

# 一类基于模糊辨识器的非线性动态系统辨识\*

张绍德\*\*

(华东冶金学院自动化系 安徽马鞍山 243002)

**【摘要】** 针对模糊辨识器的参数优化,提出了将改进的遗传算法(MGA)应用于模糊辨识器的离线学习,并在此基础上采用BP算法对其参数在线调整,实现了非线性动态系统模糊辨识。解决了输入仅为—维语言变量时,模糊辨识器的实现问题。仿真结果证实了该方法的有效性。

**关键词** 模糊辨识器; 动态系统辨识; 遗传算法; BP算法

**中图分类号** TP273; TP273\*.4

文献[1]证明了模糊逻辑系统具有万能逼近器功能,即可在任意精度上一致逼近任何定义在一个致密集上的非线性函数,并提出具有反向传播学习算法的模糊逻辑系统作为非线性动态系统的辨识器,即模糊辨识器。近年来,一种模拟生物进化过程的优化算法——遗传算法的应用愈来愈广泛,该算法建立在自然选择和种群遗传的基础上,在问题空间进行并行全局搜索,并利用遗传信息和适者生存的策略来指导搜索方向,所以有全局优化能力,也无须假定搜索空间是可微的或连续的。

本文将一种改进的遗传算法(MGA)引入到模糊辨识器的参数离线学习。在此基础上,用BP算法对其参数在线调整,解决了在多数情况下,当输入仅为—维语言变量时,模糊辨识器的实现问题,并由仿真算例验证了此方案的有效性。

## 1 模糊辨识器的设计

模糊规则是由如下形式的若干模糊规则的总和组成

$$R^l: \text{如果 } x_1 \text{ 为 } F_1^l, \text{ 且 } \dots, \text{ 且 } x_n \text{ 为 } F_n^l, \text{ 则 } Y \text{ 为 } G^l \quad (1)$$

式中  $R^l$  表示第  $l$  条模糊规则;  $X_i$  为输入语言变量 ( $i=1,2,\dots,n$ );  $n$  为输入语言变量的个数;  $F_i^l$  为第  $l$  条规则中输入语言变量的模糊集;  $Y$  为输出语言变量;  $G^l$  为第  $l$  条规则的输出语言变量模糊集;  $l=1,2,\dots,M$ , 其中  $M$  表示模糊规则数,该模糊规则可以表示为一个在论域  $U \times V$  的  $F$  映射,  $F_1^l \times \dots \times F_n^l \rightarrow G^l$ 。通常,模糊集合  $F_i^l$  和  $G^l$  隶属函为 Gauss 型,有

$$\mu_{F_i^l}(x_i) = a_i^l \exp \left[ - \left( \frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right]$$

式中  $a_i^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$  为可调参数。由中心平均模糊消除器、乘积推理规则、单值模糊产生器及 Gauss 隶属函数构成的模糊逻辑系统具有如下形式<sup>[1]</sup>

$$\hat{f}(x) = \sum_{l=1}^M \bar{y}^l \left[ \prod_{i=1}^n a_i^l \exp \left( - \left( \frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right] / \sum_{l=1}^M \left[ \prod_{i=1}^n a_i^l \exp \left( - \left( \frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l} \right)^2 \right) \right] \quad (2)$$

式中  $\bar{y}^l$  为  $\mu_G^l$  取最大值时所对应的点,可假设  $a_i^l = 1$ 。因此,调节参数为  $\bar{y}^l, a_i^l, \bar{x}_i^l$  和  $\sigma_i^l$ 。

设非线性系统的离散化模型为

$$y(k+1) = f[y(k), \dots, y(k-n+1); u(k), \dots, u(k-m+1)]$$

式中  $f$  为要辨识的未知函数,  $u$  和  $y$  分别为系统的输入和输出。选用文献[2]中的串行-并行模型

$$\hat{y}(k+1) = \hat{f}[y(k), \dots, y(k-n+1); u(k), \dots, u(k-m+1)] \quad (3)$$

