

基于随机估值的两物品拍卖的投标决策*

陈绍刚** 赵蜀蓉

(电子科技大学应用数学学院 人文社科学院 成都 610054)

【摘要】在多人参与的两物品拍卖中,基于对拍卖物品的随机估值,给出了投标商参与拍卖的必要条件,将其和已知拍卖品价值的情况进行了比较,得出了二者决策类似的结论。同时,对投标商因“错误估值”所承担的风险进行了分析,指出风险的大小与投标商对拍卖品的估值精度有关。

关键词 投标决策; 拍卖; 投标商; 招标商风险; 均匀分布; 错误估值

中图分类号 F224.0

Study on Bidding Decision Making of Two-Object Auction Based on Random Estimate

Cheng Shaogang Zhao Shurong

(College of Applied Math. College of Human Arts and Science, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract In the persons two-object auction, the necessary condition for the bidders to participate in the auction is determined based on random estimate. After comparing this necessary condition with the one based on real estimate, then two similar conclusions have been made. Meanwhile the risks absorbed by the bidders because of their wrong estimate is analyzed. It is concluded that there is a close relationship between the risks and estimate accuracy made by the bidders.

Key words bidding decision; auction; bidder; risk; even distribution; wrong estimate

R.P.McAfee指出:拍卖是由居于垄断地位的招标人或购买者所确定的一种规则下的市场状态,该状态在市场参与者标价的基础上具有决定资源配置和资源价格的明确作用,市场参与者包括招标商和投标商,资源的拥有者为招标商,希望获得资源者为投标商。

常见的拍卖方式包括英国式拍卖、荷兰式拍卖、第一价格封标拍卖和第二价格封标拍卖四种。关于拍卖问题的研究所涉及的内容很多,对招标商而言,他所面临的问题是如何对拍卖规则进行设计以使自己的收益最大化,包括最优保留值的设定、多激励定价、投标人数的研究等^[1-4],而投标商所考虑的则是如何给出最优报价以使自己的收益最大化。对单物品拍卖已有许多重要的研究成果^[5],对多物品拍卖的多人投标决策问题,文献[6,7]在投标商对拍卖品实际价值完全已知的情况下给出了较为完备的结论,本文在投标商对拍卖品的实际价值只有一个随机估计的基础上,继续对两物品拍卖中的多人决策问题进行讨论。

1 随机估值下的两物品拍卖的决策模型

设招标商采用英式拍卖,即招标商从一低价位开始往上叫价,最后只有唯一的投标商中标,赢

2002年5月13日收稿

* 国家杰出青年科学基金资助项目,编号:79270052

** 男 36岁 在职博士生 副教授

得拍卖品, 并付出其标价给招标商, 招标过程是公开的。现有 n 个投标商参与两异物的顺序拍卖, 记 B_i 为第 i 个投标商, C_i 为 B_i 的预算约束, V_j 为第 j 件拍卖品的价值, 其中 $i=1, 2, \dots, n; j=1, 2$ 。在 V_1, V_2 是确定值(为投标商了解)的条件下, 文献[6]给出了下述结论。

引理 若 $C_1 \geq C_2 \geq \dots \geq C_n, V_j \leq C_1$ 且 $C_1 \geq 2C_2$, 则当 n 个 ($n \geq 3$) 投标商参与竞标时, 拍卖品由预算前两名投标商获得, 且最优策略为

$$B_1 : C_3 - b \quad \min\{C_1, (V_1 - V_2 + C_3)\}$$

$$B_2 : C_3 - b \quad \min\{C_2, (V_1 - V_2 + C_3)\}$$

而当只有 B_1, B_2 参与投标时, 最优策略为

$$B_1 : b \quad \min\left\{C_1, \frac{(V_1 - V_2 + C_2)}{2}\right\}$$

$$B_2 : b \quad \min\left\{C_2, \frac{(V_1 - V_2 + C_1)}{2}\right\}$$

由引理得出了如下结论: 当招标商设置一个保留价时(如 C_3), 会给他带来更多的收益, 且若交换拍卖顺序则会在改变投标商策略的同时招标商收益也随之而改变。此结论是在假定各投标商对拍卖品的实际价值有完全了解的前提下获得的, 下面就项目招标商对拍卖品的价值只有一个已知分布的估计时的情况进行讨论。

设 V_{ij} 是投标商 B_i 对第 j 个拍卖品的估价 ($i=1, 2, \dots, n; j=1, 2$), V_{i1} 相互独立且 $V_{i1} \sim U[\underline{V}_1, \bar{V}_1]$ (均匀分布), V_{i2} 相互独立且 $V_{i2} \sim U[\underline{V}_2, \bar{V}_2]$ 。此时, 各投标商的决策以其对拍卖品的期望估价为基础, 设 $EV_{i1} = V_1^0, EV_{i2} = V_2^0$ 且 $V_1^0 > V_2^0 \geq C_1$ 。由文献[6], 预算前三名以后的投标商的投标策略不影响最终投标结果, 因此只须考虑 B_1, B_2, B_3 的投标决策。

在拍卖第一物品时, 设 B_3 已投标至 C_3 , 由于 $V_1^0 > V_2^0 \geq C_1 \geq \dots \geq C_n$, 因此 B_2 将继续投标至 C_3 , 此时 B_3 退出竞争。 B_1 在 B_2 对第一个拍卖品投标至 b 时, 他投标的必要条件满足 B_1 投中第一拍卖品的盈利须大于他投中第二拍卖物的盈利, 由于此时 V_{i1}, V_{i2} 是随机变量, 故上述必要条件的表达应以概率描述, 即

$$P\{V_{11} - (b + e) \geq V_{12} - \max[(C_2 - b + e), C_3]\} = 1 \quad C_3 \geq b \geq C_1 \quad (1)$$

