

基于折衷原则的PID控制方案的寻优

金正雄* 罗乾超 罗刚

(西南交通大学电气学院 成都 610031)

【摘要】 在满意解原则基础上, 通过控制系统各性能指标之间的矛盾关系求取其相似关系, 从而确定了一种折衷原则, 并以实例验证了基于这种折衷原则控制方案的寻优方法的正确性和合理性, 讨论了该折衷原则的特点及适用范围。

关键词 满意解原理; 相似性关系; 折衷原则; PID控制

中图分类号 TP13

在实际的生产过程中, 存在诸如控制系统中快速性和稳定性等大量需要用折衷原则解决的问题。折衷的办法是根据各目标性质、要求的差异, 对各目标进行妥协, 最终采取让各方都满意(而不是最优)的问题解决方案。

在文献[1]的基础上, 文献[2]研究了多目标满意优化问题。折衷问题与多目标满意优化问题相符合, 寻求的是问题的满意解, 正是满意解原则所能解决的范畴。本文采用满意度型速度性累积矛盾度, 并以此得到归一化接近度作为权重(即折衷原则)求解各个控制器的综合满意度, 以该满意度的大小作为方案寻优的标准, 然后用一个PID控制方案寻优的实例验证了折衷方案的正确性, 并讨论了文中涉及的一些问题。

1 PID控制方案寻优问题中折衷方案的确定

在实际应用中使用的PID控制器的形式为

$$g_c(s) = k \frac{(\beta T_2 s + 1)(T_1 s + 1)}{(T_2 s + 1)(\alpha T_1 s + 1)} \quad 0 < \beta \leq \alpha < 1, \beta T_2 > T_1 \quad (1)$$

在设计控制器过程中, 若采用不同的设计方法, 往往会得到不同的控制器。这些控制器都能达到控制目的, 但不同的控制器对不同的系统性能指标满足的程度不同。设计出的多个控制器 $U_i = (K, T_1, T_2, \alpha, \beta)$ 对应多组可行解, $U = \{U_1, U_2, \dots, U_n\}$ 形成了满意解中的可行解域; 对不同方法设计出的校正器, 以 K_v, σ, t_r, t_s (记为 $F = \{K_v, \sigma, t_r, t_s\}$) 4个系统性能指标作为评价准则, 而4个单调函数 $h_{K_v}, h_\sigma, h_{t_r}, h_{t_s}$ (记为 $H = \{h_{K_v}, h_\sigma, h_{t_r}, h_{t_s}\}$) 作为主观映射函数, 这样PID控制方案的寻优问题就转化为多目标满意优化问题。

对于第 k 个符合条件的控制器 U_k , 其满意度构成一个集合 $S_k = \{s_{K_v}^k, s_\sigma^k, s_{t_r}^k, s_{t_s}^k\}$, 对其进行等权重的综合, 可获得第 k 个控制器的平均满意度, 但利用平均满意度并不能得出与主观一致的最佳方案的判断。利用平均满意度可对各个有效的控制器进行排序, 排序后的两个相邻的有效控制器解决方案之差可以由下式确定

$$U_{k+1} - U_k = \bar{s}_{k+1} - \bar{s}_k \quad (2)$$

设按平均满意度的大小排序后有 $U_1 < U_2 < \dots < U_n$, 据满意度型速度性累积矛盾度的定义, 在满意映射函数 $H = \{h_{K_v}, h_\sigma, h_{t_r}, h_{t_s}\}$ 的映射下计算任意两个准则下的满意度型速度性累积矛盾度, 以 K_v, σ 两个准则为例, 其算法为

$$c'_s(K_v, \sigma) = \left[\sum_{k=1}^{n-1} \left| \frac{s_{K_v}^{k+1} - s_{K_v}^k}{U_{k+1} - U_k} - \frac{s_{\sigma}^{k+1} - s_{\sigma}^k}{U_{k+1} - U_k} \right|^2 \right]^{1/2} \quad (3)$$

