

从相关性分析 Turbo 码交织器的设计*

张中培** 靳 蕃

(西南交通大学计算机与通信工程学院 成都 610031)

【摘要】 分析了 Turbo 码编译码对交织器相关性的要求, 以及交织器的设计对码距的影响, 提出了以序列相关性作为设计交织器的判据和斜对角交织方案。得出了当采用斜对角交织时, 由于其序列相关性为 0, 在较小的交织深度下, Turbo 码可取得较好的差错纠错性能, 仿真实验证明了此结论。

关键词 Turbo 码; 海明距离; 相关性; 交织器

中图分类号 TN911.22

第三代数字移动通信支持话音、图像和数据等多种业务, 其话音和图像具有严格的时延, 而数据对分组误码率的要求很低, 因此, 必须进行有效的差错控制, 才能满足服务质量^[1]。而 Turbo 编码是近年来用差错控制提高误码率的有效手段, 交织器的设计是 Turbo 码的核心技术之一。目前, 已见报道的交织器设计方法包括逐行输入、逐列输出的矩阵式分块交织方法, 但会引起 Turbo 码的最小海明距离不固定; 均匀交织假设: 让输入序列经交织以后和输出序列的顺序完全改变; 码匹配交织: 让交织器结构与分量码的距离谱匹配; 基于交织序列相关性的定义的先入后出的行列分块交织方法^[2-6]。本文讨论了交织设计的判据和设计方法, 发现以码距作为交织器好坏的判据是不可行的, 提出了序列相关性作为交织设计判据的方法和新的斜对角交织方案, 并发现其具有低的相关性, 同时, 能满足 Turbo 编译码对交织器的要求。通过仿真实验, 证明了当交织器设计较好, 在较小的交织深度 N 为 100 时, 可获得误码率为 10^{-5} , 与 Shannon 限相差 1.5 dB 的结果。

1 Turbo 编译码对交织器的要求

Turbo 码是一种并行级联编码, 其编译码结构如图 1 所示。交织器在 Turbo 码编码中的作用是让低码重输入码字能够获得高码重输出, 使码重较小的码字数较少。从 Turbo 码的工程应用来看, 由于译码器反复用到交织与去交织, 故交织深度不能太大, 如果交织深度太大, 将不能满足信号延迟的要求。同时, 交织复杂度不能太高, 若复杂度太高, 则增加了译码器的计算复杂度。图 1 中, 多余信息序列 w_{2k} 是 $\{A_1(d_k)\}$ 的函数, 而 $\{A_1(d_k)\}$ 是 $\{A_1(d_k)\}$ 经交织后得到的。 $\{A_1(d_k)\}$ 由输入序列 X_k 和 Y_{1k} 经译码得到, w_{2k} 与 $\{X_k, Y_{1k}\}$ 有一定相关性, 相关性强弱由 $\{A_1(d_k)\}$ 与 $\{A_1(d_k)\}$ 的相关性决定, 在利用反馈迭代译码算法时, 首先假定多余的信息序列 w_{2k} 与输入序列 $\{X_k, Y_{1k}\}$ 是相互独立的, 且

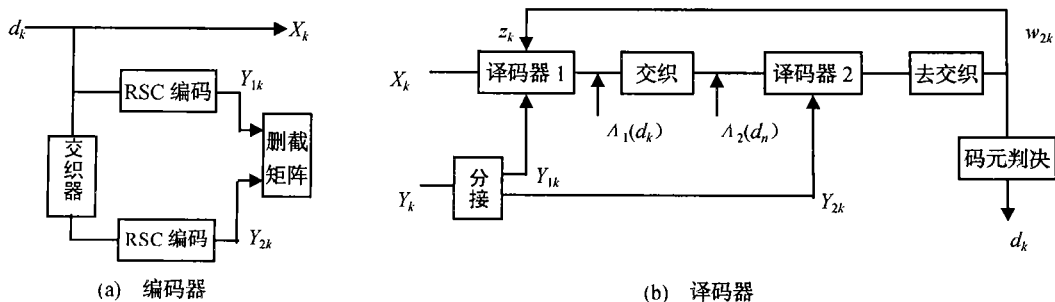


图 1 Turbo 码编译码器框图

1999年11月28日收稿

* 电子部预研基金资助项目

** 男 32岁 在职博士生 讲师

该假设成立的原因是交织深度 N 足够大, 如 $N > 1\ 000$ 时, 可使 $\{A_1(d_n)\}$ 与 $\{A_1(d_k)\}$ 的相关系数足够小。从译码算法的分析可看出, 交织器的设计要求交织前后序列相关性为最小。

