

# 一种线性闭环拥塞控制方案的渐近性能分析\*

王 晟\*\* 李乐民

(电子科技大学宽带光纤传输与通信系统技术国家重点实验室 成都 610054)

**【摘要】** 分析了一种线性闭环拥塞控制方案的渐近性能,证明了该方案的稳态无振荡特性。利用布朗模型近似背景业务,从理论上探讨了背景业务对实现该方案的系统性能的影响。得出了在背景业务干扰下,该方案中各参数所应作的调整,以达到渐近意义下的系统最佳性能。

**关键词** 闭环拥塞控制; 随机差分微分方程; 伊藤积分; 异步转移模式网络

**中图分类号** TN913.24

ATM 网中的拥塞控制方法可分为开环控制和闭环控制,开环控制又称为预防式控制。连接在被接纳前必须给出一些有着完好定义的业务量参数(如峰值信元率、信元延迟抖动和突发长度等)。一旦该连接被接纳,其服务品质在整个连接生存期间都得到保障。这类控制机制适用于对延迟要求苛刻的实时业务,如音频和视频等的 CBR 或 VBR 业务<sup>[1]</sup>。而对于数据通信来说,仅有开环控制是不够的。因为在开环控制中,即使网络的资源尚有空闲,现有的连接也不能使用,只能仍以原来商定的速率传输;而且对于数据业务,在连接建立时就预知其带宽要求往往是不可能的。因此应确立另一种机制,使网络中的拥塞状态信息(反映了系统资源占用情况)能及时反馈至信源,从而调整其信元速率既保证服务品质又能充分利用网络资源。闭环控制(又称为反应式控制)正是这样的一种拥塞控制机制,但存在几个设计难点:1) 稳定性。在现有的大多数算法中,其稳态行为是振荡的,只是振荡的范围受限<sup>[2,3]</sup>,由于控制方案是非线性的,会造成不必要的资源浪费<sup>[4]</sup>。2) 传播延迟的影响。由于在高速广域网中,延迟是不可忽略的,因此信源收到的反馈信息必然是“过时”的。在这种背景下,必须认真对待延迟对控制方案性能的影响。3) 其他种类的业务的影响。ATM 网中多种业务并存这一特点使网中必然存在其他的未经闭环控制的业务。4) 当链路可用速率发生变化时,控制方案各参数应作相应调整。由于控制方案应在可用带宽变化极大的情形下运行正常,因此这一问题也应予以足够重视。

本文研究的控制方案主要特点是反馈信息取值连续<sup>[5]</sup>。在现有的其他控制方案中,反馈信息往往是二值的<sup>[2]</sup>,即只能区分出“拥塞”和“非拥塞”两种状态,给信源的速率调整带来了一定的困难,事实上这也是系统振荡的一个重要原因<sup>[4]</sup>。另外,信源的速率调整算法是线性的。本文分析算法的渐近性能,并且从理论上探讨了背景业务随机干扰对算法性能的影响。

## 1 系统模型

系统的简单模型如图1所示。图中单个信源以速率 $\lambda(t)$ 向网中发送数据,经前向延迟 $\tau_1$ 后到达瓶颈节点,节点处的缓存器总容量无限,服务速率为常数 $\mu$ ,表明是没有背景业务的干扰,故称为非随机模型。节点每隔固定时间向信源反馈其缓存器占用情况 $x(t)-B$ , $B$ 为反映拥塞与否的固定门限值。反馈信息经反向延迟 $\tau_2$ 后到达信源,信源根据这一信息进行速率调整。文中的延迟都是固定的常数。

在图1所示模型的基础上,本文引入了背景业务的随机影响,如图2所示,这类未经闭环控制的背景业务是非自适应信源发出的业务,而闭环控制下的信源称为自适应信源。非自适应信源的

2000年5月26日收稿

\* 国家自然科学基金资助项目,基金号:69682008

\*\* 男 29岁 博士 讲师

存在会使瓶颈节点处的自适应信源的可用带宽 $\mu$ 随机地上下波动。我们将非自适应信源的这种影响用维纳过程来模拟，这等价于将自适应信源的可用带宽模拟为一个布朗运动<sup>[6,7]</sup>。

