

## 内外圆柱壳与衬垫间的相对滑动\*

蒋立俊<sup>\*\*1</sup> 申仲翰<sup>2</sup> 孙京燕<sup>3</sup>

(1.北京大学力学与工程科学系 北京 100871; 2.中国科学院力学所 北京 100080; 3.电子科技大学机械电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】**建立了偏心内壳的内外圆柱壳结构运动方程,分析了内外壳与衬垫材料间的相对滑动机理,讨论了滑动的成因以及抱紧力、质量偏心、衬垫材料的弹性刚度和扭转刚度以及外部激励对相对滑动的影响,同时通过一个例子的数值结果验证了理论的正确性,最后给出了控制(或避免)相对滑动发生的建议。

**关键词** 圆柱壳; 衬垫材料; 相对滑动; 偏心

**中图分类号** TB12

## Relative Slippage Between Inside and Outside Cylindrical Shells and Packing Material

Jiang Lijun<sup>1</sup> Shen Zhonghan<sup>2</sup> Sun Jingyan<sup>3</sup>

(1. Dept of Mechanics & Engineering Science, Peking University Beijing 100871; 2. Chinese Academic of Science Beijing 100080; 3. College of Mechanical Electromechanical Eng., UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** This paper concerns the structure of inside and outside cylindrical shells with packing material between the two shells. Due to the eccentricity of the inside shell, there will be relative slippage between the inside & outside cylindrical shells and the pack material when the shells are subjected to transverse impulsive. After giving the kinetic equation of the structure, the mechanism of the relative slippage is fully analyzed, including the reason of the slippage, the effect on the slippage of mechanical factors such as the enclasp force, the eccentricity, the elastic inertia and rotary inertia of the packing and the impulsive load. Numerical results of an example, which prove the correctness of the theoretical analysis, are also presented. At the end of the paper, suggestions are given to control or avoid the relative slippage.

**Key words** cylindrical shells; packing material; relative slippage; eccentricity

具有内外壳结构的旋转壳体(如圆柱壳)中间填充衬垫材料,衬层与内外壳之间靠衬垫材料提供的摩擦力保持联系,摩擦力的大小与内外壳表面光洁度及外壳的抱紧力有关。如果上述结构中内壳的重心和它的形心不重合(即有质量偏心),在横向振动条件下会发生内外壳与衬垫材料之间的相对滑动,这对于内外壳结构的稳定性和安全性有很大的破坏作用,因而研究内外壳与衬垫材料间相对滑动的力学机理及各种力学参数对相对滑动的影响有很大的工程意义。

### 1 理论建模与分析

建立模型和坐标系如图1所示,图中 $O$ 为内外壳的形心, $O_1$ 为内壳的质心,质心相对于坐标轴

2001年10月18日收稿

\* 教育部高等学校博士点学科专项科研基金资助项目

\*\* 男 26岁 硕士

原点(形心)有  $(r_0 \mathbf{j}_0)$  的偏离。坐标系原点为  $O$ ,  $x$  轴方向取外激励所在的方向。内外壳的半径分别是  $R_2$ 、 $R_1$ , 内外壳的质量分别为  $M_2$ 、 $M_1$ 。填充材料的弹性刚度为  $K$ , 扭转刚度为  $T$ , 转动惯量为  $J$ , 最大静摩擦系数为  $m_0$ , 假设内壳与外壳之间的初始抱紧力为  $N_0$ 。

分析内壳的运动状态, 可以把内壳的运动分解为刚体的平动和绕质心的转动两个部分。

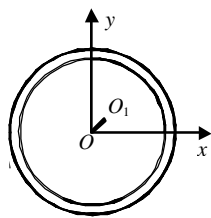


图1 结构模型图

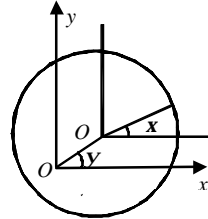


图2 内壳位移图

### 1.1 内壳的平动

要建立内壳的平动方程, 主要分析衬垫材料对内壳的正压力的分布以及衬垫材料对内壳的摩擦力的分布两个因素。如图2所示, 假设在某一时刻  $t$ , 内壳形心  $O'$  相对于坐标原点  $O$  有  $(r, y)$  的位移, 对于内壳上的每一点, 用该点与  $O'$  的连线与  $x$  轴所成的角  $x$  来标识, 在该点处衬垫材料的厚度以及它所提供的正压力为

$$\begin{cases} h = (R_1 - R_2) - r \cos(x - y) \\ N(x) = K(h - h_0) = -rK \cos(x - y) \end{cases} \quad (1)$$

