具有时滞的非线性系统的BIBO稳定化*

钟守铭　　黄元清
(电子科技大学应用数学系 成都 610054) (四川轻化工学院电子工程系 自贡 643033)

【摘要】 研究了一类具有时滞的非线性不确定系统的BIBO稳定化问题，利用常数变易法、李雅普诺夫函数法结合不等式分析技巧，给出了具有时滞的参数不确定非线性控制系统的BIBO稳定性的充分条件，同时给出了系统指数稳定的充分条件，改进了有关文献的相应结果。

关 键 词 时滞；不确定性；非线性系统；有界输入输出稳定化；稳定性
中图分类号 O231

鲁棒稳定性问题一直是控制理论界研究的一个重要课题，特别是近几年来，关于不确定非线性定常系统的鲁棒稳定化问题已经引起了自动控制界和应用数学界极大兴趣。因此，在许多实际控制问题中，不确定性常常出现在动力系统中，这主要是由于建立数学模型的误差和测量的误差等，不确定性就会时常出现在控制系统中，给原来稳定系统的鲁棒稳定性分析和设计带来许多新的研究课题。对于保证系统的鲁棒稳定性，已有不少优秀的研究成果[1,2]。另外，时间滞后也常常出现在控制系统中，有些本来稳定的系统，因为时滞的作用变得不稳定，故需要对具有时滞的不确定系统的稳定化问题进行深入地研究与探索，文献[3~6]提供了解决这类问题的一些途经，但这些研究大部分是针对李雅普诺夫稳定性来讨论的。而在实际问题中，有时希望控制系统能够追踪输入信号，因此，对有界输入有界输出(BIBO)稳定性的研究是很有意义的[2]。本文利用常数变易法、李雅普诺夫函数法结合不等式分析技巧，给出了具有时滞的参数不确定非线性控制系统的 BIBO 稳定性的充分条件，同时还给出了系统指数稳定的充分条件，改进了文献[6]的相应结果。

1 系统的描述与准备

考虑如下具有时滞的不确定非线性系统

$$\begin{cases} x'(t)=Ax(t)+A_1x(t-\tau)+\sum_{i=1}^{N}\{\varepsilon_i^{(1)}f_i[x(t)]+\varepsilon_i^{(2)}g_i[x(t-\tau)]\}+Bu \\ y(t)=Cx(t) \end{cases} \qquad t\geqslant 0 \tag{1}$$

式中 $x\in R^n$ 为 n 维状态变量；$u\in R^r$ 为 r 维输入变量；$y\in R^m$ 为 m 维输出变量；A、A_1为 $n\times n$ 实矩阵，且不必是 Hurwitz 稳定矩阵；$f_i(\cdot)$、$g_i(\cdot)$都是 $R^n\to R^n$ 连续向量函数，且 $f_i(0)=0$、$g_i(0)=0\ (i=1,2,\cdots,N)$ 且

$$\|f_i(x)\|\leqslant\alpha_i\|x\| \qquad \|g_i(x)\|\leqslant\beta_i\|x\| \qquad i=1,2,\cdots,N$$

式中 $\alpha_i\geqslant 0$、$\beta_i\geqslant 0\ (i=1,2,\cdots,N)$ 均为常数；$\varepsilon_i^{(1)}$、$\varepsilon_i^{(2)}$ 是不确定的参数 $(i=1,2,\cdots,N)$；B 是 $n\times r$ 常数矩阵；C 是 $m\times n$ 常数矩阵；$\tau>0$ 为常数。

对 $\forall t_0\geqslant 0$，假设初始条件为

$$x(t)=\varphi t \qquad \forall t\in[t_0-\tau,t_0]$$

式中 $\varphi(t)$ 是 $[t_0-\tau,t_0]$ 上的连续向量函数，并记

2000年3月15日收稿
* 国家自然科学基金资助项目，编号：69871005
** 男 14岁 大学 教授

$$\|\varphi\|=\sup_{-\tau\leqslant\theta\leqslant 0}\|\varphi(t_0+\theta)\|$$

本文目的是寻找控制系统能追踪输入信号的控制律

$$u(t)=Kx(t)+r(t) \tag{2}$$

式中 $r(t)\in R^r$ 为输入参考信号；K 是 $r\times n$ 反馈增益矩阵，使系统(1)在没有扰动条件下能够 BIBO 稳定化。将反馈控制律(2)代入系统(1)，可得闭环系统

$$\begin{cases} x'(t)=(A+BK)x(t)+A_1x(t-\tau)+\sum_{i=1}^{N}\{\varepsilon_i^{(1)}f_i[x(t)]+\varepsilon_i^{(2)}g_i[x(t-\tau)]\}+Br(t) & t\geqslant t_0 \\ y(t)=Cx(t) \end{cases} \tag{3}$$

