

# 非对称共面线的特性阻抗\*

阮成礼\*\*

(电子科技大学应用物理所 成都 610054)

**【摘要】** 分析了两种不同模型的自由空间中非对称共面线, 其共形变换技术得到了线电容的严格解; 讨论了双曲正切变换有限厚度介质基片上的非对称共面线, 得到了单层有限厚介质基片情况下非对称共面线的有效介电常数、单位长度电容和特性阻抗的闭合表达式。

**关键词** 非对称共面线; 多层介质; 共形映射; 有效介电常数; 特性阻抗

**中图分类号** TN015; TN811

共面线可以广泛用于微波、毫米波和光学集成电路<sup>[1, 2]</sup>。与对称共面线相比, 非对称共面线与两端器件连接时有更大的灵活性, 而采用多层介质基片可以改善共面线的传输特性。

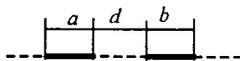
对称共面线的分析较为简单, 而对非对称共面线的分析较少, 分析多层介质基片共面线的文章更少。文献[1]用共形映射技术得到了基片厚度为无限大的非对称共面线的特性阻抗, 文献[3]引用了文献[1]的结果。由于模型不同, 文献[1, 3]中  $k$  的表达式与文献[4]的结果(对称结构)不一致, 但并不影响其给出相同的共面线单位长度电容。文献[4]分析了有限厚度基片上的对称共面线, 由于 Hanna 采用了并非“互为单值映射”的双曲正弦变换, 因此导致了错误的结果: 即介质基片厚度愈小, 共面线有效介电常数愈大, 特性阻抗值愈低<sup>[4]</sup>。

本文首先研究了自由空间中的非对称共面线的共形映射问题, 得到了其基本参数严格解析表达式, 并给出了两种不同模型之间  $K(k'_c)/K(k_c)$  与  $K(k'_b)/K(k_b)$  的关系; 然后用互为单值映射的双曲正切变换分析有限厚度基片上非对称共面线, 得到了单层有限厚介质情况下非对称共面线的有效介电常数、单位长度电容、特性阻抗和波导波长的闭合表达式, 并讨论了多层介质情况。所得公式简洁准确, 便于微波、毫米波和光学集成电路的计算机优化设计。

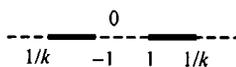
## 1 自由空间中的非对称共面线 CPS<sub>1</sub>

本文假定非对称共面线的金属带为无限薄的理想导体, 介质基片是无损耗的, 共面线传输的仅有 TEM 波。在自由空间中,  $z_1$  平面上有宽度不相等的电极  $AB$  和  $EF$  构成的非对称共面线, 其尺寸如图 1a 所示, 两导带的宽分别为  $a$  和  $b$ , 两者之间的距离为  $d$ 。用两种模型做共形变换, 如图 1b 和 1c 所示。图 1b 为双线性变换<sup>[5]</sup>

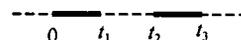
$$z_1 = Z_0 + \frac{\lambda}{z_2 + \nu} \tag{1}$$



(a) 自由空间中非对称共面线



(b) 映射为对称共面线



(c) 可简化为 Legendre 正规型

图 1 自由空间中非对称共面线的两种模型

将  $z_1$  面上非对称共面线映射为  $z_2$  平面上结构对称的共面线, 其中  $Z_0$ 、 $\lambda$ 、 $\nu$  是待定常数。将  $z_1$  和  $z_2$  平面上对应点的坐标代入式(1)可得自由空间中非对称共面线 CPS<sub>1</sub> 单位长度电容为

1999年7月4日收稿

• 国家教委博士点基金资助项目

\*\* 男 55岁 博士 教授 博士生导师

$$C_0 = \frac{\varepsilon_0 K(k'_b)}{K(k_b)} \quad (2)$$

$$k_b = 1 + \frac{2}{A}(1 - \sqrt{1+A}) \quad A = \frac{(a+b+d)d}{ab} \quad (3)$$

式中  $K(k)$  是第一类完全椭圆积分,  $k' = \sqrt{1-k^2}$ 。

图 1c 是可以直接化为 Legendre 正规形式的模型<sup>[1,3]</sup>, 则有

$$\begin{cases} C_0 = \frac{2\varepsilon_0 K(k'_c)}{K(k_c)} \\ k_c = \sqrt{\frac{(a+b+d)d}{(a+b)(d+d)}} \end{cases} \quad (4)$$

显然  $k_b \neq k_c$ 。但式(2)和式(4)所给出的共面线单位长度电容是相等的, 即  $2K(k'_c)/K(k_c) = K(k'_b)/K(k_b)$ 。以对称共面线为例, 设  $a=b$ ,  $a/d=x$ , 则有

$$2K'\left(\frac{\sqrt{2x+1}}{x+1}\right) / K\left(\frac{\sqrt{2x+1}}{x+1}\right) = K'\left(\frac{1}{2x+1}\right) / K\left(\frac{1}{2x+1}\right) \quad (5)$$