沿圆周积分一圈, 可以得到衬垫所提供的正压力在  $x$  和  $y$  方向上的合力为

$$\begin{cases} N_x = \int_0^{2\pi} N(x) \cos x dx \\ N_y = \int_0^{2\pi} N(x) \sin x dx \end{cases} \quad (2)$$

内外壳与衬垫材料没有发生相对滑动时, 衬垫材料对内壳的摩擦力产生的力矩即衬垫通过扭转刚度  $T$  施加在内壳上的力矩。由此可以得到内壳与衬垫材料之间摩擦系数为

$$m = \frac{T(\mathbf{j}_0 - \mathbf{j})}{(-r_0 r K \cos(\mathbf{j} - \mathbf{y}) + 2N_0 R_2) \pi} \quad (3)$$

式中 摩擦系数  $m$  是带正负号的, 用来表示摩擦力的方向。有了摩擦系数  $m$ , 可以求得衬垫材料对内壳的摩擦力沿  $x$  轴、 $y$  轴方向摩擦力的合力为

$$\begin{cases} f_x = mK\pi y \\ f_y = -mK\pi x \end{cases} \quad (4)$$

建立内壳的平动方程时考虑非惯性力  $f(t)$  的作用。同时假设衬垫材料在  $x$ 、 $y$  方向的阻尼系数分别为  $c_x$  和  $c_y$ ,  $x$ 、 $y$  方向的阻尼力分别为  $c_x \frac{dx}{dt}$  和  $c_y \frac{dy}{dt}$ 。内壳的平动方程如下

$$\begin{cases} M_2 \frac{d^2 x}{dt^2} = -c_x \frac{dx}{dt} - Kx\pi + \frac{TK\pi y(\mathbf{j}_0 - \mathbf{j})}{-r_0 K(x \cos \mathbf{j} + y \sin \mathbf{j}) + 2N_0 R_2} + f(t) \\ M_2 \frac{d^2 y}{dt^2} = -c_y \frac{dy}{dt} - Ky\pi - \frac{TK\pi x(\mathbf{j}_0 - \mathbf{j})}{-r_0 K(x \cos \mathbf{j} + y \sin \mathbf{j}) + 2N_0 R_2} \end{cases} \quad (5)$$

### 1.2 内壳的转动

内壳在任意一个位置所受的力矩有两部分组成: 1) 衬垫对内壳的弹性力产生的力矩; 2) 衬垫对内壳的摩擦力产生的力矩(即衬垫通过自己的扭转刚度  $T$  产生的力矩)。

扭转刚度  $T$  产生的力矩为  $T(\mathbf{j}_0 - \mathbf{j})$ ，假设任意位置  $\mathbf{x}$  处的正压力为  $N(\mathbf{x})$ ，此处正压力对转动中心(质心)的力臂是

$$l(\mathbf{x}) = r_0 |\sin(\mathbf{j} - \mathbf{x})| \quad (6)$$

考虑初始抱紧力的作用以及不同情况下力矩的正负号，可以得到该状态下内壳所受的正压力的合力矩为

$$L = -\pi r r_0 K \sin(\mathbf{j} - \mathbf{y}) \quad (7)$$

假设衬垫材料的转动惯量为  $J$ ，衬垫材料的扭转阻尼系数为  $c_j$ ，建立内壳的转动方程为

$$J \frac{d^2 \mathbf{j}}{dt^2} = r_0 r K \sin(\mathbf{j} - \mathbf{y}) + T(\mathbf{j} - \mathbf{j}_0) - c_j \frac{d\mathbf{j}}{dt} \quad (8)$$

综合式(5)和式(8)，即是内壳的整体运动方程。

## 2 相互滑动机理定性分析

当需要考虑各个参数对转动的定性影响时，从临界状态出发，即内壳相对于衬垫材料即将发生滑动但又没有滑动的状态。在这种状态下，衬垫材料对内壳的摩擦力所产生的力矩等于衬垫材料弹性力产生的力矩，此时内壳与衬垫材料之间的静摩擦系数达到最大静摩擦系数。

当摩擦力产生的力矩等于弹性力产生的力矩时，有

$$2\pi N_0 R_2 \mathbf{m} - \pi r r_0 K \cos(\mathbf{j} - \mathbf{y}) = \pi r r_0 K \sin(\mathbf{j} - \mathbf{y}) \quad (9)$$