定义转移函数矩阵 $\Phi(t)$ 为

$$\Phi(t)=\exp[(A+BK)t]$$

首先选择 K，使 $\Phi(t)$ 满足如下不等式

$$\|\Phi(t)\|\leqslant M\exp(-\alpha t) \tag{4}$$

式中 $M>0$，$\alpha>0$ 均为常数。

2 主要结果

定理 1 对于闭环系统(3)，若满足

$$M\left[\exp\alpha\tau\|A_1\|+\sum_{i=1}^{N}(\alpha_i\mid\varepsilon_i^{(1)}\mid+\beta_i\exp\alpha\tau\mid\varepsilon_i^{(2)}\mid)\right]<\alpha$$

式中 M、α 由式(4)确定，则系统(1)是 BIBO 鲁棒稳定化。

推论 1 在反馈控制律中取 $r(t)\equiv 0$，当定理 1 的条件成立时，则系统(1)在无时滞的控制下指数稳定。

注 推论改进了文献[6]的相应结论。

在反馈控制律(2)中，可取状态反馈增益矩阵为

$$K=-\frac{h}{2}B^TP$$

式中 $h>0$ 为常数，对称正定矩阵 P 的代数黎卡堤方程的解为

$$A^TP+PA-hPBB^TP=-2\alpha I \tag{5}$$

式中 $\alpha>0$ 为常数，I 是 $n\times n$ 单位矩阵。

定理 2 对于闭环系统(3)，若满足

$$\|PA_1\|+\sum_{i=1}^{N}(|\varepsilon_i^{(1)}|\alpha_i+|\varepsilon_i^{(2)}|\beta_i)\|P\|<\alpha$$

式中 P 为黎卡堤方程(5)的解，则系统(1)是 BIBO 鲁棒稳定化。

推论 2 在反馈控制律中取 $r(t)\equiv 0$，当定理2的条件成立时，则系统(1)在无时滞的控制下渐近稳定。

3 结 论

本文对于具有时滞的不确定非线性控制系统，当时滞为常数时，不确定系统的参数在一定的界限内能够找到不依赖于时滞的状态反馈控制器，使系统 BIBO 稳定。特别当输入参考信号恒为零时，可使控制系统是鲁棒指数稳定和鲁棒渐近稳定。

参 考 文 献

1 Geromdl J C,Yamakmi A. Stabilization of continuous and discrete linear systems subjectal to control structure constraints. Int J Control, 1982, 63(3): 429~444

2 Wu H, Mizukami K. Robust stabilization of uncertain linear dynamical systems. Int J Systems Sci, 1993, 24(2): 265~276

3 Xu D Y, Zhong S M, Yan X W. Robust BIBO stabilization of linear large-scale systems with nonlinear delay perturbations. Dynamics of Continuous, Discrete and Impulsive Systems, 1996, 2: 511~520

4 Cheres E, Gutman S, Palmor J Z. Robust stabilization of uncertain dynamical systems in cluding state delay. IEEE Trans Auto Control, 1989, 34: 1 199~1 203

5 钟守铭，李正良，黄廷祝．时滞大系统的鲁棒稳定性．控制理论与应用，1995, 12(4): 477~481

6 王 毅，钟守铭，吴晓庆．带时滞的非线性系统的鲁棒稳定性．电子科技大学学报，1998, 27(6): 652~655

BIBO Stabilization of Nonlinear Systems with Time-delay

Zhong Shouming

(Dept. of Applied Mathematic. UEST of China Chengdu 610054)

Huang Yuanqing

(Dept. of Electron Eng., Sichuan Institute of Light Ind. & Chem. Tech. Sichuan Zigong 643033)

Abstract In this paper, the problem of BIBO stabilization for nonlinear systems of uncertain parameters with time-delay is discussed. Based on the variation of parameters, Liapunov function and the inequality analysis, the sufficient conditions of BIBO stabilization for nonlinear systems of uncertain parameters with time-delay are obtained. The exponential stability and the asymptotic stability for such systems are also given. The conditions are obtained by extending the results of some related references.

Key words time-delay; uncertainty; nonlinear system; BIBO stabilization; stability