

股票指数波动率的估计方法及其应用*

刘莉** 唐小我

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

【摘要】 介绍了股票指数波动率的概念和基本的估计方法,并用有关数据进行了计算。利用其结果对股票市场的风险进行了度量,并对Black-Scholes期权定价公式进行了参数估计,对进行组合证券保险具有重要的意义。

关键词 股票指数波动率; 隐含波动率; 历史波动率; 收益率

中图分类号 F830.9

1 波动率的含义及其意义

波动率也称为易变性,是对股票市场风险程度的估计。股票价格的波动率是对未来股票价格走势不确定性的一种度量。对组合证券而言,股票指数的波动率是由于成分股票价格的变动而对未来股票指数走势不确定性的一种度量,当波动率增大时,未来股票指数发生增减变动的可能性也相应增加。

股票指数波动率的大小会影响期权的价值。在无红利支付的期权定价公式中,主要的5个输入变量是基础证券的价格、期权的执行价格、期权的到期时间、无风险利率和证券价格的波动率。前3个输入变量可以很快地由期权合同条款得到,无风险利率也能由通行的存贷款利率或国债利率代表,能否成功使用指数期权定价公式的关键性输入变量就是波动率^[1]。

2 历史波动率法估计股票指数波动率

2.1 用历史数据估计股票指数波动率的方法

已经证明,股票价格具有对数正态分布特性,股票价格行为满足^[2-4]

$$\ln S_T - \ln S \sim \varphi[(\mu - \sigma^2/2)(T-t), \sigma\sqrt{T-t}]$$

其关系对股票指数也成立。 S_T 为未来时刻 T 的股票指数; S 为当前时刻 t 的股票指数; μ 为股票指数的期望增长率; σ 是股票指数的波动率; $\varphi(a, b)$ 代表均值为 a 、标准差为 b 的正态分布。因为 $\ln(S_T/S)$ 的标准差为 $\sigma\sqrt{T-t}$,因此,波动率是对证券收益的标准差的度量,对股票指数波动率的估计就是对股票指数收益的标准差的估计。事实上,对近期波动率的最直接的估计,是用基本统计学的方法对指数最大可能性变化进行估计^[4]。

由历史数据估计股票指数的波动率,观察指数的时间间隔通常是固定的(如每天、每月和每周)。定义如下: n 为 n 个时间区间(观察次数为 $n+1$ 次)。 S_i 为在第 i 个时间区间末的股票指数(也是第 $i+1$ 个时间区间初的值), $i=1, 2, 3, \dots, n$ 。 τ 为以年为单位表示的时间区间的长度。令 $u_i = \ln(S_i/S_{i-1})$,因为 $S_i = S_{i-1} \exp u_i$,所以 u_i 为第 i 个时间区间内的连续复利收益率。 u_i 的标准差的通常估计值为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (u_i - \bar{u})^2}$$
$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} (\sum_{i=1}^n u_i)^2}$$

1999年10月26日收稿

* 国家教委跨世纪优秀人才培养计划基金资助项目,基金号:教技厅[1997]2号

** 女 25岁 硕士生

式中 \bar{u} 是 u_i 的平均值。除以 $n-1$ 而不是 n ，是为了得到变量的无偏估计^[5]。

由前面讨论可知， u_i 的标准差为 $\sigma\sqrt{\tau}$ ，因此变量 S 是 $\sigma\sqrt{\tau}$ 的估计值， σ 本身可被估计为 s' ，则 $\sigma = s' = s/\sqrt{\tau}$ 。此估计的标准误差近似为 $s'/\sqrt{2n}$ 。

用历史数据估计波动率时，需要说明以下情况^[2]：

1) n 值的选择很重要，在一般情况下，数据越多，结果越精确。但现实中的 σ 值随时间变化，太陈旧的历史数据可能对于预测将来不起作用。所以应选取最近 90~100 天的收盘指数作为数据资料。我们经常采用的一种比较粗略的估计方法是：将要估计的某个时期的波动率与所要采用的资料在时间上保持一致。例如，要估计一年期的波动率，那么选用的历史资料也最好是一年内的数据。由于新数据比旧数据用处大，可赋予近的数据比远的数据更大的权重。