由此可以得到摩擦系数的表达式

$$|\mathbf{m}| = \frac{r_0 r K |\sin(\mathbf{j} - \mathbf{y})|}{-r_0 r K \cos(\mathbf{j} - \mathbf{y}) + 2N_0 R_2} \quad (10)$$

对于任何一个位置  $(x, y)$ ，如果某个参数的增大有助于减小内壳运动到该位置时所需衬垫材料提供的摩擦力，则相应参数值的增加对于避免内外壳与衬垫材料间的相对滑动有利，否则有害，其原因如下：

1) 抱紧力  $N_0$  的增加有助于减小任何位置上衬垫材料所需提供的摩擦力，对于控制(或避免)内外壳与衬垫材料之间发生相对滑动有利；

2) 偏心半径  $r_0$  的增加有助于增加任何位置上衬垫材料所需提供的摩擦力，对于控制(或避免)内外壳与衬垫材料之间发生相对滑动有害；

3) 对于偏心角度  $\mathbf{j}$ ，在偏心半径  $r_0$ 、 $K$  一定的情况下，由于  $x = r \cos \mathbf{y}$ 、 $y = r \sin \mathbf{y}$ ，同时  $x \ll N_0/K$ ， $R_2/r_0 > 1$ ，式(10)可以表示为

$$\mathbf{m} = \frac{|x \sin \mathbf{j} - y \cos \mathbf{j}|}{2N_0 R_2 / (r_0 K)} \quad (11)$$

由式(11)可以看出：

1) 当  $\mathbf{j} = 0$  时(对应  $\mathbf{j}_0 = 0$ )， $\mathbf{m} = 0$ ，内外壳与衬垫材料之间不会发生相对滑动；

2) 当  $\mathbf{j} = \pi/2$  时(对应  $\mathbf{j}_0$  接近于  $\pi/2$ )， $\mathbf{m}$  达到最大值，发生相对滑动的可能性大大增加；

3) 当  $\mathbf{j}_0 \in (0, \pi/2)$  时，偏心角度  $\mathbf{j}_0$  的增加对于控制(或避免)内外壳与衬垫材料之间发生相对滑动有害；

4) 同理可以得到，衬垫材料的弹性刚度  $K$  增加，扭转刚度  $T$  的增加对于控制(或避免)内外壳与衬垫材料之间发生相对滑动也有害。

### 3 数值解法的结果和分析

本文给定: 内壳质量  $m=1000.0\text{ kg}$ , 内壳的半径  $R_2=2.5\text{ m}$ , 抱紧力  $N_0=500.0\text{ N}$ , 内壳相对于外壳的偏心角度  $j_0=0.5^\circ$ , 偏心半径  $r_0=0.5\text{ m}$ , 衬垫材料的性质  $K=1000\ 000.0\text{ N/m}$ ,  $T=10\ 000.0\text{ N}\cdot\text{m/rad}$ , 激励的性质(为简单起见, 假设为正弦激励)  $f(t)=0.08\sin(200t)$ 。

用数值方法对内壳运动方程求解, 在模拟内壳运动的同时, 可以得到内壳在运动过程中各个时刻的力学参数。如果只改变内壳或者衬垫材料的某一参数, 可得摩擦系数  $m$  的均值以及内壳相对于外壳的转动角度  $|j-j_0|$  的均值变化趋势, 计算所得部分数据如表1~4所示。

表1 偏心角度  $j_0$  的影响

$r_0/\text{m}$	$m$ 的均值	$ j-j_0 $ 的均值
0.0	0.000	0.000 00
0.3	0.389	0.010 23
0.6	0.728	0.020 47
0.9	0.973	0.030 69
1.2	1.093	0.040 71
1.5	1.692	0.051 15

表2 扭转刚度  $T$  的影响

$j_0/\text{rad}$	$m$ 的均值	$ j-j_0 $ 的均值
600	0.525	0.010 22
1 200	0.531	0.020 46
1 800	0.538	0.030 71
2 400	0.544	0.040 91
3 000	0.550	0.051 25
3 600	0.557	0.061 53

表3 抱紧力  $N_0$  的影响

$N_0/\text{N}$	$m$ 的均值	$ j-j_0 $ 的均值
300	0.744	0.017 21
600	0.580	0.017 02
900	0.487	0.016 79
1 200	0.423	0.016 54
1 500	0.037	0.016 31
1 800	0.034	0.016 05

