

计算 VLSI 电容方法的研究

旷章曲* 张生才

(天津大学电子信息学院 天津 300072)

【摘要】 讨论了几种 VLSI 版图中电容的计算方法; 计算集成电路电容的方法有公式法和数值法两大类。利用数值法计算电容的方法包含有限差分法、有限元法、边界元法和格林法等, 分析了以上各种方法的计算原理和优缺点。

关键词 公式法; 数值法; VLSI; 离散法

中图分类号 TN402

随着集成电路器件尺寸的不断缩小及工艺水平的日益提高, 集成电路正朝着高速、高集成度方向发展。精确计算版图电容, 特别是寄生电容已显得十分重要。因寄生电容的大小直接影响电路的开关速度和特性功能, 特别是在亚微米、深亚微米集成电路中, 在多层布线情况下, 连线电容常引起不适当的信号延迟、波形失真、时钟脉冲畸变及滞后等现象, 而导致电路性能不能满足设计要求。近年来, 人们对集成电路的电容计算进行了广泛研究, 提出了多种解决方案, 某些算法还集成到 CAD 工具中^[1]。计算集成电路电容的方法可分为公式法和数值法两大类。利用数值法计算电容的方法主要有有限差分法、有限元法、边界元法、格林法。本文在介绍各种方法的基础上, 重点介绍格林法。

1 公式法

本文考虑一些主要因素的影响, 并对相应的公式进行修正来计算电容。文献[2, 3]介绍了计算电容的公式, 利用公式计算电容, 其方法简单、计算量小, 但仅适用于对简单的电路图形电容作粗略的估算。

图1是三条并列的连线, 用文献[2]提出的公式计算连线与衬底间、连线间相互耦合的电容, 从而计算中间连线的总电容为

$$C = C_s + 2C_m \quad (1)$$

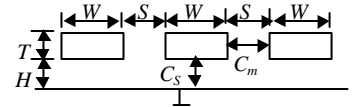


图1 三条连线电容

连线与衬底间电容为

$$\frac{C_s}{e} = 1.15 \left(\frac{W}{H} \right) + 2.80 \left(\frac{T}{H} \right)^{0.222} \quad (2)$$

式中 C_s 为单位连线与衬底间的电容; e 为介质的介电常数。

单位连线间的耦合电容为

$$\frac{C_m}{e} = 0.03 \left(\frac{W}{H} \right) + 0.83 \left(\frac{T}{H} \right) - 0.07 \left(\frac{T}{H} \right)^{0.222} \left(\frac{S}{H} \right)^{-1.34} \quad (3)$$

将式(2)、式(3)代入式(1), 可得中间连线的总电容为

$$\frac{C_m}{e} = 1.15 \left(\frac{W}{H} \right) + 2.80 \left(\frac{T}{H} \right)^{0.222} + 2 \left[0.03 \left(\frac{W}{H} \right) + 0.83 \left(\frac{T}{H} \right) - 0.07 \left(\frac{T}{H} \right)^{0.222} \right] \left(\frac{S}{H} \right)^{-1.34} \quad (4)$$

2000年1月20日收稿
* 男 25岁 硕士生

当 $0.3 < \frac{W}{H} < 10$ 、 $0.3 < \frac{T}{H} < 10$ 、 $0.5 < \frac{S}{H} < 10$ 时，式(4)的误差小于10%。可以看出利用公式法十分简便，且当版图结构简单、连线规则时，误差不大，便于估算。但超出上述范围时，则产生较大误差，故公式法不适用于复杂的版图。

2 数值法

2.1 理论基础

在静电场中， N 条连线之间相互耦合，每条连线的电量为

$$q_i = \sum_{j=1}^N \hat{a}_{ij} \ddot{O}_j \quad i=1,2,\dots,N \quad (5)$$

将式(5)写成矩阵形式为

$$Q = bF \quad (6)$$

式中 $b_{ij}(i \neq j)$ 为电感系数； q_i 是连线 i 上的总电量； Φ_i 是连线 i 上的电势

$$b_{ij} = \begin{cases} \hat{a}_{ij} = \frac{q_i}{\ddot{O}_j} | \ddot{O}_1 \ddot{O}_2 = \dots = \ddot{O}_{j-1} = \dots = \ddot{O}_N = 0 \\ \hat{a}_{ij} = \hat{a}_{ji} \end{cases} \quad i, j=1,2,\dots,N \quad (7)$$