将图2所示的随机模型1推广到更为实际的情形如图3所示。由于缓存器容量有限，各信源具有不同的传播延迟和不同的速率上限和下限。缓存器有限表明系统必然会因为缓存器上溢而导致性能下降。同时，缓存器空(下溢)，即带宽有空闲也会造成吞吐量的损失。本文将从这两种损失过程入手，并利用布朗模型，推导出了系统的渐近性能以及系统参数的调整方法。

本文瓶颈节点处自适应信源的到达过程可模拟为流体。在 ATM 网中，这种近似是合理的<sup>[8]</sup>。另外，自适应信源总有数据待发。这一假设将闭环控制方案的稳态性能从其他复杂而又次要的因素中分离出来，便于得到既清晰又有意义的结果，这一假设在其他有关闭环控制的研究中也经常被采用<sup>[2,9,10]</sup>。本文假设网络节点的服务策略是先到先服务。

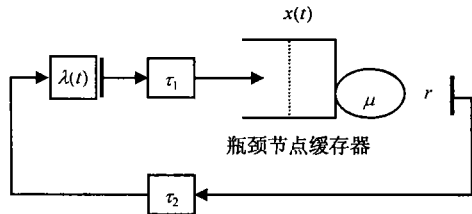


图1 非随机模型

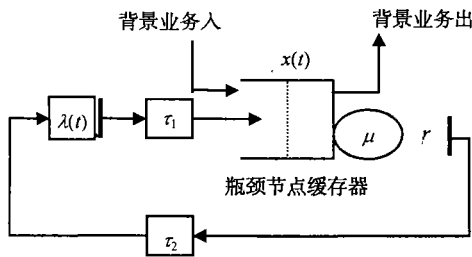


图2 随机模型1

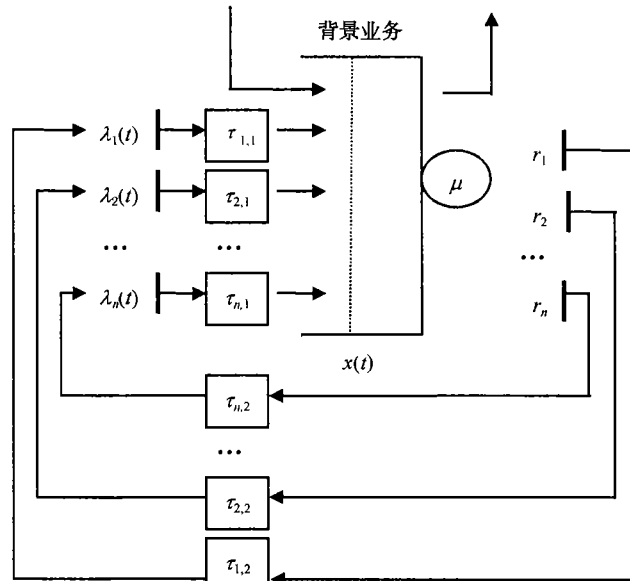


图3 随机模型2

## 2 非随机模型

该模型可用差分微分方程描述为

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \lambda(t - \tau_1) - \mu \\ \frac{d\lambda(t)}{dt} = -rA[x(t - \tau_2) - B] - rD\lambda(t) \end{cases} \quad (1)$$

式中  $A$ 、 $D$  为速率调整算法中的设计参数； $r$  为信息反馈速率； $B$  为拥塞门限。令

$$\begin{cases} \mu(t) = x(t) - B \\ v(t) = \lambda(t) - \mu \\ \tau = \tau_1 + \tau_2 \end{cases} \quad (2)$$