用椭圆积分理论证明式(5)是相当困难的, 但容易用 Hilberg 给出的  $K/K'$  近似式(误差为  $3 \times 10^{-6}$ )作数值计算来验证式(5)在  $0 \leq x < \infty$  的任意值都是成立的<sup>[6]</sup>。

## 2 单层有限厚度基片上非对称共面线 CPS<sub>2</sub>

图 2a 中  $z_1$  平面上的非对称共面线问题可分解为自由空间非对称共面线和电场完全压缩在介质层内的非对称共面线两部分。CPS<sub>2</sub> 的单位长度电容  $C=C_0+C_1$ ,  $C_0$  由式(2)给出,  $C_1$  是介质极化电容。用变换

$$z_2 = \text{th}\left(\frac{\pi z_1}{2h_1}\right) \quad (6)$$

将图 2a 中条带形介质区域映射为图 2c 中  $z_2$  平面的下半平面。在  $z_2$  平面上有

$$\begin{cases} a_1 = \text{th}\theta_1 - \text{th}\theta & b_1 = \text{th}\theta_2 - \text{th}\theta & d_1 = 2\text{th}\theta \\ \theta = \frac{\pi d}{4h_1} & \theta_1 = \frac{\theta(d+2a)}{d} & \theta_2 = \frac{\theta(d+2b)}{d} \end{cases} \quad (8)$$

介质极化电容  $C_1$  为

$$C_1 = \frac{1}{2} \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \frac{K(k'_{1b})}{K(k_{1b})} \quad (9)$$

将式(6)~(8)代入式(3)可得  $k_{1b}$  为

$$k_{1b} = \frac{\text{th}\theta_1 \text{th}\theta_2 + \text{th}^2\theta - \sqrt{(\text{th}^2\theta_1 - \text{th}^2\theta)(\text{th}^2\theta_2 - \text{th}^2\theta)}}{\text{th}\theta(\text{th}\theta_1 + \text{th}\theta_2)} \quad (10)$$

由式(4)得

$$k_{1c} = \sqrt{\frac{(\text{th}\theta_1 + \text{th}\theta_2)\text{th}\theta}{(\text{th}\theta_1 + \text{th}\theta)(\text{th}\theta_2 + \text{th}\theta)}} \quad (11)$$

而  $k'_{1b,c} = \sqrt{1 - k_{1b,c}^2}$ 。对于对称共面线, 即  $a=b$ , 有  $\theta_1 = \theta_2$ , 由式(10)可得

$$\begin{cases} k_{1b} = \frac{\text{th}\theta}{\text{th}(\theta/k_0)} \\ k_0 = \frac{d}{d+2a} \end{cases} \quad (12)$$

于是单层有限厚度介质基片上非对称共面线的基本参数为(以下用  $k_{1b}$  表示, 并去掉下标  $b$ )

$$\begin{cases} Z_0 = \frac{120\pi}{\sqrt{\epsilon_{e1}}} \frac{K(k)}{K(k')} \\ \epsilon_{e1} = 1 + \frac{\epsilon_r - 1}{2} p_1 \\ p_1 = \frac{K(k) K(k_1)}{K(k') K(k_1')} \end{cases} \quad (13)$$

式(12)的结果与文献[4]中式(3)的不同。文献[4]的式(3)是 Hanna 用双曲正弦变换得到的结果。Hanna 指出其结果在介质基片很薄时有很大误差,但未指出原因。我们认为误差不是共形变换方法本身造成的,而是因为用双曲正弦变换分析共面线问题时,把  $z_1$  平面中条带状介质区域映射为  $z_2$  平面的下半平面时不是互为单值的映射。本文采用双曲正切变换分析有限厚介质共面线问题时,不仅保持了原结构的对称性,同时又是互为单值的映射,因此本文的结果克服了 Hanna 的误差,其结果是严格解。