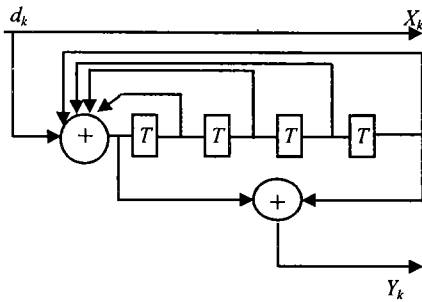


图 2 (37, 21)RSC 码结构

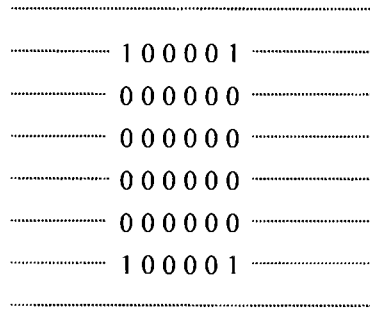


图 3 对称输入序列

从 Turbo 码的编码来看, 编码就是让输出码字的最小海明距较大。分析 Turbo 码的性能时, 主要考虑输入信息码重 $W=2$ 时, 输出序列的最小码距 d_2 的大小。构成 Turbo 码的分量码是递归系统卷积码(RSC), 以(37, 21)码为例, 其结构如图 2 所示。只有当输入序列 d_k 为 $[1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$, RSC 码输出码最小码距为 4; 不具有这种输入序列形式时其最小码距大于 4, 且 d_2 的值与交织深度成正比, 当 $W=2$ 时, 有

$$d_2 = 2 + d(y_{1k}) + d(y_{2k}) \quad (1)$$

当 $d(y_{1k})$ 为最小值 4 时, 经交织以后, 由于 RSC 码的反馈递归性, $d(y_{2k})$ 的最小值不固定, 与交织深度 N 有关。这里利用块分析方法, 在 $R=1/3$ 时将 Turbo 码看成 $(3N, N)$ 的分组码。将 RSC 码具

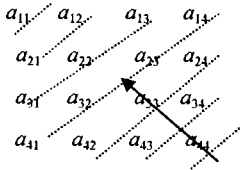


图 4 4×4 分块斜对角交织

有的输入有限重量序列而输出码字与 0 码字的海明距离与交织深度 N 有关的这种性质, 称为 RSC 码的码距拖尾性。当采用逐行输入逐列输出的交织方式时(见图 3), 经交织后, 序列位置关系不变, 将这种输入序列称为对称序列。由式(1), 对 $W=4$ 的对称输入序列, Turbo 码输出码距 $d_4=4+8+8=20$, 比 $W=2$ 时的 d_2 小。由于对称序列经行列交织以后对称位置不变, 说明行列交织不是均匀交织。同时, 由于 RSC 码的码距拖尾性, Turbo 码的最小码距 d_m 不固定, 因此, 以 Turbo 码

的距离谱作为交织器设计好坏的判据是不行的。匹配交织法是将 $d_{3,\min}^{\text{TC}}$ 和 $d_{2,\min}^{\text{TC}}$ 作为 Turbo 码交织设计和分量码设计的判据, 通过计算机搜索交织方法, 使输入码重 $W=2$ 和 $W=3$ 时, Turbo 码的码距都具有最小值。由于对 $W=2$ 的输入序列有各种排列, 针对不同交织方法和不同交织长度, d_2 都会有不同值, 搜索到最佳值较困难, 并且, 这样的交织算法在去交织时运算复杂。因此, 以增加低码重输入码的码距作为设计交织判据也是不可行的。

