

# 基于 Haar 小波变换的无失真图像压缩\*

肖忠\*\* 刘钊 向敬成

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】** 提出了一种利用 Haar 小波进行图像无失真压缩的算法。对线性预测后的图像进行 Haar 小波分解, 将各子带小波系数根据大小分解成两部分, 其位置信息分别通过自适应算术编码进行了有效的压缩。试验结果表明, 该算法实现简单, 达到了很好的压缩效果。

**关键词** 无失真编码; Haar 小波; 线性预测; 算术编码

中图分类号 TN911

近年来, 图像压缩的使用范围越来越广泛, 大多数压缩算法的研究都集中在有失真压缩算法上。在许多需要对图像作进一步处理的领域, 如医学图像、航空图像、卫星图像等则要求无失真的压缩。目前较有效的无失真压缩算法常采用线性预测, 它也被用于 JPEG 静止图像的无失真压缩算法中<sup>[1]</sup>。在医学图像的无失真压缩算法中, 常采用序列变换和分层内插等方法<sup>[2]</sup>。

随着小波理论的发展和成熟, 小波在图像压缩领域得到了广泛的应用<sup>[3]</sup>。本文提出利用 Haar 小波对灰度图像进行无失真压缩的算法, 先对原始图像进行线性预测以减小熵, 再对预测后的图像进行一级 Haar 小波分解, 利用各小波子带间的相关性, 将各子带小波系数根据大小分解成两部分, 分别进行算术编码压缩, 而分解过程中的位置信息也通过算术编码进行有效的压缩。实验结果表明, 该算法的压缩效果明显好于目前常用的 JPEG 无失真压缩和分层内插 HINT。

## 1 无失真压缩算法

图像无失真压缩算法的关键在于尽量利用图像像素间的相关性, 减少图像灰度编码所需比特数, 相关性的利用可以在时域和频域处理中实现。时域处理中采用线性预测方法将每一像素的灰度值表现为真实灰度值和估计值间的差值, 此差值的幅值一般小于原始灰度值, 并且整个图像像素的差值动态范围也较原始图像减小很多。频域相关性的利用则可建立在小波分解的基础上, 小波分解后各子带的系数由于只对应原始图像频谱分量的部分频带, 系数值集中在0附近, 以尖峰形状分布。这种特性有利于采用熵编码来进行压缩。因此, 本文提出的无失真图像压缩算法可以归结为以下步骤: 1) 线性预测; 2) Haar 小波分解; 3) 自适应熵编码。

### 1.1 线性预测

采用线性预测的方法, 当前像素  $x$  的灰度值可由  $s_0, s_1, s_2, s_3$  等相邻像素的灰度进行估计, 如图1所示。保存估计误差所需的比特数一般小于原灰度所占用的比特数, 并且这个处理是可逆的。

$$x' = ks_1 + (1 - ks_3) \quad (1)$$

在本文的编码算法中, 为了运算的简单而只选择了  $s_1$  和  $s_3$  对  $x$  进行预测, 即预测系数  $k$  的选择有多种方法, 如最小熵、最小方差和频域设计等, 但这些方法较复杂且运算量大。对预测系数  $k$  的选择采用相邻像素水平差值平方和与垂直差值平方和的比例来估算

$s_0$	$s_1$	$s_2$
$s_3$	$x$	

图1 线性预测示意图

2000年4月13日收稿

\* 电子部预研基金资助项目

\*\* 男 27岁 博士生

$$k = \frac{\sum \sigma_h^2}{\sum \sigma_h^2 + \sum \sigma_v^2} \quad (2)$$

式中  $\sigma_h^2$  为水平差值的平方;  $\sigma_v^2$  为垂直差值的平方。差值的大小表明了与被预测值的相似程度: 差值越小表示与被预测值越接近。

## 1.2 Haar 小波分解算法

线性预测后的图像在边缘上依然存在较大的相关性, 可以利用小波分解对其作进一步的压缩。采用 Haar 小波进行小波分解是因为可以获得小波系数的整形表示, 有利于图像的无失真恢复。

对 Haar 小波有<sup>[4]</sup>

$$h_k = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & k=0,1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

$$g_k = \begin{cases} -\frac{1}{\sqrt{2}} & k=0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & k=1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

利用 Haar 小波对图像进行水平和垂直滤波, 可以得到 Haar 小波的二维分解。可将 Haar 小波的二维分解简化为四个子带模板算子

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

这四个算子可以将图像分解成对应的四个子带:  $LL$ 、 $LH$ 、 $HL$  和  $HH$ , 分别对应于垂直和水平方向的低频、水平方向的低频和垂直方向的高频、水平方向的高频和垂直方向的低频、垂直和水平方向的高频。但在这四个算子中依然存在浮点表示, 不利于数据的无失真压缩。分析算子可以发现, 在不计系数 1/2 的条件下, 对相同的数据各算子运算后的结果奇偶性相同, 因此可将算子变形为下述形式

$$\frac{1}{4} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

可以从  $HH$  带的结果保留  $LH$ 、 $HL$  带系数的余数信息, 从  $LH$ 、 $HL$  和  $HH$  带的结果保留  $LL$  带系数的余数信息。这样, 当算子进行除 2 或除 4 操作时仅需保留商的整数部分, 从而得到四个子带系数的整形表示。该分解过程只有加减运算, 除法运算可以用移位的方法来实现, 因此整个分解过程速度很快。