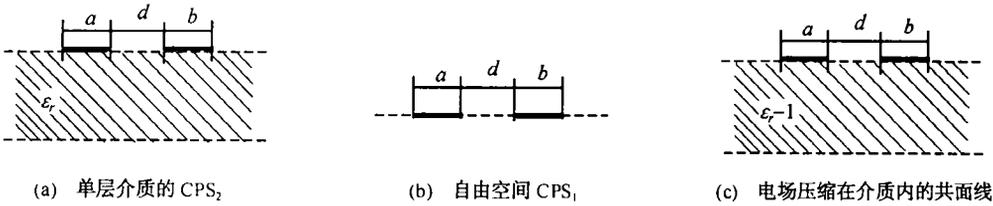


图 2 单层有限厚度介质基片上的非对称共面线

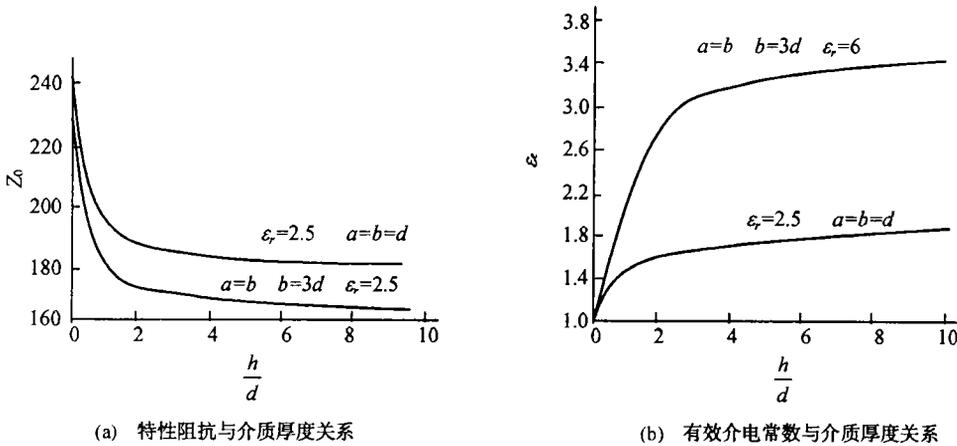


图 3 单层有限厚度介质基片共面线的基本参数随介质厚度变化曲线

### 3 数值结果

图 3 给出了单层有限厚度介质基片非对称共面线的特性阻抗和有效介电常数随介质基片厚度变化的情况,其中图 3a 给出了  $\epsilon_r=2.5$  对称共面线( $a=b=d$ )和非对称共面线( $a=d, b=3d$ )的特性阻抗随  $h/d$  变化的曲线;图 3b 给出了  $\epsilon_r=2.5$  和  $\epsilon_r=6$  非对称共面线( $a=d, b=3d$ )的有效介电常数  $\epsilon_e$  随  $h/d$  变化曲线。可以看出  $h/d > 4$  后的共面线有效介电常数  $\epsilon_e$  趋于一个常数即  $(\epsilon_r+1)/2$ 。共面线的特性阻抗  $Z_0$  在自由空间共面线和无限厚介质共面线的特性阻抗值之间变化。

### 4 讨论

多层介质基片上的非对称共面线可以分解为多个单层介质非对称共面线问题的组合。以两层介质的情况为例,两层介质基片上的非对称共面线  $CPS_3$  可分解为自由空间非对称共面线,厚度为

$(h_1+h_2)$ , 介电常数 $(\epsilon_{r2}-1)$ 的单层介质非对称共面线以及厚度为  $h_1$ , 介电常数为 $(\epsilon_{r1}-\epsilon_{r2})$ 的单层介质非对称共面线等三种非对称共面线来求解。

由于双曲正切变换是互为单值映射, 因此所给出的公式是严格的。双曲正弦变换用在共面线问题时, 在所研究的场区域不是互为单值映射的, 因此会导致错误的结果, 但是双曲线正弦变换可以用于共面波导(CPW)问题, 这是由于共面波导不但几何结构是对称的而且场结构也是对称的。

### 参 考 文 献

- 1 Kneppo I, Gotzman J. Basic parameters of nonsymmetrical coplanar lines. IEEE Trans on MTT, 1977, MTT-25(8): 718~721
- 2 Gevorgian S S. Asymmetric coplanar-strip transmission lines for MMIC and integrated optic applications. Electron Lett, 1990, 26(22): 1 916~1 917
- 3 Bedair S S. Characteristics of some asymmetrical coupled transmission lines. IEEE Trans on MTT, 1984, MTT-32(1): 108~110
- 4 Hanna V F. Finite boundary corrections to coplanar stripline analysis. Electron Lett, 1980, 16(15): 604~606
- 5 Du Z. Study on ultra wide band antennas and TEM transmission lines:[Doctor thesis]. Chengdu: UEST of China, 1997: 36~38
- 6 Hilberg W. From approximations to exact relations for characteristic impedances. IEEE Trans on MTT, 1969 MTT-17(5): 259~265

## Characteristic Impedance of Asymmetrical Coplanar Lines

Ruan Chengli

(Inst. of Appl. Phys., UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** In this paper, asymmetrical coplanar lines in free space are analyzed using two conformal mapping models, and the exact solutions for the basic parameters of the lines are obtained. The asymmetrical coplanar lines with multi-layered substrate are analyzed using the hyper tangential transformation. Analytic closed form expressions for the effective dielectric constant and the characteristic impedance are introduced.

**Key words** asymmetrical coplanar line; multi-layered dielectric; conformal mapping; effective dielectric constant; characteristic impedance