2 从相关性分析交织器设计

由以上分析知, 要取得好的译码性能, 必须让交织前后的 $A(d_k)$ 与 $A(d_n)$ 的相关性最低。在 Turbo 码编码中, 交织器的设计, 一方面可使低码重输入序列获得较大码距, 提高码的纠错性能, 通过交织器前后序列相关性越低, 输出低码距码字越少; 另一方面, 由于 Y_{1k} 和 Y_{2k} 为两路传输, 在信道出现干扰时, 如果 X_k 、 Y_{1k} 出现随机错或突发错, 译码不能纠正时, 对应的信息位与 Y_{2k} 对应的信息位是不同的, 可将 X_k 的错误有效地分散, 通过 Y_{2k} 获得正确译码。当 d_n 与 d_k 的相关性越小时, 对信息位的分散效果越好。因此, 将交织器输入输出序列的相关系数作为设计 Turbo 码交织的有效判据是可行的。两个长度为 N 的二值数据序列 $X=\{X_1, X_2, \dots, X_N\}$ $Y=\{Y_1, Y_2, \dots, Y_N\}$ (X_i, Y_i 取 0 或 1) 其相关系数为

$$R_{xy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i Y_i \quad (2)$$

在实际应用中, 由于信号序列 X_i 和 Y_i 取 0 和 1 的概率分别为 1/2, X_i 和 Y_i 的乘积不为零的点可看成在交织前后位置不变的点。例如, 在行列交织时, 对于图 3 中的对称序列, 当 $N=10 \times 10$ 时, $R_{xy}=(10+10)/100=20\%$ 。要使相关 R_{xy} 较小, 交织前后 X_i 、 Y_i 序列之间不动点个数要较少, 要求交织是均匀交织。行列交织法由于具有变换对称性, 图 3 所示输入序列交织前后“1”的位置关系没变, 因此相关系数较大。根据相关系数的定义, 本文提出了对角化交织方法, 输入序列按行列顺序排成矩阵, 读取时按先入后出原则斜对角读取, 如图 4 所示。输入序列为: $a_{11} a_{12} a_{13} a_{14} a_{21} \cdots a_{44}$, 输出序列为: $a_{44} a_{34} a_{43} a_{24} a_{33} \cdots a_{11}$ 。这种方案既可避免按码距设计交织时的计算机搜索, 又可以让输入输出数据实现均匀交织, 达到相关系数为 0。对于图 3 对称序列经图 4 的斜对角交织后, 按相关系数的定义 $R_{xy}=0$ 。斜对角交织方法在 $N=(2k+1)(2k+1)$ 的奇数对称行列经交织以后有一轴心位置不变, 其相关系数 $R_{xy}=1/N$, 其余情况的相关系数均为 0。斜对角交织方法使序列在交织前后位置不变的点数几乎为零, 所以相关系数为 0。同时, 以相关系数作交织设计判据, 也能满足 Turbo 编码所具有的较小码距的码字数较少的要求。这是因为相关系数越小, 信息序列越分散, 由于 RSC 码具有拖尾性, 对较小输入码重能获得较大的码距输出。例如, 对称序列 $W=4$, 按行列交织其输出码距 $d_4=4+8+8=20$, 按斜对角交织, $d_4=4+8+16=28$, 可见, 增加了输出码字的码距。

3 仿真和结论

将 Turbo 码用于个人通信短帧传输时, 两个语音标准速率为 9.6 kbit/s 和 13 kbit/s, 每帧深度分别为 192 bit 和 256 bit, 每帧约 20 ms。当交织器深度大致相当时, 即可纠正传输中的帧错误。选用 12×16 , 13×15 , 14×14 , 16×16 , 17×15 , 18×14 几种矩形交织深度、斜对角交织方法与文献[6]先入后出行列交织方法比较, 并按本文定义的计算相关系数, 得出结果如表 1 所示。其中 A 为斜对角交织, B 为文献[6]先入后出行列交织。