则由式(1)可得

$$\frac{d^2v(t)}{dt^2} + rD \frac{dv(t)}{dt} + rAv(t - \tau) = 0 \quad (3)$$

定理1 差分微分方程(3)的解是全时滞一致渐近稳定的<sup>[11]</sup>，当且仅当下式成立

$$rD \neq rA\tau(\sin w_1)/w_1 \quad (4)$$

式中  $w_i$  是在  $(0, \pi/2)$  的唯一解。

$$rD\tau = w \tan w \quad (5)$$

定理1说明, 只要式(4)成立, 则式(1)必然会达到一个稳定点, 且稳态下无振荡。该稳定点的取值与  $B$  的大小有关。因为若  $B > \mu D/A$ , 则稳定点为  $\lambda(t) = \mu$ ,  $x(t) = B - \mu D/A$ ; 若  $B \leq \mu D/A$ , 则稳定点为  $\lambda(t) = AB/D$ ,  $x(t) = 0$ 。因此, 完全确定性系统(1)最佳参数为  $B = \mu D/A$ ,  $A$  和  $D$  须满足式(4), 此系统的最佳性能为稳态下  $x=0$ ,  $\lambda = \mu$ , 即吞吐量达到最大, 同时排队延迟最小。

若同时存在  $n$  个活动连接, 但各个连接的传播延迟和反馈速率相等, 则式(1)变为

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t - \tau_1) - \mu & i=1, 2, \dots, n \\ \frac{d\lambda_i(t)}{dt} = -rA_i[x(t - \tau_2) - B] - rD\lambda_i(t) & i=1, 2, \dots, n \end{cases} \quad (6)$$

令  $A = \sum_{i=1}^n A_i$ , 则稳定性条件式(4)不变。其稳态行为与单个连接的情形类似: 若  $B > \mu D/A$ , 则稳定点为  $\lambda_i(t) = \mu A_i/A$ ,  $x(t) = B - \mu D/A$ ; 若  $B \leq \mu D/A$ , 则稳定点为  $\lambda_i(t) = A_i B/D$ ,  $x(t) = 0$ 。

### 3 随机模型1

该模型可用下面两个随机差分微分方程来描述

$$\frac{dx(t)}{dt} = \lambda(t - \tau_1) - \mu + \sigma \frac{dW(t)}{dt} \quad (7)$$

$$\frac{d\lambda(t)}{dt} = -rA[x(t - \tau_2) - B] - rD\lambda(t) \quad (8)$$

式中  $W(t)$  是标准的维纳过程;  $\sigma^2$  为方差。

对任意  $T$ , 有  $\int_0^T |\lambda(t) - \mu| dt < \infty$ , 因此其方差有界, 即  $\lambda(t - \tau_1) - \mu$  构成了式(7)的有限变化部分且  $W(t)$  是标准维纳过程, 也是伊藤型的微分方程<sup>[12]</sup>。

关于式(7)、(8)的稳定性问题, 只要随机微分方程的“截断”系统是一致渐近稳定的, 则原系统是随机渐近稳定的<sup>[12]</sup>。因此, 由定理1可得如下推论:

推论1 只要式(4)成立, 则式(7)、(8)构成的系统是随机渐近稳定的。

### 4 随机模型2

假定瓶颈缓存器有限, 则  $Q = y(B+C)$ ,  $yB$  为拥塞门限,  $B$ 、 $C$ 、 $y$  均为常数,  $y$  表征  $\mu$  变化时, 容量的相应变化。各自适应信源的速率有不同的上下限, 即

$$0 \leq \mu_i - ye_i \leq \lambda_i(t) \leq \mu_i + yd_i$$

式中  $\sum_{i=1}^n \mu_i = \mu$ ,  $e_i$ 、 $d_i$  为常数。各信源的传播延迟分别表示为  $\tau_{i,1}$  和  $\tau_{i,2}$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 。

为了描述缓存容量上下限对系统性能的影响, 引入损失过程  $L(t)$  和  $U(t)$ , 分别表示在边界  $x(t)=0$  处因缓存器下溢导致的累积吞吐量损失, 以及在边界  $x(t)=Q$  处因缓存器上溢导致的累积吞吐量损失。同时, 为了计入信源速率上下限的影响, 引入  $L_i(t)$  和  $U_i(t)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ , 分别表示  $\lambda_i(t)$  在下界  $\mu_i - ye_i$  和上界  $\mu_i + yd_i$  处的损失过程。