2) 在估计或使用波动率参数时，还会涉及到另一个重要问题，即以日历天数还是交易天数作为计算的时间。经验表明，应当采用交易天数，计算波动率的时候应扣除交易所闭市的天数。

表1 用沪市1997年的历史数据对沪市1998年股票指数波动率进行估计¹⁾

周	S_t	S_t / S_{t-1}	$u_t = \ln(S_t / S_{t-1})$	周	S_t	S_t / S_{t-1}	$u_t = \ln(S_t / S_{t-1})$
0	917.018			26	1 154.916	0.996 18	-0.003 82
1	899.613	0.981 02	-0.019 16	27	1 209.857	1.047 57	0.046 47
2	918.401	1.020 88	0.020 67	28	1 170.862	0.967 77	-0.032 76
3	919.851	1.001 58	0.001 58	29	1 192.828	1.018 76	0.018 59
4	953.918	1.037 04	0.036 37	30	1 206.053	1.011 09	0.011 03
5	964.742	1.011 35	0.011 28	31	1 143.064	0.947 77	-0.053 64
6	1 017.131	1.054 30	0.052 88	32	1 171.833	1.025 17	0.024 86
7	1 040.273	1.022 75	0.022 50	33	1 221.064	1.042 01	0.041 15
8	1 077.720	1.036 00	0.035 36	34	1 251.550	1.024 97	0.024 66
9	1 125.800	1.044 61	0.043 65	35	1 208.697	0.965 76	-0.034 84
10	1 167.168	1.036 75	0.036 09	36	1 184.521	0.980 00	-0.020 20
11	1 202.668	1.030 42	0.029 96	37	1 109.634	0.936 78	-0.065 31
12	1 260.963	1.048 47	0.047 33	38	1 097.383	0.988 96	-0.011 10
13	1 278.525	1.013 93	0.013 83	39	1 130.785	1.030 44	0.029 98
14	1 338.033	1.046 54	0.045 49	40	1 176.489	1.040 42	0.039 62
15	1 364.957	1.020 12	0.019 92	41	1 178.306	1.001 54	0.001 54
16	1 393.749	1.021 09	0.020 87	42	1 180.393	1.001 77	0.001 77
17	1 467.227	1.052 72	0.051 38	43	1 195.141	1.012 49	0.012 42
18	1 315.921	0.896 88	-0.108 84	44	1 197.832	1.002 25	0.002 25
19	1 254.266	0.953 15	-0.047 99	45	1 158.555	0.967 21	-0.033 34
20	1 285.182	1.024 65	0.024 35	46	1 139.628	0.983 66	-0.016 47
21	1 275.304	0.992 31	-0.007 72	47	1 136.204	0.997 00	-0.003 01
22	1 243.979	0.975 44	-0.024 87	48	1 153.840	1.015 52	0.015 40
23	1 291.199	1.037 96	0.037 26	49	1 160.768	1.006 00	0.005 99
24	1 250.272	0.968 30	-0.032 21	50	1 191.919	1.026 84	0.026 48
25	1 159.342	0.927 27	-0.075 51	51	1 194.102	1.001 83	0.001 83

注：1) S_t 为每周最后一个交易日的收盘指数； S_t / S_{t-1} 为相对股票指数； $u_t = \ln(S_t / S_{t-1})$ 为每周收益。

2.2 用1997年收盘指数对1998年股票市场波动率进行估计

本文以沪市1997年每周收盘指数为例,我国1997年的交易天数为243天,涉及到的交易周数为51周。表1列出了每周最后一个交易日的收盘指数值,其中第0周的数据为1996年12月31日的收盘指数。时间区间个数 $n=51$,观察次数 $n+1=52$ 次,以年为单位表示的时间区间的长度为该年所包含的时间区间个数的倒数,所以 $\tau=1/51$ 。

由表1计算得到

$$\sum_{i=1}^{51} u_i = 0.264\ 02 \quad \sum_{i=1}^{51} u_i^2 = 0.062\ 95$$

周收益标准差的估计值为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{50} \times 0.062\ 95 - \frac{1}{51 \times 50} \times (0.264\ 02)^2} = 0.035\ 10$$

