

## 多带通信号采样的信噪比分析\*

黄勇<sup>\*\*1,2</sup> 栾心芙<sup>2</sup> 肖先赐<sup>3</sup>

(1. 电子科技大学, 深圳市博士后工作站中兴通讯分站 深圳 518004; 2. 深圳市中兴通讯设备公司 深圳 518004;  
3. 电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】**利用多带通信号欠采样定理和数字变频等技术, 可以实现对多个带通信号的同时直接采样及提取处理。当采样率低于信号最高频率的2倍时, 采样后信号的信噪比将变差。该文讨论采样后信噪比与模数转换器前的模拟滤波器以及采样率之间的关系, 所得结论对数字接收系统设计有指导意义。

**关键词** 带通信号; 均匀采样; 混叠; 噪声带宽

**中图分类号** TN911.72

## Discussion of SNR After Sub-sampling of Multiple Bandpass Signals

Huang Yong<sup>1,2</sup> Luan Xinfu<sup>2</sup> Xiao Xianci<sup>3</sup>

(1. University of Electronic Science and Technology of China Chengdu 610054; 2. Shenzhen ZTE Corporation Shenzhen 518004;  
3. College of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** Using sub-sampling theorem of multiple bandpass signals and digital frequency converting techniques, multi-band-pass signals can be directly sampled and processed using no aliasing sampling rate. If sampling rate is lower than the two times of the maximum frequency of the signal, the signal-to-noise ratio will become worse. The relationships of signal-to-noise ratio of sampled signal, analog filter before analog-to-digital converter and sampling rate have been discussed, the results of the discussion have instructiveness for the design of digital receivers.

**Key words** band-pass signals; uniformly sampling; aliasing; bandwidth of noise

带通信号的数字处理广泛应用于通信、雷达、生物信号处理、声纳、光学及测量技术等方面<sup>[1~4]</sup>。基于软件无线电思想的新一代电子系统, 利用接近天线带宽的A/D, D/A转换器, 使更多的电子系统功能在一个开放模块平台上由软件实现, 以解决电子系统中所存在的不兼容性技术难题, 如GSM基站的软件化处理等<sup>[5]</sup>。当多个带通信号同时存在时, 实际有用信号带宽只有兆赫兹(MHz)量级, 一般的方法是将各个带通信号变频到低端来处理。而带通信号的欠采样技术, 将带通信号都压缩到 $0 \sim f_s$ 频带内, 采样率 $f_s$ 可远远小于2倍带内最高频率, 结合数字滤波可将这些带通信号一一滤出。文献[6]给出了单个带通信号直接采样的一般采样率公式, 使实带通信号采样率可低至信号带宽的2~4倍来欠采样。文献[7]讨论了欠采样问题, 但没有考虑带通信号的信息, 采样率附近及同余数频率发生混叠不能获得完整信息保留。文献[8]讨论了宽带数字接收机中对多个复或实的带通信号的直接均匀采样, 给出了采样率应满足的关系和求取方法, 给出了实例。文献[9]讨论了多个射频信号的

2002年3月15日收稿

\* 军事电子预研基金资助项目

\*\* 男 37岁 博士后 副教授

直接带通采样问题,对采样率的选取给出了指导性的约束。本文讨论**b**采样数据系统的噪声带宽、噪声能量与系统中模数转换器前的模拟滤波器的传递函数的关系,然后通过实例讨论多带通信号直接均匀采样率、模拟滤波器性能与采样后输出信号信噪比的关系。

## 1 噪声带宽

对模拟系统,等效噪声带宽 $\Delta f$ 定义为使通过模拟系统的噪声能量与噪声通过带宽为 $\Delta f$ ,增益为A的矩形等效系统的能量相等,即

$$A^2 \Delta f = \int_0^\infty |H(f)|^2 df \quad (1)$$

式中  $H(f)$ 是模拟系统的传递函数,是 $h(t)$ 的傅氏变换。虽然利用式(1)不能得出 $\Delta f$ 和 $A^2$ 的值,但一般定义模拟系统的等效噪声带宽和增益分别为<sup>[10]</sup>

$$\Delta f = \frac{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df \right]^2}{2 \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^4 df} \quad (2)$$

$$A^2 = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^4 df}{\int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df} \quad (3)$$