将式(5)化为如下形式

$$q_i = C_{i1}(\Phi_i - \Phi_1) + C_{i2}(\Phi_i - \Phi_2) + \dots + C_{ii}\Phi_i + \dots + C_{iN}(\Phi_i - \Phi_N) = C_{ii}\Phi_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N C_{ij}(\Phi_i - \Phi_j) \quad i=1,2,\dots,N \quad (8)$$

式中 C_{ii} 为连线与衬底间的电容； C_{ij} 为第 i 连线与第 j 连线间的耦合电容。比较式(5)与式(8)可得

$$C_{ii} = b_{i1} + b_{i2} + \dots + b_{iN} = \sum_{j=1}^N b_{ij} \quad i=1,2,\dots,N \quad (9)$$

$$C_{ij} = -b_{ij} \quad (10)$$

图2为图1三条互连线电容等效电路图，其中：

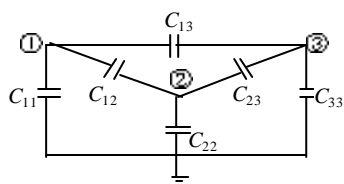


图2 三条连线电容等效电路

$$C_{11} = b_{11} + b_{12} + b_{13}$$

$$C_{12} = -b_{12}$$

$$C_{13} = -b_{13}$$

$$C_{22} = b_{21} + b_{22} + b_{23}$$

$$C_{33} = b_{31} + b_{32} + b_{33}$$

数值法是利用式(6)、(9)、(10)的关系，通过求解有关区域 W 的拉普拉斯方程，得到区域 W 的电场分布，进而得到连线间的电容。

2.2 有限差分法

有限差分法是区域型数值解法。根据边界条件，将拉普拉斯方程离散化为差分方程组，差分方程组是拉普拉斯方程的近似表达式。对区域 W 的不同划分方式可以形成不同的差分方程组。将区域划分得越小，即离散点分布愈密，其数值解愈逼近该点的函数真值，但其计算量增长较快。对于一个二维区域 W ，将它划分为 N 个矩形网格，则其差分方程组的数目与 N^2 近似成正比。因此当计算电容时，既要保证一定精度又要减少计算时间，必须适当选择离散点分布密度与划分网格的方法^[4]。对于较为复杂的图形结构电路，利用有限差分方法求解，需要较大的离散点密度，使差分方程组数目变大，既增加了计算机输入数据的工作量，又增加了计算时间。

2.3 边界元法

边界元法是利用离散化降低问题维数。用边界元法计算电容时，将求解区域 W 的边界划分成若干个单元，在各单元中电势和电场都是线性分布的。因此，每个单元都用相应的线性节点方程来表示该单元上数值变化情况，从而将区域的方程离散化为各个边界元素的节点方程组。这个过程就是将区域二维问题简化为边界一维问题。

按照上述思路，可将拉普拉斯方程化为系统方程^[1]

$$H \Phi = GQ \tag{11}$$

式中 $\Phi = (\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N)^T$; $Q = (q_1, q_2, \dots, q_N)^T$ 。

边界元法相对于有限差分法，其计算量较小。对于较复杂的不规则几何图形电容，也可以用该法求解。但要解式(11)系统方程同样需要较多的计算时间，并且处理多个区域交界点时，由于边界不光滑，需要采用特殊方法解决。

