_j}{\lambda_i}} \tag{8}$$

$$\theta_n V'(q_n)=c \tag{9}$$

2 对最优非线性定价结果的分析

1) 第 n 类消费者，具有最高需求的消费者购买的数量是社会最优的(商品消费的边际效用等于边际成本); 其他 $\theta_n<\theta_i\,(i=1,2,\cdots,n-1)$ 的消费者购买的数量低于最优水平[3]。

式(7)经过变形得

$$\theta_i V'(q_i)=c+(\theta_{i+1}-\theta_i)V'(q_i)\sum_{j=i+1}^{n}\frac{\lambda_j}{\lambda_i}>c$$

说明除最高需求以外的各类消费者的消费边际效用均大于边际成本。

2）从消费者的最优化条件可知 $T'(q_i)=\theta_i V'(q_i)$，即 $p=\theta_i V'(q_i)$。θ_i 类消费者对消费 q_i 单位与 q_{i+1} 单位无差异时，设对于 $q'_i\neq q_i$，对第 q_i 个单位的需求独立于对第 q_i' 个单位的需求，将式(8)代入价格-成本差值率中，并令

$$\phi(\theta_i)=\frac{\theta_{i+1}-\theta_i}{\theta_i}\qquad \mu_i=\frac{\lambda_i}{\displaystyle\sum_{j=i+1}^{n}\lambda_j}$$

则对第 q_i 个单位的最优定价为

$$\frac{p_i-c}{p_i}=\frac{\phi(\theta_i)}{\mu_i}$$

由此看出：当 θ_i 类消费者与 θ_{i+1} 类消费者(即类型最接近的两类消费者)的口味差值率 $\phi(\theta_i)$ 越大时，垄断者对其中较低类型的消费者定价越高；若口味为 θ_i 的消费者比例与类型比他高的各类消费者比例总和的比值越大，则垄断者对他的定价越低。即垄断者更倾向于大大减少低需求类型消费者

的消费数量，尽可能剥夺更多数目消费者的效用以增大收费。从实际中也可看出，垄断者朝低数量的方向(从质量角度讲就是朝低质量方向)扩大了数量差别的幅度。

3) 当θ_i类消费者消费数量有一个微小的减少时，即 $\delta q_i<0$, 对其无差异的结果便是支付降低；δT_i略小于或等于$\theta_i V''(q_i)\,\delta q_i$，记作 $\delta T_i \approx \theta_i V'(q_i)$，$\delta q_i<0$，若$\theta_j\,(j>i)$类消费者消费 q_i，则其效用变化量为：$\theta_j V'(q_i)\,\delta q_i - \delta T_i = (\theta_j-\theta_i)V'(q_i)\,\delta q_i<0$，即高需求消费者消费低需求消费类型的数量时其效用减少了。

同理，若低类型的消费者消费高类型的数量时，其效用变化量为: $\theta_i V'(q_j)\,\delta q_j - \delta T_j = (\theta_i-\theta_j)\,V'(q_j)\,\delta q_j<0$,说明低需求的消费者受到了损失。因此，低需求消费者确实不愿意选择高需求者的组合，式(3)得到了满足。

3　结 束 语

采用非线性定价的要点在于厂商能够防止或至少能控制消费者间的转卖，并且了解消费者的需求分布，从而提供一个多样化的消费组合菜单使消费者在自我选择机制下按其各自的类型进行选择。厂商采用最优非线性定价可比实行单一的两部定价获得更多的利润。但在实际中，为了收费上的方便，厂商往往没有采用最优非线性定价[2]。

参 考 文 献

1　[法]泰勒尔. 产业组织理论. 张维迎译. 北京：中国人民大学出版社，1997

2　[美]卡尔顿 丹尼斯，佩罗夫 杰弗里. 现代产业组织. 黄亚钧译. 上海：上海人民出版社，1998

3　唐小我. 二度价格歧视情形下垄断厂商收益最大化条件.电子科技大学学报, 1997, 26(2): 195~202

Optimal Non-linear Pricing

Li Keke

(Department of Economics, Electrical Machinery College of Shanghai　Shanghai　200240)

Li Shaocai

(Li Zi Railway Engineering of Sichuan CO. Ltd.　Chengdu　610031)

Abstract　The model of the optimal nonlinear pricing with two groups of customers is developed in this paper. How monoplists who know customers' demand distribution determine prices according to the system of customers' self-selection is shown. It is concluded that the monopolists largely decrease the quantity of low-demand customers and occupy utility of more customers to gain more profits.

Key words　theory of industrial organization;　principal-agent theory;　non-linear pricing;　theory