下面讨论采样数据系统。首先定义 $V(kF)$ 是 $v(kT)$ 的离散傅氏变换

$$V(kF) = \frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} v(sT) e^{-j2\pi ks/N} \quad k=0,1,\dots,N-1 \quad (4)$$

式中  $T=1/f_s$ 是采样间隔; $t=1/F$ 是测量时间( $N=f_s t$ )。采样数据系统如图1所示,输入模拟信号经过模拟滤波器 $H(f)$ ,滤波后的信号送入模数转换器进行采样和量化,得到的数字信号送入数字信号处理器进行处理。

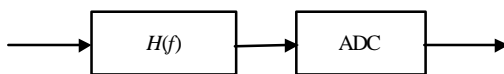


图1 采样数据系统

采样数据系统的等效噪声带宽定义如下<sup>[9]</sup>

$$\Delta f_s = \frac{\left[ \sum_{k=-\infty}^{\infty} |\tilde{H}(kF)|^2 \right]^2}{2t \sum_{i=1-P}^P \left[ \sum_{j=-\infty}^{\infty} |\tilde{H}((i+jN)F)|^2 \right]^2} \quad (5)$$

式中  $\tilde{H}(kF)$  ( $k=-\dots, \dots$ )表示原模拟传递函数的频谱以间隔 $F$ 来取样获得的函数; $N=2P$ 。若 $N=2P+1$ ,则分母的求和范围为 $-P \sim P$ 。式(5)分母的物理意义表示由于采样频谱以 $N$ 为间隔向 $-$ 和 $+$

方向无限移动后,在 $1-P \sim P(N=2P)$ 内频谱功率的累加。通过式(2)、(5)可以得到:由于采样频率有限,将引起采样频谱以采样率 $f_s$ 为间隔在频率上无限重复,可表示为 $\tilde{H}((k+iN)F)$ ,其中 $N$ 是采样后离散频谱的周期,且 $- < i < +$ 。当在一个采样频率间隔内进行能量求和运算时,由于频谱混叠进入能量计算范围的频率分量必须计算在内,使式(5)的分母增大,采样数据系统的等效噪声带宽 $\Delta f_s$ 较模拟系统的等效噪声带宽 $\Delta f$ 小。当输入前端模拟滤波器一定时,由于到达模数转换器的噪声能量一定,即 $A^2 \Delta f_s = \text{常数}$ ,使采样数据系统的等效噪声电平升高,引起所关心的采样输出频带内信号的信噪比下降,这是利用带通采样直接下变频所必然会遇到的问题。当频谱 $\tilde{H}(kF)$ 为带通函数,其中的两个带通边界频率分别为 $f_{ih}$ 和 $f_{il}$ , $f_{jh}$ 和 $f_{jl}$ ,且有 $f_{il} < f_{ih}$ , $f_{jl} < f_{jh}$ ,带宽分别为

$B_i = f_{ih} - f_{iL}$  ,  $B_j = f_{jh} - f_{jL}$  ,  $f_{s \min} = B_i + B_j$  时 , 采样率  $f_s$  选择如下<sup>[8]</sup>

$$\frac{f_{jh} - f_{iL}}{k_{ji} + 1} f_s \leq \frac{f_{jL} - f_{ih}}{k_{ji}} f_s > f_{s \min} \quad (6)$$

$$0 \leq k_{ji} f_s \leq \left[ \frac{f_{jL} - f_{ih}}{f_{s \min}} \right] \quad (7)$$

当采样信号多于两个通带可利用文献[8]中式(6)~(12)进行选择。在采样后频谱没有混叠的情况下, 式(5)变为

$$\Delta f_s = \frac{\left[ \sum_{k=0}^N |\tilde{H}(kF)|^2 \right]^2}{2t \sum_{i=1}^P |\tilde{H}(iF)|^4} \quad (8)$$