式中 $s_{K_v}^k$ (s_{σ}^k) 为第 k 个控制器在准则 K_v (σ) 及主观映射函数 h_{K_v} (h_{σ}) 下的满意度; $U_{k+1} - U_k$ 为两相邻有效控制器解决方案之差。两个准则间的矛盾度具有自反性和对称性

$$c'_s(K_v, K_v) = c'_s(\sigma, \sigma) = 0 \quad c'_s(K_v, \sigma) = c'_s(\sigma, K_v) \quad (4)$$

在 PID 控制器方案寻优问题准则集 F 共有4个准则, 按式(3)可以求得4个准则之间的6个矛盾度, 同时考虑式(4), 按 K_v, σ, t_r, t_s 的顺序可形成一个矛盾度矩阵为

$$C = [c_{ij}] = \begin{bmatrix} & K_v & \sigma & t_r & t_s \\ K_v & 0 & c'_s(K_v, \sigma) & c'_s(K_v, t_r) & c'_s(K_v, t_s) \\ \sigma & c'_s(\sigma, K_v) & 0 & c'_s(\sigma, t_r) & c'_s(\sigma, t_s) \\ t_r & c'_s(t_r, K_v) & c'_s(t_r, \sigma) & 0 & c'_s(t_r, t_s) \\ t_s & c'_s(t_s, K_v) & c'_s(t_s, \sigma) & c'_s(t_s, t_r) & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

依据矛盾度矩阵可求得某一准则与其他准则之间的归一化矛盾度, 其中 K_v 与其他3个准则间的归一化矛盾度为

$$c_{K_v} = \sum_{j=1}^4 c_{K_v, j} / \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 c_{ij} \quad (6)$$

式中 $c_{K_v, j}$ 表示矛盾度矩阵中准则 K_v 所在的行, 分母为矩阵中所有元素之和。

矛盾度反映了各个准则间的矛盾程度, 同时矛盾程度的不同, 从另一方面反映了其相似程度不同, 利用归一化矛盾度可以计算出任意准则与其他准则间的归一化接近度, 其中 K_v 与其他准则间的归一化接近度为

$$a_{K_v} = (1 - c_{K_v}) / [(1 - c_{K_v}) + (1 - c_{\sigma}) + (1 - c_{t_r}) + (1 - c_{t_s})] \quad (7)$$

依照类似的计算, 可得其他3个性能指标的归一化接近度 $a_{\sigma}, a_{t_r}, a_{t_s}$, 以这4个归一化接近度作为每一个性能指标的权重, 计算 n 个控制器的综合满意度, 作为在 n 个控制器中寻优的依据, 即对第 k 个控制器的满意度集合 $S_k = \{s_{K_v}^k, s_{\sigma}^k, s_{t_r}^k, s_{t_s}^k\}$, 按权重 $a_{K_v}, a_{\sigma}, a_{t_r}, a_{t_s}$ 求其平均满意度为

$$\bar{s}_{kw} = (a_{K_v} s_{K_v}^k + a_{\sigma} s_{\sigma}^k + a_{t_r} s_{t_r}^k + a_{t_s} s_{t_s}^k) / 4 \quad (8)$$

式中 \bar{s}_{kw} 表示取不同的权重后第 k 个控制器的平均满意度。比较该平均满意度的大小, 就可确定满意程度最高的控制器。

2 基于折衷原则的 PID 控制方案寻优示例

对于确定的折衷原则, 本文用实例进行说明。设被控对象为

$$g_0(s) = 110 / [s(s+1)(s+10)] \quad (9)$$

若对系统不加任何控制(即控制器为1), 构成简单的单位负反馈闭环系统, 其单位阶跃响应为等幅振荡过程, 如图1所示。再考虑以下三种古典频域设计方法, 可得到三种滞后-超前校正装置的参数及由其构成的控制系统的性能指标。

方案1(U_1) 用根轨迹的几何方法进行设计, 得到控制器

$$g_{c1}(s) = 3 \frac{(2.1s+1)(s+1)}{(21s+1)(0.10s+1)} \quad (10)$$

系统的性能参数分别为: $K_{v1} = 33$, $\sigma_1 = 0.255$ 8, $t_{r1} = 0.57s$, $t_{s1} = 4.06s$ 。