1999年11月7日收稿

\* 安徽省自然科学基金资助项目,基金号:99J10168

\*\* 男 54岁 大学 副教授

模糊辨识器对非线性动态系统辨识, 其参数优化包括两个部分: 1) 用 GA 对  $\hat{f}$  离线学习; 2) 在 1) 结果基础上用 BP 算法对  $\hat{f}$  在线自适应调整。

## 2 模糊辨识器参数优化

### 2.1 用 MGA 对模糊辨识器参数离线学习

假设已知的输入、输出数据对  $(X, d)$  作为学习的样本值,  $X \in U \subset R^n, d \in V \subset R$ , 则需确定一个形如式(2)的模糊逻辑系统, 使其为最小

$$J = e = \frac{1}{2} [f(X) - d]^2 \quad (4)$$

即使用 GA 优化参数  $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$ , 使  $e$  为最小。本文采用改进的遗传算法, 其步骤如下:

1) 对寻优参数编码 确定寻优参数变化范围, 并且将各寻优参数用无符号二进制数表示。假设某寻优参数的变化范围为  $a \in [a_{\min}, a_{\max}]$ , 如果用  $m$  位的二进制数  $b$  表示, 则可得  $b = (2^m - 1)[(a - a_{\min}) / (a_{\max} - a_{\min})]$ 。再将所有寻优参数的二进制数串联成一个二进制字符串  $S$ , 称为样本。现有 3 个寻优参数, 由式(2)可以看出, 对第  $l$  条规则, 字符串共有  $[(2n+1)m]$  位 ( $n$  为输入语言变量的个数)。

2) 种群初始化 对第  $l$  条规则的  $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$ , 随机产生  $K$  个字符串(样本), 组成一个种群。种群内的样本数  $K \ll 2^{(2n+1)m}$ 。

3) 求各样本的适应值 由已确定的最优化指标函数  $J$ , 用每个样本对应的一组寻优参数进行实验, 求出相应的指标函数值  $J$ , 则有适应值(评价函数)  $f_i = 1/J = 2/[f(X) - d]^2$ 。显然,  $J$  越小, 适应值  $f_i$  越大, 样本越好。代入样本值  $X$ , 求  $f(X)$  的步骤为: 先按  $l=1 \sim M$  依次求出各条规则的

$$\bar{y}^l, \prod_{i=1}^n a_i^l \exp\left(-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right), \text{ 再按 2) 求出 } f(X)。$$

4) 繁殖 按  $kf_i / \sum_{i=1}^K f_i$  确定第  $i$  个个体(样本)在下一代中应复制自身的数目, 意味着适应值高的个体在下一代中复制自身的个体数目越多。

5) 交叉概率  $P_c$ 、变异概率  $P_m$  的确定 采用自适应  $P_c$ 、 $P_m$  表达式如下

$$P_c = \begin{cases} K_1(f_{\max} - f') / (f_{\max} - \bar{f}) & f' > \bar{f} \\ K_2 & f' < \bar{f} \end{cases}$$

$$P_m = \begin{cases} K_3(f_{\max} - f) / (f_{\max} - \bar{f}) & f > \bar{f} \\ K_4 & f < \bar{f} \end{cases}$$

式中  $K_1, K_3 \leq 1.0$  为常数,  $K_2$  为  $0.75 \sim 0.9$ ,  $K_4$  为  $0.005 \sim 0.01$ ;  $f_{\max}$  为每代群体中的最大适应值;  $\bar{f}$  为每代的平均适应值,  $f'$  为要交换的两串中适应值大的;  $f$  为要变异的串的适应值。

6) 迭代停止条件 以交叉、变异后新产生的子女样本加入原种群产生新种群, 返回到 3) 进行下一次迭代, 直至

$$\left| \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K J_i(t) - \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K J_i(t-1) \right| \leq \varepsilon \quad t = 1, 2, \dots$$

式中  $K$  为样本数;  $\varepsilon$  为选定的任意小正数。迭代停止后, 在最后的种群中选择最好的一个样本, 将其字符串解码后, 即得到最优的参数值。