由式(2)、(8)可以看到, 在前端模拟滤波器是带通函数, 后续采样率采用式(6)、(7)和文献[8]中式(6)~(12)来确定时, 采样数据系统的等效噪声带宽较模拟等效噪声带宽几乎没有下降。

## 2 多带通信号采样率选取对信噪比的影响

由式(5)、(8), 不同的采样率将使 $\Delta f_s$ 的分母求和增大或减小。当原模拟滤波器的带宽有限或对截止频率外的带外信号衰减很大时, 式(5)的分母求和将可能减小, 条件是用式(6)、(7)及文献[8]中公式选取采样率。当原模拟滤波器的带宽有限, 采样率选取满足用式(6)及文献[8]中选取采样率区间的原则时, 可以获得等效噪声带宽的局部最大值区间, 从而使采样输出信号的信噪比达到局部最大值。

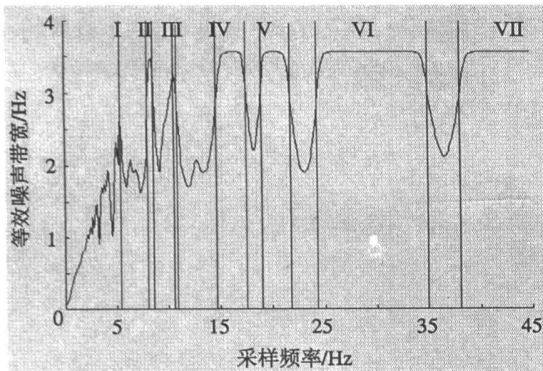


图2 两实带通信号采样频率与等效带宽的关系

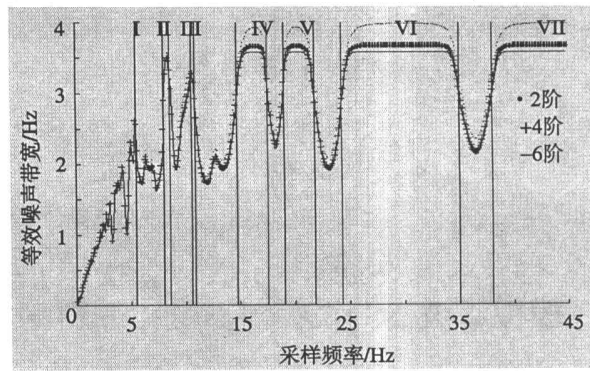


图3 Butterworth滤波器对等效噪声带宽的影响

图2给出了一个实例: 两个带通信号的通带分别为: (4.3, 5.3), (17.5, 19), 它是输入噪声通过前端的模拟滤波器产生的实带通信号。由于实带通信号存在正负边带, 两个带通信号就存在总共4个正负边带。利用均匀带通采样定理可以算出不会引起频谱混叠的采样率为(图2中已标出)<sup>[8]</sup>: I-(5.4285, 5.45), II-(8.1, 8.6), III-(10.6, 10.9), IV-(14.7, 17.5), V-(19, 21.8), VI-(24.3, 35), VII-(38, )。从图2可以看到, 当采样频率满足多带通信号均匀采样定理时, 采样数据系统的等效噪声带宽达到局部最大值, 这时由于噪声能量一定, 使输出数据的噪声电平达到极小值。因此采用满足多带通信号均匀采样定理的采样频率对输入带通信号数据进行采样, 不仅能防止有用带通信号频谱的混叠, 也能有效地抑制噪声电平。

噪声总能量是指模拟前端的模拟滤波器传递函数已经确定, 当改变模数转换器的采样频率时, 输出数字信号的噪声总能量是不变的, 在此基础上讨论恰当选择多带通信号均匀采样率, 达到频谱不混叠, 同时增加等效噪声带宽, 提高所关心的频带的数字信号的信噪比和有利于后续的信号处理。

当设计实际系统时,前端的模拟滤波器的设计非常重要。当前端模拟带通滤波器一定,采样率对采样数据系统信噪比的影响如图5所示,输入是白噪声加正弦信号。虽然采样率提高了,根据图2噪声电平却提高为未混叠时的 $(3.6/2)^{1/2}=1.34$ 倍。