表 1 斜对角与行列交织相关系数比较

型式	A 不动点数	A 相关系数/(%)	B 不动点数	B 相关系数/(%)
12×16	0	0	0	0
13×15	0	0	1	0.51
14×14	0	0	14	7.14
16×16	0	0	16	6.25
17×15	0	0	1	0.39
18×14	0	0	0	0

由表 1 可看出, 采用斜对角交织进行 Turbo 码短帧传输, 能取得理想的相关系数和较好的纠错效果, 比传统的行列交织性能优越。

在 Turbo 码的交织设计中, 文献[1]利用行列交织, 为获得 P_e 在 10^{-5} 时 E_b/N_0 与 Shannon 限相差 0.7 dB 的结果, 采用交织深度 $N=256 \times 256$, 译码迭代次数 $P=18$ 的方案。根据本文的分析, 只要交织器输入输出序列相关系数低, 在小的交织深度下, 可取得较大的编码增益, 因此, 改变交织器的设计可减小交织深度。为了验证此结论, 本文对(37,21)RSC 构成的 Turbo 码, 采用 $N=10 \times 10$ 的斜对角交织器, 译码用 SOVA, 译码深度选 64, 在 P_e 为 10^{-5} 时, 取得了 E_b/N_0 与 Shannon 相差 1.5 dB 的仿真结果。本文实验所用的交织深度只有前者的 0.15%, 同时, 采用了 SOVA 译码, 其复杂度远远低于行列交织的迭代次数为 18 的 Bahl 算法。由此可见, Turbo 码的性能在很大程度上取决于所采用的交织器类型和交织深度, 交织器的结构影响 Turbo 码总的距离特性, 从而影响其纠错性能。

该编码方法存在的最大缺点是译码延时较大,而延时的主要因素是译码算法和交织与去交织,前者可通过简化算法克服,而后者是无法避免的。因此,对实时性要求高的通信系统,其交织深度不能取大,而实时性要求不高的业务,可适当加大交织深度,进一步提高编译码性能。

4 结 论

本文从 Turbo 编译码对交织的要求出发,提出了以交织序列前后的相关系数作为设计交织器判据的方法,指出了以输出码距为交织设计判据是不可行的。并以相关系数判据为基础,提出了斜对角交织方法,由于其相关系数几乎为 0,与已有的交织方案比较,斜对角交织是一种优化方案,同时通过仿真实验验证了本文方案的正确性。

参 考 文 献

- 1 李立忠,李乐民. 截短 RS/混合 II 型 ARQ 在衰落信道上的性能分析. 电子科技大学学报, 1999, 28(1): 1~5
- 2 Glavieu Berrou C, Thitimajshima X A. Near Shannon limit error-correcting coding and decoding :Turbo-codes. ICC'93, 1993: 1 064~1 070
- 3 Berrou C, Glavieux A. Near optimum error correcting coding and decoding : Turbo-codes. IEEE Trans on Comm, 1996, 44(10): 1 261~1 271
- 4 Benedetto S, Montorsi G. Design of parallel concatenated convolutional codes. IEEE Trans on Comm, 1996, 44(5): 591~600
- 5 Acikel Omer F, William E R. High rate Turbo codes for BPSK/QPSK channels. ICC' 98, 1998:422~427
- 6 樊平毅, 张金杰, 曹志刚. 一种具有低相关特性的分块交织器的设计. 通信学报, 1998, 19(4): 50~54

Analysis of Interleaver Design of Turbo-codes Based on Relativity

Zhang Zhongpei Jin Fan

(College of Computer & Comm. Eng., Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

Abstract From the requests of Turbo-codes' coding and decoding, interleaver's relativity is discussed, and the performance of interleaver design affecting the hamming distance of Turbo-codes is analyzed. Relativity is proposed as a criterion. Based on the criterion, a new interleaving method of inverse diagonal is introduced. Because the relative coefficient of new method is zero and the length of interleaving is short, Turbo-codes can get satisfying error correcting. The conclusion is proved by simulation.

Key words Turbo-codes; Humming distance ; relativity ; interleaver