

## 平面电流脉冲远区能量衰减特性研究

王琪\* 阮成礼

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

**【摘要】**运用时域矢量积分方程分析了对称结构平面上三角脉冲、多周期正弦脉冲、等腰梯形脉冲、高斯脉冲和电磁导弹实验脉冲等多种不同波形的电流脉冲；讨论了远区轴线上辐射的电磁场。通过比较分析，得到远区辐射能量衰减特性的一般规律和特殊规律。

**关键词** 电磁脉冲；远区场；衰减特性；能流积分

中图分类号 TN015；O441.1

## A Study about Energy Attenuation of Planar Pulses in Far-Zone

Wang Qi Ruan Chengli

(College of Physical Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** By means of integral equation of vector potential in the time domain and using several simple approximations, the electromagnetic fields on the axis in the far zone are calculated and compared. The attenuation characteristic of electromagnetic energy in the far zone radiated by some electromagnetic pulses are discussed. These pulses include the triangular pulse, the sinusoidal pulse of multiple cycles, the isosceles trapeze pulse, the Gauss pulse and the pulse produced in the experiment of the electromagnetic missile. Some general conclusions and special conclusions are obtained.

**Key words** electromagnetic pulse; far-zone electromagnetic field; characteristic of attenuation; integration of energy density

电磁能量衰减特性的研究是近年来研究热点<sup>[1~4]</sup>。电磁场能量衰减慢意味着对于相同能量的辐射源在同一场点可以获得更强的场。即传播的电磁波能量若是慢衰减，则可以降低源的发射功率，减小发射天线的尺度，进而降低系统制作成本，提高系统的工作效率。显然，这在电磁场工程特别在军事工程具有十分重要的意义和应用价值。

关于电磁能量随空间距离作慢衰减的电磁导弹已在文献[1~4]中作了详尽阐述。本文着重研究远区电磁能量的衰减特性，即计算在空间上均匀分布、时间上取不同脉冲波形的具有对称分布的平面电流在远区轴线上产生的电磁场，进而计算出能流密度的时间积分，通过比较分析，得到远区能量衰减特性的一般规律和特殊规律。

### 1 远区场能流密度时间积分的一般解

图1为平面上均匀电流分布图，参照图1，设电流所在的平面 $S$ 位于 $xy$ 面上， $x$ 是 $S$ 面的对称轴，电流密度矢量沿 $x$ 方向。本文讨论电流在 $S$ 面上分布均匀，随时间变化任意给定，因此电流密度矢量

2002年1月21日收稿

\* 男 45岁 在职博士生 副教授

可表示为

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) = J_0 f(t) d(z') \mathbf{e}_x \quad (1)$$

远区场点 $P$ 处于 $z$ 轴上, 根据电磁场理论, 平面电流在场点 $P$ 产生的矢势的时域表达式为<sup>[5]</sup>

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mathbf{m}_0}{4\pi} \iint_S \frac{\mathbf{J}[\mathbf{r}', t - (R/c)]}{R} ds \quad (2)$$

由式(1)及 $R = \sqrt{z^2 + x'^2 + y'^2}$ , 得

$$\mathbf{A}(z, t) = \mathbf{e}_x \frac{\mathbf{m}_0 J_0}{4\pi} \iint_S \frac{f(t - \sqrt{z^2 + x'^2 + y'^2}/c)}{\sqrt{z^2 + x'^2 + y'^2}} ds \quad (3)$$

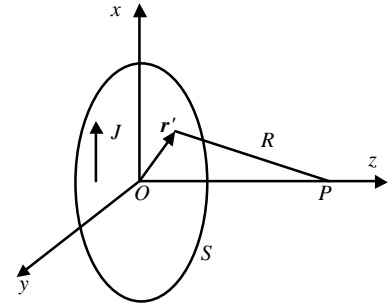


图1 平面上的均匀电流

由于 $\nabla \times \mathbf{e}_x = 0$ , 则有磁场

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mathbf{m}_0} \nabla \times \mathbf{A} = \frac{\mathbf{m}_0 J_0}{4\pi} \iint_S \nabla \frac{f[t - (R/c)]}{R} \mathbf{e}_x ds \quad (4)$$