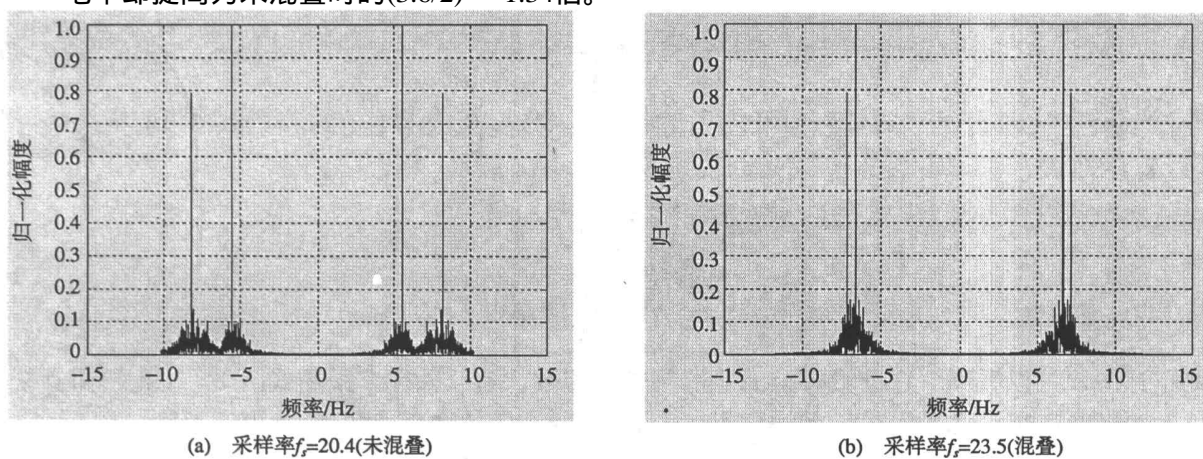


图4 采样数据系统对信噪比的影响

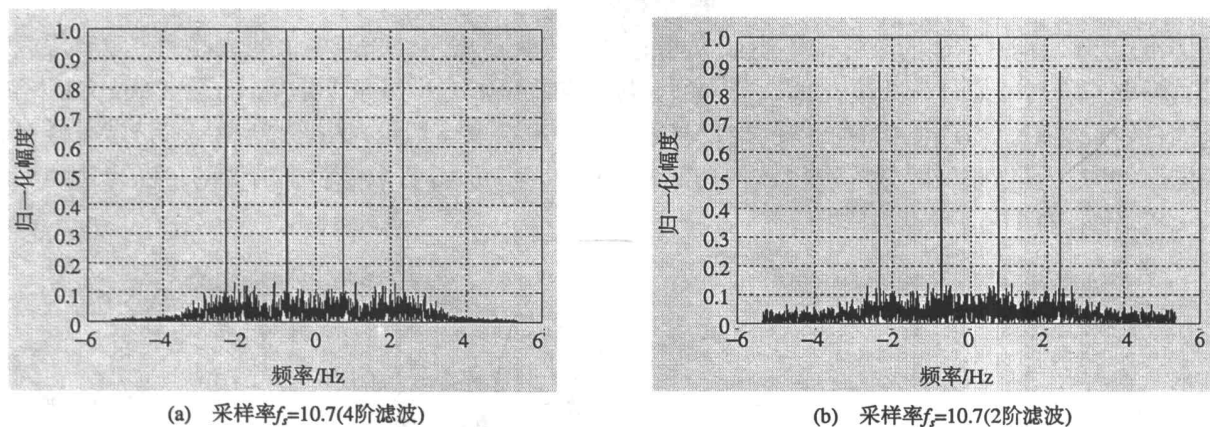


图5 采样数据系统的模拟前端滤波器对信噪比的影响

### 3 模拟滤波器的设计对信噪比的影响

前端模拟滤波器对后续模数转换后的数字信号在所关心的带宽内的信噪比有很大的影响,这些可以从式(5)中看出。当所设计的前端模拟滤波器在频域具有长拖尾的情况下,如一阶低通滤波器,要使采样输出的等效噪声带宽达到模拟等效噪声带宽,对模拟输入信号的采样率必须超过一阶低通滤波器截止频率的10倍以上<sup>[10]</sup>。这主要是由于一阶低通滤波器的频域拖尾比较长,从模拟前端通过的噪声能量较大的缘故。从图3可以看出,随着前端模拟Butterworth滤波器的阶数的增加,前端模拟滤波器的频域拖尾越来越短,对带外噪声的抑制也越来越好;且采样后的等效噪声带宽会提高,从而使采样后数字信号在所关心的带宽内噪声电平减少。而图3给出的结果却表明随着前端模拟Butterworth滤波器阶数的增加,采样输出的等效噪声带宽在不断下降,这与前面的结论相矛盾,其原因是通过模拟前端Butterworth滤波器的噪声能量随着前端模拟滤波器阶数的增加而在不断地减少。如通过 $n$ 阶Butterworth低通滤波器的噪声能量为 $\frac{\pi f_{-3dB}}{2n \sin(\pi/2n)}$ ,其中 $f_{-3dB}$ 是 $n$ 阶模拟

Butterworth低通滤波器的-3 dB截止带宽,随着 $n$ 的增加通过 $n$ 阶低通Butterworth滤波器的能量在不断减少。随着前端模拟滤波器阶数的增加,虽然采样后的等效噪声带宽在不断减少,但是由于通过模拟滤波器到达模数转换器的总噪声能量也在不断减少,因此在无混叠采样后噪声电平不会有很大增

加,而整个系统性能包括抗混叠性能、抗噪声性能等均得到了改善,这一点可以从图5看到,4阶滤波较2阶滤波降低了噪声能量,而采样系统输出信号的信噪比没有下降。

## 4 结 论

通过前面的讨论可以得到以下结论:

1) 多带通信号可以利用文献[8]给出的定理,求出在充分考虑保护带下不会引起频谱混叠的一系列允许采样率区间,利用这些允许采样率区间的采样率进行直接带通信号均匀采样,采样后信号不会引起混叠,且可以通过数字变频器对信号进行提取。

2) 利用前述采样率不仅能得到不混叠、完整的各信号频谱,在模数转换器前模拟滤波器一定的情况下能使采样后的数字输出在所关心的频带内的信噪比最大,有利于后续的信号处理。

3) 模数转换器前模拟滤波器对有用信号带外抑制越好,到达模数转换器的噪声能量越小,采用允许采样率对多带通信号进行采样后的有用信号信噪比不会降低。