为了讨论  $\mu$  变化时, 控制算法中各参数所应作的调整, 将控制算法表示为

$$a_i r_i \left\{ -\frac{A}{y} [x(t - \tau_{i,2}) - yB] - \frac{D}{y^3} \lambda_i(t) \right\}$$

随机模型2可用下列方程来描述

$$dx(t) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(t - \tau_{i,1})dt - \mu dt + \sigma dW(t) + dL(t) - dU(t) \quad t \leq 0 \tag{9}$$

式中  $\{W(t), t \geq 0\}$  是标准维纳过程;  $\sigma^2$  代表其方差。

$L(\cdot)$  和  $U(\cdot)$  非降连续, 且  $L(0) = U(0) = 0$ 。  $L(\cdot)$  仅当  $x(\cdot) = 0$  时上升,  $U(\cdot)$  仅当  $x(\cdot) = Q$  时上升

$$0 \leq x(t) \leq Q \quad t \geq 0 \tag{10}$$

$$x(0) = x_0 \quad x_0 \in [0, Q] \tag{11}$$

$$\frac{d\lambda_i(t)}{dt} = a_i r_i \left\{ -A \left[ \frac{x(t - \tau_{i,2})}{y} - B \right] - \frac{D}{y^3} \lambda_i(t) \right\} + \frac{dL_i(t)}{dt} + \frac{dU_i(t)}{dt} \quad t \geq \tau_{i,2} \tag{12}$$

式中  $L_i(t)$  和  $U_i(t)$  非降连续, 且  $L_i(\tau_{i,2}) = U_i(\tau_{i,2}) = 0$ 。  $L_i(\cdot)$  仅当  $\lambda_i(\cdot) = \mu_i - ye_i$  时上升,  $U_i(\cdot)$  仅当  $\lambda_i(\cdot) = \mu_i + yd_i$  时上升

$$\mu_i - ye_i \leq \lambda_i(t) \leq \mu_i + yd_i \quad t \geq \tau_{i,2} \tag{13}$$

初始条件为

$$\lambda_i(t) = \lambda_{i0}(t) \quad -\tau_{i,1} \leq t \leq \tau_{i,2} \tag{14}$$

$$L_i(t) = U_i(t) = 0 \quad -\tau_{i,1} \leq t \leq \tau_{i,2} \tag{15}$$

$\lambda_{i0}(t)$  连续可微, 且满足

$$\mu_i - ye_i \leq \lambda_{i0}(t) \leq \mu_i + yd_i \quad -\tau_{i,1} \leq t \leq \tau_{i,2} \tag{16}$$

式(9)是伊藤型微分方程, 式(9)~(16)所描述的系统存在唯一解。令

$$u(t) = \frac{x(t)}{y} - B \tag{17}$$

$$v_i(t) = \frac{1}{y} [\lambda_i(t - \tau_{i,1}) - \mu_i] \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{18}$$

**定理2** 对于式(9)~(18)所定义的系统, 有

$$y^{-1} AB \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t dL(\bar{t}) + y^{-1} AC \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t dU(\bar{t}) = A \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \sum_{i=1}^n \int_0^t u(\bar{t}) v_i(\bar{t}) d\bar{t} + \frac{1}{2} y^{-2} \sigma^2 A \tag{19}$$

考虑下式

$$\begin{aligned} & \int_0^t Au(\bar{t}) v_i(\bar{t}) d\bar{t} = \int_0^t Au(\bar{t}) \left[ - \int_{\bar{t}}^{\bar{t} + \tau_i} \dot{v}_i(s) ds + v_i(\bar{t} + \tau_i) \right] d\bar{t} = \\ & \int_0^t Au(\bar{t}) \left\{ \int_{\bar{t}}^{\bar{t} + \tau_i} \left[ a_i r_i A y^{-1} u(s - \tau_i) + a_i r_i D y^{-3} v_i(s) + a_i r_i D y^{-4} \mu_i - y^{-1} \frac{d\hat{L}_i(s)}{ds} + y^{-1} \frac{d\hat{U}_i(s)}{ds} \right] ds \right\} d\bar{t} + \\ & \int_0^t \left[ -a_i^{-1} r_i^{-1} y \dot{v}_i(\bar{t} + \tau_i) - D y^{-2} v_i(\bar{t} + \tau_i) - D y^{-3} \mu_i + a_i^{-1} r_i^{-1} \frac{d\hat{L}_i(\bar{t} + \tau_i)}{d\bar{t}} - a_i^{-1} r_i^{-1} \frac{d\hat{U}_i(\bar{t} + \tau_i)}{d\bar{t}} \right] \times \\ & v_i(\bar{t} + \tau_i) d\bar{t} \end{aligned} \tag{20}$$