年波动率 σ 的估计值为

$$s' = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \times 100\% = \frac{0.035\ 10}{\sqrt{1/51}} \times 100\% = 0.035\ 10 \times \sqrt{51} \times 100\% = 0.251 = 25.1\%$$

其标准差为

$$\frac{s'}{\sqrt{2n}} \times 100\% = \frac{0.251}{\sqrt{2 \times 51}} \times 100\% = 0.025 \times 100\% = 2.5\%$$

即由1997年沪市指数估计得到1998年波动率为25.1%,其标准误差为每年2.5%。

2.3 用1998年的数据计算波动率

前面用1997年的数据估计了1998年的波动率,下面用沪市1998年每周收盘指数计算1998年沪市指数实际波动率,并用这一结果验算1997年估计结果的准确度,同时预测1999年沪市指数的波动率。

计算方法与前面相同, $n=50$, $\tau=1/50$,用1998年每周收盘指数可计算得到

$$\sum_{i=1}^{50} u_i = -0.040\ 51 \quad \sum_{i=1}^{50} u_i^2 = 0.032\ 28$$

周收益标准差的估计值为

$$s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n u_i^2 - \frac{1}{n(n-1)} \left(\sum_{i=1}^n u_i \right)^2} = \sqrt{\frac{1}{49} \times 0.032\ 28 - \frac{1}{50 \times 49} \times (-0.040\ 51)^2} = 0.025\ 65$$

年波动率 σ 的估计值为

$$s' = \frac{s}{\sqrt{\tau}} \times 100\% = \frac{0.025\ 65}{\sqrt{1/50}} \times 100\% = 0.025\ 65 \times \sqrt{50} \times 100\% = 0.182 \times 100\% = 18.2\%$$

其标准差为

$$\frac{s'}{\sqrt{2n}} = \frac{0.182}{\sqrt{2 \times 50}} \times 100\% = 0.018 \times 100\% = 1.8\%$$

由以上结果可知,我们用1998年的历史数据估计我国1999年沪市指数波动率为18.2%。同时还可用1998年实际波动率检验1997年的估计值。采用同样的方法,用1997年数据估计的1998年的波动率为25.1%,而现在用1998年数据计算得到1998年实际波动率为18.2%,误差为37.9%。

2.4 对我国股市的分析

在理论上可用历史数据估计一个波动率,但实际上随着时间的变化,波动率具有不稳定性。有人对S&P500的1978~1987年9年期间的波动率进行了估计,得到的平均值约为15%。但有几次波

动率的突然跳跃达到了24%，超过了均值的1.5倍。这种不稳定性恶化了依靠过去数据进行估计的方法。如果波动率无规律的变化，就不能再用过去计算的波动率来估计现在的波动率了。如我国1996年股市震荡剧烈，采用同样的方法，用1996年数据计算的波动率为45.6%，若用它来估计1997年的波动率，误差就达到了81.67%，显然不可取。同样，用1995年历史波动率来估计1996年，也会与实际数据有较大出入。

我国股市起步较晚，市场运行并不平稳。所以，用1997年的历史波动率估计1998年实际波动率时有37.9%的误差，但作为对中国股市一整年的大致评估，这个数据仍然可作参考。

2.5 历史波动率方法

要对股票指数的波动率进行经验估计，就需要对固定时间区间内的股票指数变化进行观察(如每天、每周或每月)。在每一时间区间里，计算出期末股票指数与期初股票指数两者之比的自然对数值，将求出来的这些数字的标准偏差除以以年表示的时间区间长度的平方根，就可以估计出年波动率。通常在计算时间时，将交易所不进行交易的非营业日天数剔除在外，采用交易日为计算依据。