## 参 考 文 献

- 1 Mitola J. The software radio architecture. *IEEE Communications Magazine*, 1995, 33(5): 26-28
- 2 Wepman J A. Analog-to-digital converters and their applications in radio receivers. *IEEE Communications Magazine*, 1995, 33(5): 39-45
- 3 Mitola J. Software radio: survey, critical evaluation and future directions. *IEEE AES Systems Magazine*, 1993, 8(1): 25-36
- 4 James T B. Digital techniques for wideband receivers. ARTEch House Inc., 1995
- 5 Turletti T, Tennenhouse D. Estimating the computational requirements of software GSM base station. *Proc. IEEE 1997 International Conference on Communications Montreal Canada*, 1997, 169-175
- 6 Vanghan R G, Scott N L, White D R. The theory of bandpass sampling. *IEEE Trans. On SP* 1991, 39(9): 1 973-1 984
- 7 Zoltowski M D, Mathaws C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling. *IEEE Trans. SP*, 1994, 42(10): 2 781-2 794
- 8 黄 勇, 肖先赐, 林云松. 多带通信号直接均匀欠采样技术. *电子与信息科学*, 2001, 23(2): 118-124
- 9 Akos D M, Stockmaster M, Tsui J B Y, *et al.* Direct bandpass sampling of multiple distinct RF signals. *IEEE Transactions on Communications*, 1999, 47 (7): 983-988
- 10 White D R. The noise bandwidth of sampled data system. *IEEE Trans. on Instrumentation and Measurement*, 1989, 38(6): 1 036-1 043