第29卷 第5期
2000年10月

电子科技大学学报
Journal of UEST of China

Vol.29 No.5
Oct. 2000

# 特殊型式梁的子结构建模方法

杜平安* 刘清友

(电子科技大学电子机械系 成都 610054) (西南石油学院 四川南充 637001)

【摘要】 针对带孔横梁刚架，提出了利用子结构法建立其有限元模型的方法。介绍了子结构分割、离散、边界自由度定义及缩减模型的形成，并根据和标准梁单元连接的位移协调要求，将子结构缩减模型转换为和标准梁单元自由度数量和性质相同的特殊梁单元，以实现不同梁单元的混合建模。子结构方法可使刚架的有限元模型建立和计算大大简化。

关 键 词 子结构； 有限元建模； 缩减模型； 特殊梁

中图分类号 TH122

图1为某工程横梁刚架，由10根横梁和6根立柱组成，每根横梁开有两个用于安装附件的圆孔。建立该刚架有限元模型时，由于标准梁单元具有相同或相似的截面形状，因此不能直接离散这类带孔横梁。通常的办法是用平面单元离散，但因圆孔尺寸相对刚架总体尺寸很小，在保证圆孔附近应力计算精度的要求下，整个模型单元太多，致使网格划分和计算都非常困难。为此，本文提出了利用子结构法构造特殊梁单元，可使这类刚架的建模和计算大为简化。

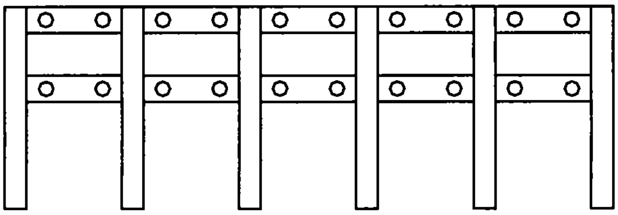
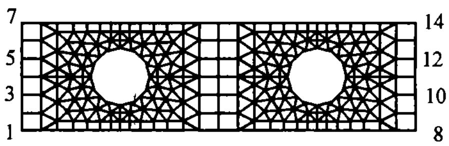


图1 具有特殊横梁的刚架

## 1 子结构划分

子结构是人为分割复杂结构得到的相对简单的结构[1,2]。将图1中的横梁分割出来，可形成10个形状和尺寸完全相同的重复子结构，如图2a 所示。由于该子结构形状简单，故不再作二次分割。子结构网格划分如图2b 所示，其中考虑了圆孔附近的应力集中和子结构的对称性。

(a)




(b)

图2 子结构分割及其离散

## 2 内部自由度凝聚

计算图2b 中的有限元模型，可得子结构刚度方程为

$$[\boldsymbol{K}]^s\{\boldsymbol{q}\}^s=\{\boldsymbol{R}\}^s \tag{1}$$

2000年1月4日收稿

* 男 37岁 博士 教授

式中　$[K]^s=\sum_{e=1}^{m}[k]^e$ 为子结构总刚矩阵，$m$ 为单元总数；$\{R\}^s=\sum_{e=1}^{m}\{R\}^e$ 为子结构节点载荷列阵；$\{q\}^s$ 为所有节点自由度组成的节点位移列阵。上标 $s$ 表示子结构，为书写方便，以下省略 $s$。在上述分析中运用了运动自由度消除刚体运动。

将子结构的所有自由度分为边界自由度和内部自由度。与外界有位移协调关系或施加载荷、位移约束的自由度选为边界自由度，其余自由度作为内部自由度[3, 4]。由于梁的两端将与其他结构连接，故将端部节点1~14的自由度作为边界自由度。将 $\{q\}$ 按边界自由度和内部自由度重新排列成如下形式

$$\{q\}=\begin{Bmatrix} q_B \\ q_I \end{Bmatrix}$$

式中　$B$ 为边界自由度；$I$ 为内部自由度。同样，将矩阵 $[K]$、$\{R\}$ 作相应组合，则式(1)变为

$$\begin{bmatrix} K_{BB} & K_{BI} \\ K_{IB} & K_{II} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} q_B \\ q_I \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} R_B \\ R_I \end{Bmatrix} \tag{2}$$