设 $L$ 为平板最大线度, 对远区,  $R \gg L$ , 即 $z \gg L$ , 故略去高阶小量, 并由 $\nabla R = \mathbf{e}_R$ 得

$$\nabla \frac{f[t - (R/c)]}{R} \approx -\frac{f[t - (R/c)] \mathbf{e}_R}{cz} \quad (5)$$

所以

$$\mathbf{H} = -\frac{J_0}{4\pi cz} \iint_S f[t - (R/c)] \mathbf{e}_R \times \mathbf{e}_x ds \quad (6)$$

根据 $R \gg L$ , 并利用平面电流分布对称于 $x$ 轴的特性, 进一步可推得远区磁场更为简洁的解析表达式为

$$\mathbf{H} = \frac{J_0 S f'(t - \frac{z}{c}) \mathbf{e}_y}{4\pi cz} \quad (7)$$

式中 $S$ 为平板的面积。

电场的计算可借助麦克斯韦方程组对式(7)两边求旋度得到, 还可利用 $z$ 轴上远区场是平面电磁波的性质来求, 即

$$\mathbf{E} = \mathbf{h} \mathbf{H} \mathbf{e}_x = \frac{\mathbf{h} J_0 S f'(t - \frac{z}{c}) \mathbf{e}_x}{4\pi cz} \quad (8)$$

式(7)、(8)中对宗量求导 $f'[t - (z/c)]$ 与对 $t$ 求导相同, 可写为

$$f'(t - \frac{z}{c}) = \frac{df}{dt} \quad (9)$$

故通过 $P$ 点的能流

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \mathbf{h} \left( \frac{J_0 S}{4\pi cz} \right)^2 [f'(t)]^2 \mathbf{e}_z \quad (10)$$

能流的时间积分

$$G(0,0,z) = \int_{-\infty}^{\infty} |\mathbf{E} \times \mathbf{H}| dt = b \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{df}{dt} \right|^2 dt \quad (11)$$

式中

$$b = \left( \frac{J_0 S}{4\pi cz} \right)^2 \sqrt{\frac{\mathbf{m}_0}{\mathbf{e}_0}} \quad (12)$$

至此求出平面分布电流在远区 $z$ 轴上能流积分的一般表达式, 其物理意义是远区 $z$ 上某点单位面积上所通过的总辐射能量。

## 2 不同脉冲波形远区场的辐射能量

常见的脉冲波形有正弦脉冲、三角脉冲、梯形脉冲、高斯脉冲等。利用式(11)，分别计算它们在远区场的能流积分，再进行衰减特性的比较研究。

不同波形能流积分的比较必须建立在某种标准基础上，根据文献[6]，可选取源所发射的能量为确定值作为标准，即对脉冲的波形函数  $f(t)$  进行归一化处理

$$\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = 1 \quad (13)$$

另外，对不同脉冲波形，规定在脉冲宽度  $T$  相同的情况下进行比较。

### 2.1 三角脉冲

三角脉冲如图2所示

$$f(t) = \begin{cases} 2f_0 t/T & 0 \leq t \leq T/2 \\ 2f_0(T-t)/T & T/2 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他区间} \end{cases} \quad (14)$$

能量归一要求  $\int_{-\infty}^{\infty} f^2(t) dt = \int_0^{T/2} (2f_0 t/T)^2 dt + \int_{T/2}^T [2f_0(T-t)/T]^2 dt = 1$  (15)

得  $f_0 = \sqrt{3/T}$  (16)

又  $\frac{df}{dt} = \begin{cases} 2f_0/T & 0 \leq t \leq T/2 \\ -2f_0/T & T/2 \leq t \leq T \end{cases}$  (17)

由式(11)得  $G(0,0,z) = b \left[ \int_0^{T/2} \left( \frac{2f_0}{T} \right)^2 dt + \int_{T/2}^T \left( -\frac{2f_0}{T} \right)^2 dt \right] = 12 \frac{b}{T^2}$  (18)

### 2.2 多周期正弦脉冲

多周期正弦脉冲如图3所示

$$f(t) = \begin{cases} f_0 \sin \omega_0 t & 0 \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他区间} \end{cases} \quad (19)$$

脉宽  $T = 2\pi n/\omega_0 = nT_0$  (20)