对分解的四个子带可以直接进行自适应算术编码, 其优点是压缩比较高, 并且算法简单、编码速度快。

## 1.3 自适应熵编码

Haar 小波分解后的四个子带在空间位置上具有较大的相关性。因此, 对四个子带分别按大小系数的比例将其划分为两个部分: 值较大的小波系数部分  $A_H$  和值较小的小波系数部分  $A_L$ , 可用一个 bit 平面表示每个小波系数是属于  $A_H$  或  $A_L$ 。对  $A_H$  和  $A_L$  分别进行算术编码可得到小波系数的压

缩数据。对四个子带的 bit 平面位置信息采用下述的编码算法，可以使划分后的熵比原始熵更小，达到进一步压缩的目的。

### 1.3.1 各子带划分算法

划分各子带小波系数的门限直接关系到图像的压缩效果，本文采用逐步试探的方法求取各子带划分的最佳比例。将各子带分解成两部分后，其熵为

$$H'(s) = H_H + H_L + H_P \tag{7}$$

式中  $H_H$  为划归大系数集合  $A_H$  的小波系数的熵； $H_L$  为划归小系数集合  $A_L$  的小波系数的熵； $H_P$  为四个子带位置信息采用1.3.2节所述编码方法后的熵。

本算法划分比例的初始值为使各子带95%的小波系数划归  $A_L$ ，计算这种划分比例的熵，然后该比例逐步递减，并分别计算该划分方法的熵。最低的划分比例为使各子带60%的小波系数划归  $A_L$ 。在各种划分比例中，选取使熵最小的划分比例作为编码算法子带划分的比例门限。

### 1.3.2 位置信息编码

将四个子带的位置信息 bit 平面重叠排列在一起，如图2所示。同一列上的元素都表示各子带小波系数是否大于划分门限，其中0、1符号的出现有较大的相关性，这是进行带间位置信息压缩的基础。因此将1列作为一个符号，则可分为16类有效符号，并且各符号的出现具有一定的规律：全0或全1出现的概率较大。对这些符号进行自适应算术编码，可以进一步提高 bit 平面位置信息的压缩比。

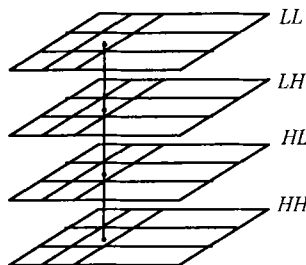


图2 位置信息编码示意图

### 1.4 无失真压缩编码流程

图像无失真压缩算法框图如图3所示。解码过程则与之相反，首先完成位置信息和集合  $A_L$  和  $A_H$  的解码，形成四个子带，再对四个子带进行小波合成和线性预测的解码，最终恢复出原始图像。

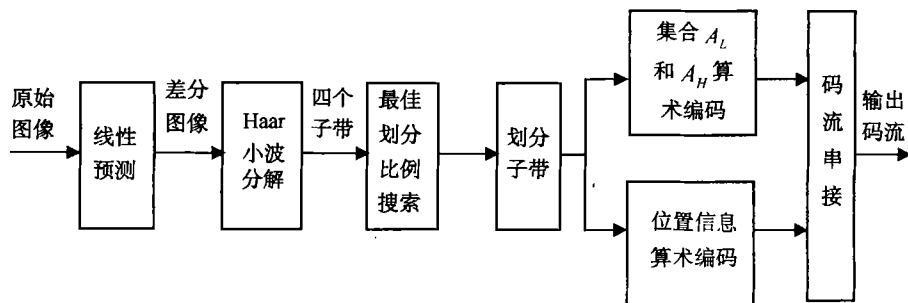


图3 无失真压缩编码框图

## 2 实验结果

采用本文的算法对  $512 \times 512 \times 8$  bit 的 Lena、Boats 和  $256 \times 256 \times 8$  bit 的 Girl、Couple 等标准图像进行压缩，数据如表1所示，压缩结果为每像素比特数(bpp)。同时还列出了对图像进行线性预测和 Haar 小波分解后直接进行算术编码(方案 A)的压缩结果，以及其他一些无失真压缩算法的压缩结果。其中 JPEG4和 JPEG7分别选择 JPEG 无失真压缩算法的第4组和第7组预测系数来完成。从表中可见，本文提出的无失真压缩算法的压缩效率高于其他算法。

表1 各种算法压缩结果比较

	本文算法	方案 A	JPEG4	JPEG7	HINT
Lena	4.18	4.29	4.62	4.43	4.34
Boats	4.57	4.71	4.91	4.90	4.82
Girl	4.68	4.76	5.09	4.84	4.77
Couple	4.38	4.49	4.56	4.62	4.69

### 参 考 文 献

- 1 Wallace G K. The JPEG still picture compression standard. Commun ACM, 1991, 34(3): 30~44
- 2 Roos P, Viergever A. Reversible intraframe compression of medical images. IEEE Trans Med Imaging, 1988, 7(9): 328~336
- 3 陈培松, 刘 钊. 高压缩比图像压缩方法. 电子科技大学学报, 1997, 26(4): 86~89
- 4 刘贵忠, 邸双亮. 小波分析及其应用. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1997

## Lossless Image Compression Based on Haar Multiresolution Representation

Xiao Zhong      Liu Zhao      Xiang Jingcheng

(College of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** This paper presents a new algorithm that utilizes wavelet for lossless compression. Based on linear prediction and Haar multiresolution representation, the wavelet coefficients are divided into two parts according to their values. Those two parts and the location information of decomposing will be compressed effectively by arithmetic coding respectively. Experimental results show that the new algorithm is very practical especially for lossless compression.

**Key words** lossless compression; Haar multiresolution representation; linear prediction; adaptive arithmetic coding