令式(20)右端第二个积分项为  $K_2(t)$ 。由于

$$\frac{1}{t} E \int_0^t a_i^{-1} r_i^{-1} y \dot{v}_i(\bar{t} + \tau_i) v_i(\bar{t} + \tau_i) d\bar{t} \sim \frac{1}{t} E \int_0^t a_i^{-1} r_i^{-1} y \dot{v}_i(s) v_i(s) ds = \frac{1}{t} \frac{a_i^{-1} r_i^{-1} y}{2} E v_i^2(t + \tau_i) \xrightarrow{t \rightarrow \infty} 0$$

且

$$a_i^{-1} r_i^{-1} \left[ \frac{d\hat{L}_i(\bar{t} + \tau_i)}{d\bar{t}} - \frac{d\hat{U}_i(\bar{t} + \tau_i)}{d\bar{t}} \right] v_i(\bar{t} + \tau_i) \leq 0$$

故

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EK_2(t) \leq \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t -Dy^{-2} [v_i^2(\bar{t} + \tau_i) + \mu_i y^{-1} v_i(\bar{t} + \tau_i)] d\bar{t} \leq l_i =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{4} Dy^{-4} \mu_i^2 & e_i \geq \frac{1}{2} y^{-1} \mu_i \\ -Dy^{-2} [e_i^2 - y^{-1} \mu_i e_i] & e_i < \frac{1}{2} y^{-1} \mu_i \end{cases} \quad (21)$$

再令式(20)右端第一个积分项为  $K_1(t)$ , 并令

$$K = a_i r_i Dy^{-3} v_i(s) + a_i r_i Dy^{-4} \mu_i - y^{-1} \frac{d\hat{L}_i(s)}{ds} + y^{-1} \frac{d\hat{U}_i(s)}{ds}$$

由于

$$\begin{cases} K = a_i r_i Dy^{-3} (-e_i) + a_i r_i Dy^{-4} \mu_i - y^{-1} \frac{d\hat{L}_i(s)}{ds} = -Ay^{-1} a_i r_i u(s - \tau_i) & v_i(s) = -e_i \\ K = a_i r_i Dy^{-3} d_i + a_i r_i Dy^{-4} \mu_i + y^{-1} \frac{d\hat{U}_i(s)}{ds} = -Ay^{-1} a_i r_i u(s - \tau_i) & v_i(s) = d_i \\ K = a_i r_i Dy^{-3} v_i(s) + a_i r_i Dy^{-4} \mu_i \in (a_i r_i Dy^{-3} (\mu_i - e_i), a_i r_i Dy^{-3} (\mu_i + d_i)) & -e_i \leq v_i(s) \leq d_i \end{cases}$$

因此

$$-ACy^{-1} a_i r_i \leq K \leq AB y^{-1} a_i r_i$$

故

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EK_1(t) \leq 2y^{-1} a_i r_i A^2 \max\{B^2, C^2\} \tau_i \quad (22)$$

由式(21)、(22), 并令

$$T_i = l_i + 2y^{-1} a_i r_i \tau_i A^2 \max\{B^2, C^2\} \quad (23)$$

则有

$$y^{-1} AB \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t dL(\bar{t}) + y^{-1} AC \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \int_0^t dU(\bar{t}) \leq \frac{\sigma^2}{2y^2} A + \sum_{i=1}^n T_i \quad (24)$$