方案2(U_2) 用根轨迹的解析方法进行设计, 得到控制器

$$g_{c2}(s) = 2 \frac{(1.2s + 1)(s + 1)}{(12s + 1)(0.15s + 1)} \quad (11)$$

系统的性能参数分别为： $K_{v2} = 22$, $\sigma_2 = 0.3708$, $t_{r2} = 0.74s$, $t_{s2} = 2.64s$ 。

方案3(U_3) 用Bode图的解析方法进行设计, 得到控制器参数为

$$g_{c3}(s) = 1.5 \frac{(2.1s + 1)(s + 1)}{(12s + 1)(0.10s + 1)} \quad (12)$$

系统的性能参数分别为： $K_{v3} = 16.5$, $\sigma_3 = 0.2150$, $t_{r3} = 0.64s$, $t_{s3} = 4.22s$ 。

在三种控制方案中, u_1 对上升时间 t_r 和静态误差系数 K_v 的满足程度高, u_2 对稳定时间 t_s (2%)的满足程度高, 而 u_3 对超调量 σ 的满足程度高。在三种控制方案下, 系统的响应如图2所示。

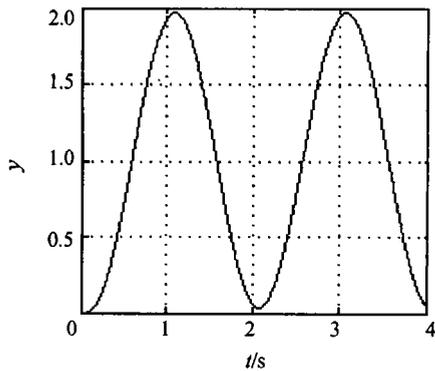


图1 不加控制作用时系统的响应

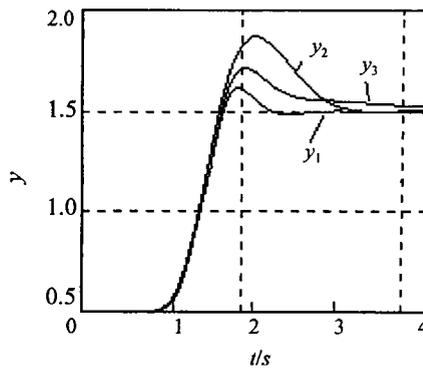


图2 三种控制方案下系统的响应

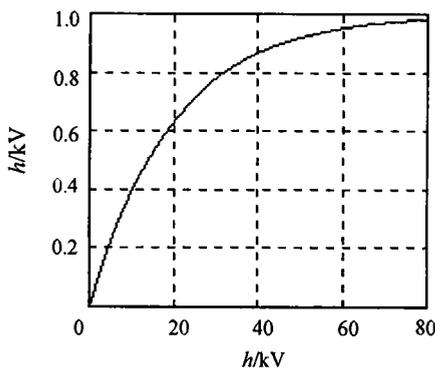


图3 K_v 满意映射函数

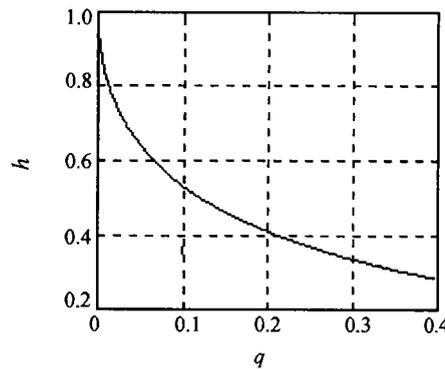


图4 σ, t_r, t_s 的满意映射函数

满意映射函数可有许多形式, 选用合理满意映射函数应根据具体的应用环境和实际问题作决定。本文采用图3、图4形式的满意映射函数, 即

$$s_{K_v} = \begin{cases} 1 - \exp(-0.05K_v) & 0 < K_v \leq 100 \\ 1 & K_v > 100 \end{cases} \quad s_{\sigma} = \begin{cases} \exp(-2\sigma^2) & 0 < \sigma \leq 0.5 \\ 0 & \sigma > 0.5 \end{cases}$$

$$s_{t_r} = \begin{cases} \exp(-2t_r^2) & 0 < t_r \leq 1 \\ 0 & t_r > 1 \end{cases} \quad s_{t_s} = \begin{cases} \exp(-2t_s^2) & 0 < t_s \leq 8 \\ 0 & t_s > 8 \end{cases}$$