表4 弹性刚度  $K$  的影响

$10^{-6}K/(\text{N}\cdot\text{m}^{-1})$	$m$ 的均值	$ j-j_0 $ 的均值
0.2	0.478	0.011 63
0.4	0.487	0.023 54
0.6	0.497	0.035 13
0.8	0.506	0.046 52
1.0	0.516	0.058 12
1.2	0.524	0.067 93

从表1~4可以看出: 随着偏心角度  $j_0$ 、衬垫材料弹性刚度  $K$ 、衬垫材料扭转刚度  $T$  的增加,  $m$  的均值以及  $|j-j_0|$  的均值也相应增加, 内外壳与衬垫材料间的相对滑动容易发生。相反, 随着抱紧力  $N_0$  的增加,  $m$  的均值以及  $|j-j_0|$  的均值则随之减小, 内外壳与衬垫材料之间的相对滑动不易发生, 数据计算的结果更进一步证明了理论分析的正确性。

### 4 结束语

根据本文的讨论, 为了避免内外壳相对于衬垫材料发生相对滑动, 提出以下四点注意事项:

- 1) 尽量保证内壳是轴对称结构, 即内壳的偏心程度不严重;
- 2) 对于内外壳之间的衬垫材料, 应该尽量选择弹性刚度值和扭转刚度值都较低的材料;
- 3) 内外壳之间的衬垫材料应填充得比较紧密, 以提供更大的抱紧力;
- 4) 在动态载荷的作用下, 应该尽量保证内壳偏心方向与动态载荷的主加载方向重合。

## 参 考 文 献

- 1 任文敏, 余文斌, 刘文国. 旋转壳类容器的强度及稳定性分析(II). 清华大学学报(自然科学版), 1998, 39(8): 125-129
- 2 Zang Jianhua, Gu Min. System identification method for investigating dynamic properties of viscoelastic materials. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 1989, 18(3): 276-281 [臧建华, 顾 民. 粘弹性材料动态特性研究的系统识别法. 电子科技大学学报, 1989, 18(3): 276-281]
- 3 李炳威. 壳体结构工程分析方法. 北京: 人民出版社, 1977
- 4 复旦大学数学系《微分方程及其数值解》编写组. 微分方程及其数值解. 上海: 上海人民出版社, 1975
- 5 中国科学院力学研究所固体力学研究室板壳组. 加筋圆柱曲板和圆柱壳. 北京: 北京科学出版社, 1983
- 6 Zang Jianhua. Research on the dynamic characteristic of grp FACE/PF core sandwich beams. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 1990, 19(4): 384-388 [臧建华. 玻璃钢/聚胺脂夹层梁动态性能研究. 电子科技大学学报, 1990, 19(4): 384-388]

· 科研成果介绍 ·

## 自适应射频数字波束形成技术

主研人员: 龚耀寰 曾 涛 朱派友 顾 杰 汪利辉 肖 莉 李会勇 张 靖 张 华 王维学 孙延霖

自适应射频数字波束形成技术在系统研究各种自适应DBF干扰置零算法基础上, 选定并深入研究了角加载QR分解SMI(QRD-SMI)算法, 提出了该算法的Systolic结构及线性拓扑映射的实现方案, 开发了相应的并行处理软件; 完成了拟牛顿法、小相位法等唯相位(Phase-Only)算法的分析和计算机模拟研究, 开发了相应的软件, 其实验工作为国内首次进行; 研制了高速并行自适应干扰置零处理机样机, 完成了接收、发射自适应干扰置零实验, 取得了很好的实验结果。

## 公路交通智能监控软件

主研人员: 何兴高 秦志光 何 涛 周 萍 陆燕萍 文中福 李凌飞 兰祖彬

公路交通智能监控软件主要由通信控制、监控管理和图形监控三个功能模块组成。通信控制模块主要完成检测外场设备的状态; 监控管理模块对采集的数据进行查询和统计, 自动判断路段交通状况、发布限速值, 并具有紧急电话系统接口功能; 图形监控模块实时显示外场设备状态、交通状况、能见度数据以及紧急电话状态并输出到大屏幕投影仪, 各个模块具有用户登录、密码权限管等安全功能。

该软件运行于基于局域网、沿线光纤和光MODEM相结合的网络环境, 客户机操作系统采用Windows98; 服务器操作系统采用Windows2000 SERVER; 数据库采用SQL SERVER 7.0, 开发工具为VC++ 6.0和PB 7.0。该软件已用于广西南宁机场高速公路的交通监控, 系统稳定可靠, 用户反应良好。

· 甬 江 ·