有些学者推崇极值法，认为最高和最低价包含了收盘价所不能包含的关于证券波动率的重要信息^[1]。这是因为收盘价只是从固定时刻抽取的样本，而最高最低价则是选择性地抽取的，它给出了价格运动的范围。例如，两个收盘价相等，但两个收盘价之间的实际价格却包含了大量的变化。这种情况下，收盘价将错误地代表实际波动性，而基于最高最低价之上的极值波动性将测知这种变化。但我国股市还不完善，极值法可能会代表某些错误信息，所以计算中采用了折衷的收盘指数。为了使估计的结果与实际情况更接近，可将最高价、最低价和收盘价等分别用该方法进行估计，再按照组合预测的思想加以处理^[6,7]。

3 隐含波动率法计算波动率

根据股票指数的历史数据估计的波动率称为历史波动率。还可用隐含波动率或内在波动率的方法获得波动率数值。这种波动率是通过分析期权价格而推算出来的，它隐含于期权价格之中。因为在期权定价公式中，除波动率之外的变量都是可以得到的，假定期权的定价是公平合理的，期权的市场价格就等于期权定价公式所确定的公平价值。这样波动率成为期权定价公式方程中的唯一未知数，用插值法反复搜寻，就可求出一个恰当的波动率^[5]。该波动率代表了市场对股票市场风险大小的一致认识。但由于我国现在尚无期权市场，所以目前无法用该方法来求波动率。

参 考 文 献

- 1 Bookstaber R M. Option pricing & investment strategies. Chicago: Probus Publishing Company, 1987
- 2 瞿卫东. 金融工程核心工具——期权. 上海: 文汇出版社, 1998
- 3 赫尔 J. 期权、期货和衍生证券. 张陶伟译. 北京: 华夏出版社, 1997
- 4 夏普 WF, 亚历山大 GJ, 贝利 JV. 投资学. 赵锡军译. 北京: 中国人民大学出版社, 1996
- 5 Luskin D L. Portfolio Insurance. Canada: John Wiley&Sons Inc, 1988
- 6 马永开, 唐小我. 两种组合预测优化模型的分析 and 比较. 电子科技大学学报, 1998, 27(3): 316-319
- 7 马永开, 唐小我. 组合证券模型研究. 电子科技大学学报, 1997, 26(增刊): 528-531

Stock Index Volatility Estimation and Its Application

Liu Li Tang Xiaowo

(Management College, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract In this paper, the concept and the estimation method of index volatility are introduced. The volatility estimation is analyzed with practical data using past prices. The results can be used to estimate the risk of the stock market and the parameters of Black-Scholes option pricing formula. It has significant meaning for portfolio insurance.

Key words stock index volatility; implied volatility; historic volatility; earning rate

· 科研成果介绍 ·

可视化自动测试生成系统

主研人员: 陈光祜 喻 胜 何丕雁 郭 崑等

可视化自动测试生成系统主要研究以高档微型计算机为测试主控计算机的硬件平台以及测试软件自动生成系统,是现代测试技术与计算机技术综合应用。具体包括:

- 1) 高档微型计算机GPIB接口和IEEE488.2、SCPI以及测试系统语言的研究与实现;
- 2) 测试软件自动生成环境的研究;
- 3) 系统调试工具的研制。

高亮度高分辨率YAG投影管用电子枪

主研人员: 王 军 陈文彬 王琼华 饶海波 周 敏 刘玉华

高亮度高分辨率YAG投影管用电子枪YAG投影管的尺寸分别为5.1 cm和7.6 cm,其发光屏以YAG单晶为衬底,具有导热率好、发光效率高的特点。该管要求使用的电子枪必须满足在提供大束流的条件下实现高分辨率显示的要求。

该电子枪采用数据传递方法,将复杂的发射系统计算分为4个程序、6个数据文件,实现了微机计算。采用提高第一阳极电压的办法,既保证了大束流输出,又减少了束斑尺寸,满足了高清晰度要求。在不增加电极的情况下,改变发射系统的第一阳极和主透镜和等电位电极的尺寸及极间距离,设计出结构简单、性能优良的预聚焦透镜。该项目率先研制出的YAG投影管用电子枪的主要性能指标为:在工作电压25 kV、束流0.5 mA的条件下,绿色YAG投影管的束斑为0.069 mm;束流为1 mA时,束斑为0.085 mm。

· 科 下 ·