式中  $T_0$  为单个正弦波的周期。

归一化得  $f_0 = \sqrt{\frac{2}{nT_0}} = \sqrt{\frac{2}{T}}$  (21)

$$G(0,0,z) = 4\pi^2 b n^2 / T^2 \quad (22)$$

当  $n=1/2$  时，化为半波正弦脉冲能量形式，即

$$G(0,0,z) = \pi^2 b / T^2 \quad (23)$$

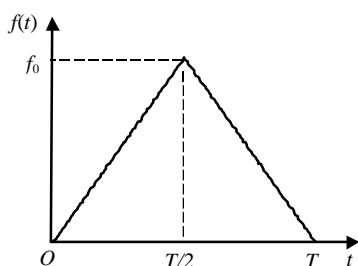


图2 三角脉冲

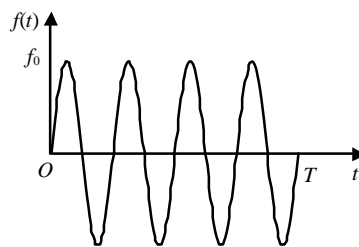


图3 多周期正弦脉冲

### 2.3 等腰梯形脉冲

等腰梯形脉冲如图4所示

$$f(t) = \begin{cases} f_0 t/t & 0 \leq t \leq t \\ f_0 & t \leq T-t \\ f_0(T-t)/t & T-t \leq t \leq T \\ 0 & \text{其他区间} \end{cases} \quad (24)$$

能量归一化系数 
$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{(T-4t)/3}} \quad (25)$$

能流积分 
$$G(0,0,z) = \frac{2b}{t[(T-4t)/3]} \quad (26)$$

当  $t = T/2$  时, 得到与三角脉冲相同的结果。

### 2.4 高斯脉冲

高斯脉冲如图5所示, 高斯脉冲波型比较特殊, 它对称地分布在  $-\infty < t < \infty$  范围。设

$$f(t) = f_0 e^{-t^2/t^2} \quad -\infty < t < \infty \quad (27)$$

其中脉冲宽度  $T$  定义为  $f(t)$  衰减到  $f_0$  的  $e^{-1}$  时所对应的时间  $t$  的两倍。由

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_0^2 e^{-t^2/t^2} dt = 1 \quad (28)$$

得能量归一化系数为 
$$f_0 = \sqrt[4]{\frac{2}{\pi t^2}} \quad (29)$$

能流积分 
$$G(0,0,z) = b/t^2 = 4b/T^2 \quad (30)$$

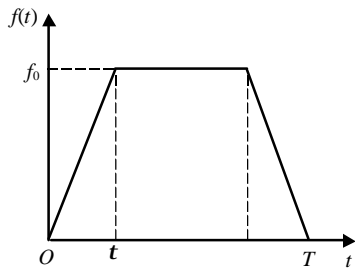


图4 梯形脉冲

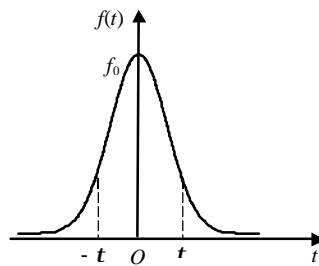


图5 高斯脉冲

### 2.5 电磁导弹实验中的电磁脉冲<sup>[7]</sup>

电磁导弹实验中形成电磁脉冲如图6所示, 电流波型可视为上沿取直线, 下沿取抛物线的一部分所组成, 上沿的时间取为  $t_0$ , 下沿时间为  $t$ , 脉宽  $T = t_0 + t$ , 其函数形式为

$$f(t) = \begin{cases} f_0((t/t_0) + 1) & -t_0 \leq t \leq 0 \\ f_0(t-t)^2/t^2 & 0 \leq t \leq t \\ 0 & \text{其他区间} \end{cases} \quad (31)$$

由此得能量归一化系数

$$f_0 = \sqrt{\frac{15}{5T-2t}} \quad (32)$$

$$G(0,0,z) = \frac{1}{3} b f_0^2 \left( \frac{3}{T-t} + \frac{4}{t} \right) \quad (33)$$