可得三种控制方案关于4个性能指标的满意度分别为

$$\begin{aligned} s_{K_{v1}} &= 0.8080 & s_{\sigma_1} &= 0.8774 & s_{t_{r1}} &= 0.5222 & s_{t_{s1}} &= 0.0377 \\ s_{K_{v2}} &= 0.6671 & s_{\sigma_2} &= 0.7596 & s_{t_{r2}} &= 0.3345 & s_{t_{s2}} &= 0.5222 \\ s_{K_{v3}} &= 0.5618 & s_{\sigma_3} &= 0.9117 & s_{t_{r3}} &= 0.0247 & s_{t_{s3}} &= 0.0247 \end{aligned}$$

采用等权重的平均满意度公式, 即各性能指标的权重均取为1, 各方案的综合满意度为

$$\bar{s}_1 = 0.5613 \quad \bar{s}_2 = 0.5708 \quad \bar{s}_3 = 0.4847$$

按平均满意度的大小设 $u_3 < u_1 < u_2$ ，以此为标准排序，求得相邻控制器解决方案的增量为

$$\Delta u_1 = u_1 - u_3 = \bar{s}(u_1) - \bar{s}(u_3) = 0.0766 \quad \Delta u_2 = u_2 - u_1 = \bar{s}(u_2) - \bar{s}(u_1) = 0.0095$$

按照前面的公式计算任意两个性能指标间的满意度型速度性累积矛盾度构成矛盾度矩阵，利用矛盾度矩阵可求得归一化矛盾度为

$$c_{K_v} = 0.1704 \quad c_{\sigma} = 0.1704 \quad c_{t_r} = 0.1934 \quad c_{t_s} = 0.4657$$

归一化相似度为

$$a_{K_v} = 0.2765 \quad a_{\sigma} = 0.2765 \quad a_{t_r} = 0.2689 \quad a_{t_s} = 0.1781$$

以此作为求取综合满意度的权重，即

$$w_{K_v} = 0.2765 \quad w_{\sigma} = 0.2765 \quad w_{t_r} = 0.2689 \quad w_{t_s} = 0.1781$$

可得

$$\bar{s}_{1w} = 0.6131 \quad \bar{s}_{2w} = 0.5774 \quad \bar{s}_{3w} = 0.5304$$

由此说明方案1是三种方案中的最佳控制方案，这与图2所示的效果较吻合。

3 结束语

本文在确定最佳控制方案的过程中，其满意映射函数的确定至关重要。如果满意映射函数定义不合理，则得不到正确的结果。同时文中所研究的按折衷原则进行的寻优是未对质量准则提出特殊要求(如对某个准则的要求特别高)的一般情况下来确定各质量准则之间折衷原则，否则这里确定的折衷原则不再适用，必须重新确定相应的折衷原则。

从控制系统的实例分析可以看出，本文提出的利用满意解质量准则间的接近性关系来确定多目标优化中优化目标之间的折衷原则是合理的，但质量准则间还存在许多其他的关系，如只考虑在这一点(解)处的瞬时关系以及位置性关系、加速度关系等。

参 考 文 献

- 1 新 番. 神经计算的满意解原理. 科学, 1992; 44(4): 40~43
- 2 罗 刚. 满意解原则及其在控制系统中应用的研究. [学位论文]. 成都: 西南交通大学, 1999

Optimization of PID Control Scheme Based on Eclectic Principle

Jin Zhengxiong Luo Qianchao Luo Gang

(College of Electric Engineering, Southwest Jiaotong University Chengdu 610031)

Abstract Based on the satisfactory solution principle(SSP), this paper analyzes the contradictory relation and studies the approximate relation of PID control system. Through the approximate relation, the eclectic principle applied in the optimization of PID control scheme is decided. An example is proposed to testify the correctness and rationality of the optimization of PID control scheme based on eclectic principle. Some characters and applicable range of this optimize means are also discussed.

Key words principle of satisfactory solution; approximate relation; eclectic principle; proportional integral differential control