在业务量很大时,  $e_i \geq y^{-1} \mu_i / 2$ 。假定在接纳允许控制算法的用户网络协商中, 这一条件已被满足, 则有:

推论2 式(9)~(16)在重负载条件下, 有

$$AB \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EL(t) + AC \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EU(t) \leq \frac{1}{2} \sigma^2 Ay^{-1} + \frac{1}{4} Dy^{-3} \sum_{i=1}^n \mu_i^2 + 2A^2 \max\{B^2, C^2\} \sum_{i=1}^n a_i r_i \tau_i \quad (25)$$

由式(25)可以看出, 吞吐量损失的均值大小与三个因素有关。右端第1项意味着因背景业务存在所造成的吞吐量损失, 在确定性系统中( $\sigma^2=0$ ), 该项为零。而当 $\sigma^2>0$ 时, 通过适当选择  $y$ , 可以补偿背景业务的影响。右端第3项描述了延迟的存在所造成的性能下降, 虽然它无法避免, 但通过适当选择  $a_i$  可以使该影响减小。不过, 在选择  $a_i$  时, 必须考虑其他因素的影响, 如反馈速率  $r_i$  的大小和对暂态效应的影响等。

若将基于反馈对信源速率进行调整的算法改为  $a_i r_i \left[ -A \left( \frac{1}{y} x(t - \tau_{i,2}) - B \right) \right]$  或  $-rA[x(t - \tau_2) - B]$ ,

则式(25)的第2项消失。但修改后的模型无法达到渐近稳定。另一方面, 式(1)、(8)、(12)中的调整算法虽可保证渐近稳定性, 却可能造成缓存器下溢。若将式(12)改为

$$\frac{d\lambda_i(t)}{dt} = a_i r_i \left\{ -A \left[ \frac{x(t - \tau_{i,2})}{y} - B \right] - \frac{1}{y^3} D[\lambda_i(t) - \mu_i] \right\} + \frac{dL_i(t)}{dt} - \frac{dU_i(t)}{dt}$$

则根据相同的推导过程, 式(25)的第2项消失。但 $\mu_i$ 没有明确的物理意义, 实际的控制方案不可能具有上式的形式。因此, 这一性能的损失无法回避。不过通过适当地选择 $y$ , 可以尽可能地降低这一损失。

综上所述, 只要将 $y$ 选得足够大,  $a_i$ 选得足够小, 则系统的吞吐量损失就可以足够小。不过, 拥塞控制的最佳性能并不仅仅是使吞吐量达到最大, 还应使系统延迟尽量小。这两者之间是相互矛盾的, 因为较大的 $y$ 和较小的 $a_i$ 都意味着排队延迟的增加。事实上, 拥塞控制的最佳设计是使“能量”函数达到最大<sup>[14]</sup>, 能量函数定义为吞吐量与系统延迟的比值。

假设 $\mu \rightarrow \infty$ 时, 式(25)右端可作为吞吐量损失的渐近估计, 且右端后两项与第1项同阶。另外,  $\mu \rightarrow \infty$ 时 $\sigma^2 = O(\mu)$ , 则吞吐量损失为 $O(\mu/y)$ 。同时, 由于传播延迟为常数 $O(1)$ , 排队延迟为 $O(y/\mu)$ 。故能量函数可表达为

$$P = \frac{\mu - O(\mu/y)}{O(1) + O(y/\mu)} \quad \mu \rightarrow \infty$$

若使 $P$ 达到最大, 则要求 $y = O(\sqrt{\mu})$ 。此时式(25)的第2项即为 $O(\sqrt{\mu})$ , 因为 $\sum_{i=1}^n \mu_i^2 = O(\mu^2)$ 。而要

使第3项与前两项同阶, 则要求 $a_i = O(\sqrt{\mu}/r_i)$ 。由式(25)易知,  $\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EL(t) = O(\sqrt{\mu})$ ,

$\limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EU(t) = O(\sqrt{\mu})$ 。再由式(9)以及伊藤积分均值为零和 $x(t)$ 有界, 可知

$$\left| \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt - \mu \right| = O(\sqrt{\mu})。$$