2.4 格林法

运用格林定理求解拉普拉斯方程，可以得到 q 点的电荷在介质中 p 点的感应电势为

$$\Phi(p) = \int G(p, q) \mathbf{s}(q) dq \tag{12}$$

式中 $G(p, q)$ 是格林函数，其物理意义是在 q 点的单位电荷在 p 点的感应电势，若整个体系在同一介质内，则

$$G(p, q) = \frac{1}{4\pi \epsilon} |p - q| \tag{13}$$

当存在两种介质时，如图3所示，需要用 Fourier 积分表示格林函数。文献[5]根据 p, q 的相对位置给出了相应的格林函数的表达式。

由式(12)，对于 N 条连线，第 i 条连线的电势 Φ_i 可以表示为

$$\Phi_i(p) = \sum_{k=1}^N \int G(p, q) \mathbf{s}_k(q) ds_k(q) \quad i=1, 2, \dots, N \tag{14}$$

为了简化式(14)积分，将各连线离散化为若干单元，如图4所示。同时假设电荷集中分布于边缘，并向内部递减，与实际情况吻合，每个单元的电荷密度可以用分段线性函数之和近似表示为

$$\mathbf{s}_i(q) = \sum_{l=1}^4 \mathbf{a}_{il} f_{il} \tag{15}$$

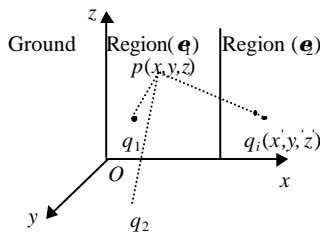


图3 两种介质

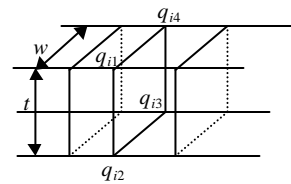


图4 连线离散化

式中 $\mathbf{s}_i(q)$ 为连线第 i 个单元的电荷密度； \mathbf{a}_{il} 为引入的未知系数； f_{il} 用于描述连线上第 i 个单元电荷分布的第 l 个分段线性函数， f_{il} 由连线上第 i 个单元的形状决定，以图4中的长方体为例，当 $l=1$ 时，有

$$f_{il} = \begin{cases} A_{i1}(s - a_{i1}) & q_{i1} \leq s \leq q_{i4} \\ B_{i1}(s - b_{i1}) & q_{i2} \leq s \leq q_{i1} \\ 0 & q_{i2} \leq s \leq q_{i3} \text{ 或 } q_{i3} \leq s \leq q_{i4} \end{cases}$$

式中 $A_{il} = -\frac{2}{w_i(w_i + t_i)}$; $B_{il} = -\frac{2}{t_i(w_i + t_i)}$; $a_{il} = w_i$; $b_{il} = t_i$ 。

对于形状比较复杂的连线, 可以由边界条件得

$$\begin{cases} \sum_{l=0}^k f_{il}(s) = f_i(s) & s=0 \\ f_{il}(s) = 0 & s = a_{il} \text{ 或 } s = b_{il} \end{cases} \quad (16)$$

归一化方程为

$$\sum_{l=1}^k \int f_i ds_{il} = 1 \quad (17)$$

式(17)决定函数 f_{il} , 其中 k 由边数决定。

将式(15)代入式(14)可得

$$\Phi_i(p) = \sum_{k=1}^N \sum_{l=1}^4 \mathbf{a}_{kl} F_{kl}(p) \quad i=1,2,\dots,N \quad (18)$$

式中

$$F_{kl}(p) = \int G(p, q) f_{kl} ds_{kl}$$

由式(15)可得

$$q_i = \int \mathbf{s}_i(q) ds = \int \sum_{l=1}^4 \mathbf{a}_{il} f_{il} ds_{il}$$

化为矩阵表达式为

$$\mathbf{Q} = \mathbf{J}^T \mathbf{A} \quad (19)$$

式中

$$\mathbf{A}^T = (a_{11}, a_{12}, a_{13}, a_{14}, a_{21}, \dots, a_{N4})$$

$$\mathbf{J}_{4N \times N} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_{21} & a_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_{N4} \end{bmatrix}$$