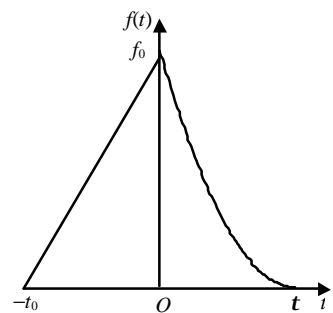


图6 电磁导弹实验中的脉冲

## 3 电磁脉冲远区能量衰减规律的比较

根据以上计算结果, 得到不同波形电磁脉冲远区能量(能流积分)衰减的一般规律和特殊规律:

1) 无论哪一种脉冲波形, 由式(12)可知, 远区电磁能量  $G(0,0,z) \propto (J_0 S/z)^2$ , 即它与场点到源的距离的平方成反比, 与源强度的平方成正比, 与辐射源口径面积的平方成正比。

2) 三角脉冲、半波正弦脉冲以及高斯脉冲三者进行比较,三角脉冲具有较大值,半波正弦脉冲次之,高斯脉冲最小。这表明,在辐射源能量归一化的前提下,三角脉冲具有较好的慢衰减特性,高斯脉冲相对衰减较快。

3) 对正弦脉冲在 $T$ 不变的前提下,所包含的振荡次数 $n$ 越大,远区 $G(0,0,z)$ 越大,因此提高正弦脉冲的振荡频率是慢衰减的有效途径。

4) 由式(26)可见,等腰梯形脉冲波形的远区能量与脉冲上沿或下沿宽度关系很大,因而衰减特性与 $t$ 相联系。即当 $t$ 越小, $G(0,0,z)$ 越大,衰减越慢;当 $t \rightarrow 0$ 时, $G(0,0,z)$  ,但由于能量不能发生突变,实际矩形脉冲不能实现。容易求出当 $t = 3T/8$ 时, $G(0,0,z)$ 对应最小值,有 $G_{\min}(0,0,z) = 32b/3T^2$ , $G_{\min}(0,0,z)$ 大于半波正弦脉冲和高斯脉冲对应的结果,表明等腰梯形在任何情况衰减特性都优于半波正弦脉冲和高斯脉冲,但 $G_{\min}(0,0,z)$ 小于三角脉冲对应的值,作进一步分析可知,当 $T/4 < t < T/2$ 时,均有 $G_{\min}(0,0,z)$ 小于三角脉冲的值,只在 $0 < t < T/4$ 范围,才有等腰梯形脉冲优于三角脉冲的衰减特性。

5) 对电磁导弹实验中的脉冲,由式(33)知,当 $t = 0$ 或 $t = T$ 时,同样有 $G(0,0,z)$  ,表明电流波形变化越快,能量衰减越慢,这与4)分析情况相同。在 $0 < t < T$ 区间中, $G(0,0,z)$ 有一极小值,可求得当 $t = 0.4378T$ 时, $G_{\min}(0,0,z) = 2.37b/T^2$ 。

### 参 考 文 献

- 1 Wu T T. Electromagnetic missiles. J Appl Phys. 1985, 57(7): 2 370-2 373
- 2 阮成礼. 电磁导弹概论. 北京:人民邮电出版社, 1994
- 3 Ruan Chengli, Wan Changhai. Choice of excitation in electromagnetic missile. Electron Lett. 1989, 25(19): 1321-1323
- 4 Wen Geyi, Ruan Chengli, Lin Weigan. An unified theory of electromagnetic missiles generated by an arbitrary plan current source. Microwave and Optical Technology Letters. 1992: 337-440
- 5 楼仁海, 符果行, 袁敬阔. 电磁理论. 成都:电子科技大学出版社, 1996
- 6 文舸一. 电磁理论的新进展. 北京:国防工业出版社, 1997
- 7 阮成礼, 万长华, 袁乃昌. 电磁导弹的初步实验. 电子科技大学学报, 1992, 2(1): 92-97

· 科研成果介绍 ·

### 软件无线电跳频模块技术

主研人员:程郁凡 李少谦 雷 霞 刘晓峰 王 灿 余 宏 张 平 傅 斌

软件无线电跳频模块技术采用软件无线电的设计思想,研究了可应用软件无线电台的软件跳频模块,实现跳频电台跳频模块的全部功能。该项技术具有良好的扩展性和灵活性,在改变相关参数软件后,能兼容其他跳频电台,并可以应用于其他软件无线电设备中。

· 甬 江 ·