**定理3** 若 $\mu \rightarrow \infty$ 时 $\sigma^2 = O(\mu)$ , 且式(25)右端作为吞吐量损失的上界在 $\mu \rightarrow \infty$ 时是紧的, 则 $y = O(\sqrt{\mu})$ ,  $a_i = O(\sqrt{\mu}/r_i)$ 在 $\mu \rightarrow \infty$ 时能量函数达到最大, 且在这种最佳参数调整下, 当 $\mu \rightarrow \infty$ 时, 系统渐近性能为

$$\begin{cases} \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EL(t) = O(\sqrt{\mu}) \\ \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} EU(t) = O(\sqrt{\mu}) \\ \left| \limsup_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} E \sum_{i=1}^n \int_0^t \lambda_i(t) dt - \mu \right| = O(\sqrt{\mu}) \end{cases}$$

定理3给出的最佳参数调整使系统在 $\mu \rightarrow \infty$ 时吞吐量损失与吞吐量的比值趋于0, 即系统利用率趋于100%, 同时排队延迟也趋于0。

综上所述, 引入 $y^{-3}$ 因子, 正是为了补偿控制方案中无法避免的缺点对性能的影响。

### 参 考 文 献

- 1 孙海荣, 李乐民. ATM网络中视频业务的适配. 电子科技大学学报, 1994, 23: 220~223
- 2 Ramamurthy G, Qiang R. Analysis of the adaptive rate control for ABR service in ATM networks. Proc. GLOBECOM'95, 1995: 1 083~1 088
- 3 Fendick K, Rodrigues M, Weiss A. Analysis of a rate-based control strategy with delayed feedback. Proc. ACM. SIGCOMM'92, 1992: 136~147
- 4 Rohrs C, Berry R, O'Halek S. A control engineer's look at ATM congestion avoidance. Proc. GLOBECOM'95, 1995: 1 089~1 094

- 5 王 晟, 李乐民. 一种新的连续值反馈闭环拥塞控制方案的设计及性能分析. 电子学报, 1999, 27(3): 56~59
- 6 Keshav S. A control theoretic approach to flow control. Proc ACM. SIGCOMM'91, 1991: 3~15
- 7 Mukherjee A, Strikwerda J. Analysis of dynamic congestion control protocols—A Fokker-Plank approximation. Proc ACM. SIGCOMM'91, 1991:159~169
- 8 Fendick K, Mitra D. An approach to high performance, high speed data networks. IEEE Comm Mag, 1991:74~82
- 9 Yin N, Hluchyj M. On closed-loop rate control for ATM cell relay networks. IEEE Proc INFOCOM'94, 1994: 99~108
- 10 Hiroyuki O. Analysis of rate-based congestion control algorithms for ATM networks. Part I: steady state analysis. Proc GLOBECOM'95, 1995: 296~303
- 11 秦元勋, 刘永清. 带有时滞的动力系统的运动稳定性. 北京: 科学出版社, 1989
- 12 Karlin S, Taylor H. A second course in stochastic processes. New York: Academic, 1981
- 13 Mohammed S-E. Stochastic functional differential equations. Pitman Publishing Limited, 1984
- 14 Mitra D. Asymptotically optimal design of congestion control for high speed data networks. IEEE Trans. Comm.1992, 40: 301~311

## **Asymptotic Analysis of A Linear Closed-loop Congestion Control Scheme**

Wang Sheng    Li Lemin

(National Key Lab of Optical Fiber Transmission and Communication Networks, UEST of China    Chengdu    610054)

**Abstract** In this paper, the asymptotic performance of a linear closed-loop congestion control scheme is analyzed in detail. The asymptotic stability of the scheme is proved, which means the system using this control algorithm is free from oscillation in steady state. The effect of background traffic is analyzed under a Brownian assumption using stochastic difference-differential equation model. Based on those results, the issue of parameter adjustment to achieve optimal asymptotic performance in the interference of background traffic is also discussed.

**Key words** closed-loop congestion control; stochastic difference-differential equation; Ito's calculus; asynchronous transfer mode networks