式中

$$a_{il} = \int f_{il} ds_{il} \quad i=1,2,\dots,N, \quad l=1,2,3,4$$

将式(18)也化为矩阵表达式

$$\mathbf{F} \mathbf{A} = \mathbf{J} \Phi \quad (20)$$

式中

$$\mathbf{F}_{4N \times 4N} = \begin{bmatrix} F_{11} a_{11} & F_{12} a_{11} & F_{13} a_{11} & F_{14} a_{11} & F_{21} a_{11} & \dots & F_{N4} a_{11} \\ F_{11} a_{12} & F_{12} a_{12} & F_{13} a_{12} & F_{14} a_{12} & F_{21} a_{12} & \dots & F_{N4} a_{12} \\ F_{11} a_{13} & \dots & \dots & F_{14} a_{13} & F_{21} a_{13} & \dots & F_{N4} a_{13} \\ F_{11} a_{14} & \dots & \dots & F_{14} a_{14} & F_{21} a_{14} & \dots & F_{N4} a_{14} \\ F_{11} a_{21} & \dots & \dots & F_{14} a_{21} & F_{21} a_{21} & \dots & F_{N4} a_{21} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ F_{11} a_{N4} & \dots & \dots & F_{14} a_{N4} & F_{21} a_{N4} & \dots & F_{N4} a_{N4} \end{bmatrix}$$

将式(19)、式(20)代入式(6)可得

$$\mathbf{b} = \mathbf{J}^T \mathbf{F}^{-1} \mathbf{J} \quad (21)$$

故由 \mathbf{b} 与 \mathbf{C} 的关系, 可以算出各连线的电容。

3 结束语

随着集成电路规模的不断扩大及工艺水平的日益提高，在亚微米、深亚微米集成电路中，尤其在多层布线的情况下，要想精确地计算寄生电容值，必须采用三维模型，格林法可以准确地计算三维情况下 VLSI 复杂版图的电容。尽管格林法计算需要的分析数据量较大，占用较多内存。但随着计算机技术的不断发展和计算性能的提高，格林法仍然是提取 VLSI 复杂版图电容的一种理想方法。

因计算电容的两类方法各具特色，可适用于不同的需要，但随着计算机技术的发展和集成电路设计本身的需要所决定，其研究方向朝着精度高、能处理复杂版图的数值化方向发展，但还需要尽量减少运算时间和提高精度。

参 考 文 献

- 1 Fukuda S. A ULSI 2-D capacitance simulator for complex structures based on actual processes. *IEEE Trans CAD*, 1990, 9(1): 39~47
- 2 Sakari T, Tamaru K. Simple formulas for two-and three-dimensional capacitances. *IEEE Trans Electron Devices*, 1983, 30(2): 183~185
- 3 Chang W H. Analytical IC metal-line capacitance formulas. *IEEE Trans Microwave Theory Tech*, 1976, 24(9): 608~611
- 4 Niewczas Mariuse. Modeling of VLSI Rc parasitics based on the network reduction algorithm. *IEEE Trans CAD*, 1995, 14(2): 137~144
- 5 Ning Z Q, Dewilde P, Neerhoff F L. Capacitance coefficients for VLSI multilevel metallization lines. *IEEE Trans Electron Devices*, 1987, 34(3): 644~649
- 6 Benedek P. Capacitances of a planar multiconductor configuration on a dielectric substrate by a mixed order finite-element method. *IEEE Trans Circuits syst*, 1976, 23(5): 279~284
- 7 Zemanian A H. A finite-difference procedure for the exterior problem inherent in capacitance computations for VLSI interconnections. *IEEE Trans Elec Dev*, 1988, 35(7): 985~992

Research on Methods of Calculating Capacitance in VLSI

Kuang Zhangqu Zhang Shengcai

(College of Electronic and Information Engineering, Tianjin University Tianjin 300072)

Abstract In this paper, the methods to calculate the capacitance coefficients in VLSI circuits are discussed, which are classified as formula method and numerical method. The latter includes the finite difference method (FDM), the finite element method (FEM), the boundary element method (BEM) and the Green's Function method, etc. The theories, advantages and disadvantages of the methods are analyzed, respectively.

Key words formula method; numerical method; VLSI; discretization