### 2.2 用 BP 算法对模糊辨识器参数在线调整

将模糊辨识器  $\hat{f}$  离线学习后所得到的 3 个优化参数  $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$  的值作为 BP 算法的调节参数的初始值, 即在此基础上实现对非线性动态系统辨识。通过考察式(2)的函数形式, 可以用图 1 所示的三层前馈网络表示<sup>[1]</sup>。

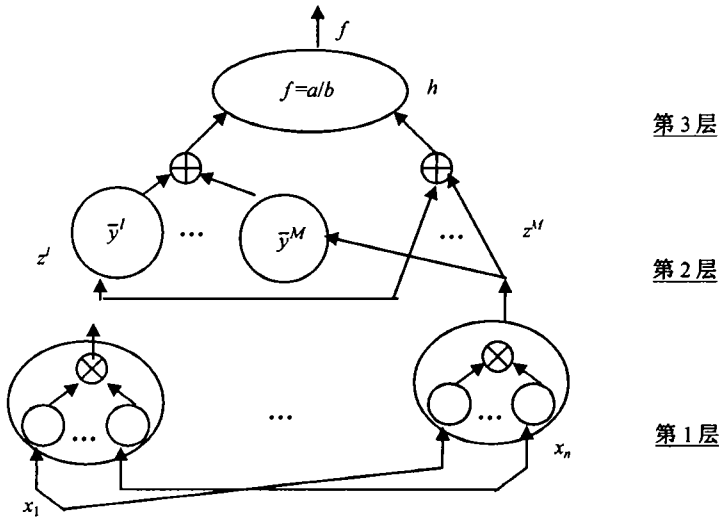


图 1 模糊逻辑系统的拓扑表示

图中,  $f = \frac{a}{b}, a = \sum_{l=1}^M (\bar{y}^l z^l), b = \sum_{l=1}^M z^l, z^l = \prod_{i=1}^n \exp\left[-\left(\frac{x_i - \bar{x}_i^l}{\sigma_i^l}\right)^2\right]$ 。对于一对已知的输入、输出

数据  $(X, d), X \in U \subset R^n, d \in V \subset R$ 。当被控对象的参数发生变化时, 由文献[1]所述的 BP 算法可自适应调整模糊辨识器的参数, 使得  $J = e = \frac{1}{2} [f(X) - d]^2$  最小, 即

$$\bar{y}^l(k+1) = \bar{y}^l(k) - a \frac{f-d}{b} z^l \tag{5}$$

$$\bar{x}_i^l(k+1) = \bar{x}_i^l(k) - a \frac{f-d}{b} (\bar{y}^l - f) z^l \frac{2[x_i^p - \bar{x}_i^l(k)]}{\sigma_i^{l2}(k)} \tag{6}$$

$$\sigma_i^l(k+1) = \sigma_i^l(k) - a \frac{f-d}{b} (\bar{y}^l - f) z^l \frac{2[x_i^p - \bar{x}_i^l(k)]^2}{\sigma_i^{l3}(k)} \tag{7}$$

在式(5)~(7)中,  $i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, M; k = 1, 2, \dots, a$  为学习率。

BP 算法的学习步骤如下: 1) 将 MGA 对参数  $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$  优化的结果分别作为式(5)~(7)中的  $\bar{y}^l(k), \bar{x}_i^l(k), \sigma_i^l(k)$  的初值; 2) 对于一个给定的输入样本, 向前计算出网络(即模糊辨识器)的参数  $z^l (l = 1, 2, \dots, M), a, b$  和  $f$ ; 3) 利用式(5)~(7)向后对网络参数  $\bar{y}^l, \bar{x}_i^l, \sigma_i^l$  进行在线调整。

### 3 仿真研究及算例

#### 3.1 模糊辨识器模型

设某 SISO 非线性系统离散化模型为

$$y(k+1) = g[y(k), y(k-1)] + u(k)$$

式中

$$g[y(k), y(k-1)] = \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+2.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)} \quad u(k) = \sin \frac{2\pi k}{25}$$

为辨识这一系统, 采用串-并模型  $\hat{y}(k+1) = \hat{f}[y(k), y(k-1)] + u(k), \hat{f}(\cdot)$  的形式为式(2)。