展开上式可得

$$[K_{BB}]\{q_B\}+[K_{BI}]\{q_I\}=\{R_B\} \tag{3}$$

$$[K_{IB}]\{q_B\}+[K_{II}]\{q_I\}=\{R_I\} \tag{4}$$

由式(4)解得

$$\{q_I\}=[K_{II}]^{-1}\{R_I\}-[K_{II}]^{-1}[K_{IB}]\{q_B\}$$

将上式代入式(3)，整理后可得

$$([K_{BB}]-[K_{BI}][K_{II}]^{-1}[K_{IB}])\{q_B\}=\{R_B\}-[K_{BI}][K_{II}]^{-1}\{R_I\}$$

简记为

$$[\overline{K}_B]\{q_B\}=\{f_B\} \tag{5}$$

式中　$[\overline{K}_B]=[K_{BB}]-[K_{BI}][K_{II}]^{-1}[K_{IB}]$ 为边界刚度矩阵(对称阵)；$\{f_B\}=\{R_B\}-[K_{BI}][K_{II}]^{-1}\{R_I\}$ 为边界节点力列阵，其中第一项是边界自由度上本身的节点力，第二项是内部自由度上的载荷分配到边界自由度上的节点力。

式(5)是凝聚掉内部自由度后形成的子结构缩减模型，形状如图3所示，其阶数仅为28，而式(1)的阶数为530，可见缩减后的子结构模型规模比缩减前大大降低。

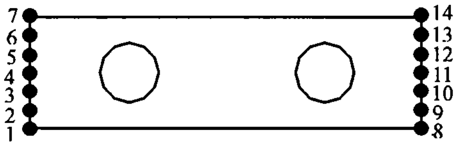



图3　缩减子结构模型


图4　特殊梁单元

## 3　特殊梁单元的构造

缩减子结构可直接离散原刚架，但因刚架立柱可用标准梁单元离散，而标准平面梁单元仅有一个节点(具有两个移动和一个转动自由度)，为了与标准梁单元连接并满足变形协调，可将图3中子结构端部的7个2自由度平面单元节点转换为一个3自由度的梁单元节点。

由于梁单元节点位于梁的质心轴上，因此由端部7个节点转换得到的梁节点应位于子结构的对称线上，即位于节点4和节点11的位置。因此，若将子结构转换为图4所示的梁单元，则应有

$$u_{1'}=u_4 \qquad v_{1'}=v_4$$

$$u_{2'}=u_{11} \qquad v_{2'}=v_{11}$$

而两个转动自由度可根据梁结构变形的平面假设获得，即

$$\theta_{1'} = \frac{u_7 - u_1}{h} \qquad \theta_{2'} = \frac{u_{14} - u_8}{h}$$

式中 $h$ 为子结构高度。

## 4 结 束 语

经上述处理可将具有360个单元、265个节点的子结构模型转换为仅有2个节点、6个自由度的特殊梁单元，由于其节点具有标准梁单元节点的性质，因此可与标准梁单元直接连接。利用两种梁单元建立的刚架模型如图5所示，标有 $s$ 的为特殊梁单元，标有 $e$ 的为标准矩形截面梁单元。该模型仅包括22个单元，18个节点，因而规模大大减小，模型更合理，求解更容易。

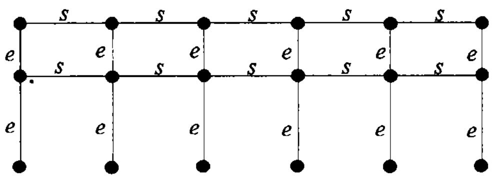



图5 用标准和特殊梁单元建立的刚架模型


### 参 考 文 献

1 王勖成，邵 敏. 有限单元法基本原理与数值方法. 北京：清华大学出版社, 1988

2 Jeffrey Steele. Applied finite element modeling. New York：Eastman Kodak Company Rochester, 1989

3 杜平安. 滚珠花键副轮齿修形的有限元法研究. 电子科技大学学报, 1999, 28(5): 507~510

4 杜平安. 结构有限元分析建模方法. 北京：机械工业出版社, 1998


# Substructure Modeling Method for A Special Kind of Beam

Du Pingan

(Dept. of Electromechanical Eng., UEST of China Chengdu 610054)

Liu Qingyou

(Southwest Petroleum Institute Sichuan Nanchong 637001)

**Abstract** With a special kind of beam with two holes, a substructure method for creation of its finite element model is presented in this paper. The division and discretion of the substructure, the definition of boundary freedom and the forming of reduced model are introduced. According to the requirement of displacement coordination when linking with general beam element, the reduced model is transformed into a special kind of beam element, which has the same number of nodes and the same property of node freedom with general beam element. The substructure modeling method can simplify the model and its calculation greatly.

**Key words** substructure; finite element modeling; reduced model; special beam element