#### 3.2 输入仅为二维语言变量的模糊辨识器仿真实现

对于式(2)所示的模糊逻辑系统, 当输入语言变量个数  $n=1$ , 即  $i=1$  时, 可认为  $\mu_G^l = \mu_{F1}^l$ , 即  $\bar{y}^l = \bar{x}_1^l$ , 故此时待优化的参数仅为  $\bar{x}_1^l, \sigma_1^l$ 。取规则条数  $M=30$ , 种群内的染色体数  $K=100$ 。设 Gauss 函数的中心值  $\bar{x}_1^l$  范围为  $(-15 \sim 15)$ , 宽度范围为  $(0 \sim 4)$ 。首先用 MGA 离线对两个参数  $(\bar{x}_1^l, \sigma_1^l)$  优化,

用一个字(16 位)表示二进制串的染色体, 因最高位是符号位不便操作, 则取高七位为参数的  $\bar{x}'_1$  的编码, 后八位为参数  $\sigma'_1$  的编码。参数的实际值和字符串表示关系为

$$\bar{x}'_1 = -15 + \frac{\text{binrep}(\bar{x}'_1)}{2^7 - 1} [15 - (15)]$$

$$\sigma'_1 = 0 + \frac{\text{binrep}(\sigma'_1)}{2^8 - 1} (4 - 0)$$

在经过 MGA 离线优化所得结果的基础上, 如果非线性模型发生变化, 例如当

$$g[y(k), y(k-1)] = \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+3.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)}$$

再用 BP 算法中式(6)、(7)对  $\bar{x}'_1, \sigma'_1$  在线调整。仿真程序用 Turbo-C 编写, MGA 训练代数 GNN=34, 仿真曲线如图 2 所示。

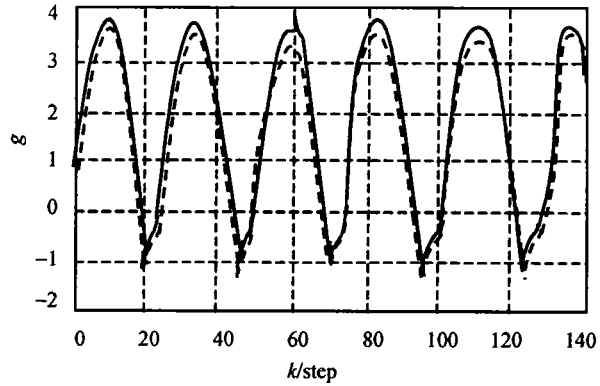


图 2 离散非线性系统的输出(实线)和辨识器输出(虚线)

图 2 表明, 当  $k=60$  时,  $g[y(k), y(k-1)] = \frac{y(k)y(k-1)[y(k)+3.5]}{1+y^2(k)+y^2(k-1)}$  系统输出发生变化, 由于 BP 算法的在线调整, 使得辨识误差经历约 5 个仿真步数后恢复正常。

### 参 考 文 献

- 1 王立新. 自适应模糊系统与控制——设计与稳定性分析. 北京:国防工业出版社, 1995
- 2 Narendra K, Parthasarathy K. Identification and control of dynamic system using neural networks. IEEE Trans On Neural Networks, 1990, I(1): 4~27
- 3 Wang L X, Mendel J M. Back-propagation system as nonlinear dynamic system identifiers. Proc IEEE international Conf on Fuzzy Systems, San Diego, 1992: 1 409~1 418

## Identification of Nonlinear Dynamic System Based on Fuzzy Identifier

Zhang Shaode

(Department of Automation, East China Institute of Metallurgy Anhui Maanshan 243002)

**Abstract** In order to optimize parameters of fuzzy identifier, this paper proposes a scheme, which deals with the off-line analysis of fuzzy identifier by MGA. BP-algorithm is employed to implement the fuzzy identification of nonlinear dynamic system. When input is one language variable, this scheme is proved to be realizable. The simulation results are also given in this paper.

**Key words** fuzzy identifier; dynamic system identification; genetic algorithm; BP algorithm