由 $C_2 - b + e \geq C_3$ 知

$$\max\{(C_2 - b + e), C_3\} = C_3$$

故式(1)变为

$$P(b \geq V_{11} - V_{12} - e + C_3) = 1 \quad C_3 \geq b \geq C_1 \quad (2)$$

因为 V_{11}, V_{12} 相互独立, 且

$$V_{11} \sim U[\underline{V}_1, \bar{V}_1]$$

$$V_{12} \sim U[\underline{V}_2, \bar{V}_2]$$

所以

$$P(b \geq V_{11} - V_{12} - e + C_3) = P(V_{11} - V_{12} \geq b - C_3 + e) =$$

$$P[(V_{11}, V_{12}) \in G = \{(s, t) | s - t \geq b - C_3 + e\}] = \iint_G f_1(s) f_2(t) ds dt$$

其中

$$f_1(s) = \begin{cases} \frac{1}{\bar{V}_1 - \underline{V}_1} & s \in [\underline{V}_1, \bar{V}_1] \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

$$f_2(t) = \begin{cases} \frac{1}{\overline{V}_2 - V_2} & t \in [\underline{V}_2, \overline{V}_2] \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$$

该积分计算非常困难,不必求出其全部值,由式(2),只须考察使 $P[(V_{11}, V_{12}) \in G]=1$ 的那部分的 b 所取范围即可。当 $s - b + C_3 - e \leq \overline{V}_2$ 且 $s \leq \overline{V}_1$ 时, $P[(V_{11}, V_{12}) \in G]=1$,即式(2)成立。此时有

$$b = s - \overline{V}_2 + C_3 - e = \min(s - \overline{V}_2 + C_3, s - \overline{V}_1)$$

故投标商 B_1 的投标策略为

$$C_3 - b = \min[(s - \overline{V}_2 + C_3), C_1] \quad s \leq \overline{V}_1$$

类似上述分析,亦可得 B_2 的投标策略。

定理1 设投标商 B_i 对两拍卖物品的估价分别为 V_{i1} 和 V_{i2} , $V_{i1} \sim U[\underline{V}_1, \overline{V}_1]$, $V_{i2} \sim U[\underline{V}_2, \overline{V}_2]$, C_i 是 B_i 的预算约束且 $C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_n$,若采用英式拍卖,则 B_1 对第一拍卖品投标策略为

$$C_3 - b = \min[(s - \overline{V}_2 + C_3), C_1] \quad s \leq \overline{V}_1$$

B_2 对第一拍卖品的投标策略为

$$C_3 - b = \min[(s - \overline{V}_2 + C_3), C_2] \quad s \leq \overline{V}_1$$

由定理1得知,在拍卖品真实价值未知的条件下,仍可得出文献[6]的结论:设置保留价对招标商有利,交换拍卖顺序会改变招标商收益。

2 投标商因“错误估值”所承担的风险分析

由于各投标商对拍卖品的价值不了解,所知道的只是对拍卖品价值的一个随机估值,所以投标商在作出投标决策时也就承担了所谓的“错误估值”风险。

同定理1的条件,假定 B_i 对第一拍卖品和第二拍卖品的估值分别为 V_{i1} 和 V_{i2} , V_{i1} 相互独立且 $V_{i1} \sim U[\underline{V}_1, \overline{V}_1]$, V_{i2} 相互独立且 $V_{i2} \sim U[\underline{V}_2, \overline{V}_2]$ 。 $EV_{i1} = V_1$, $EV_{i2} = V_2$, 且设 $V_1 > V_2$ $C_1 \leq C_2 \leq \dots \leq C_n$ 。在第一物品的拍卖中,由于 $EV_{31} = V_1 > C_3$,因此即使 B_3 投标至其预算约束 C_3 他也会赢利,当 B_3 的报价是 C_3 时,其赢利为 $\pi_3 = V_{31} - C_3$,期望利润 $E\pi_3 = V_1 - C_3 > 0$,此时方差 $D\pi_3$ 则衡量了 B_3 报价与其估价的差异的平均离散程度,其定义为 B_3 因“错误估值”所承担的风险

$$D\pi_3 = E[V_{31} - C_3 - E(V_{31} - C_3)]^2 = E(V_{31} - V_1)^2 = DV_{31} = \frac{(\overline{V}_1 - \underline{V}_1)^2}{12}$$

同理,当 B_2 继续报价至 $b = C_3$ 时, B_2 所获期望利润 $E\pi_3 = E(V_{31} - b) = V_1 - b > C_2 - b > 0$ 。此时 B_2 所承担的“错误估值”风险为

$$D\pi_2 = E[V_{21} - b - E(V_{21} - b)]^2 = DV_{21} = \frac{(\overline{V}_1 - \underline{V}_1)^2}{12}$$

和上述推导完全相同,当 B_1 继续投标至 $b + e$ 时, B_1 所承担的风险仍为 $(\overline{V}_1 - \underline{V}_1)^2 / 12$ 。

定理2 在定理1的条件下,各投标商承担的因“错误估值”形成的风险只与估值的范围有关,均为 $(\overline{V}_1 - \underline{V}_1)^2 / 12$ 。

由定理2,投标商对拍卖品价值的确切信息了解越多,其估值区间越小,则他所承担的风险也就越小,反之,若投标商对拍卖品的估值精度越低,则其承担的风险也就越大。

3 结束语

多人参与的多物品拍卖决策问题一直是拍卖问题的主要研究方向之一,基于拍卖品精确值上的决策问题已有许多完备的结论,但在实际情况下,各投标商对拍卖品的价值只有一个自己的估计。

本文在投标商对拍卖品的估值相互独立且服从均匀分布的基础上给出了投标商的投标策略,结论与拍卖品精确值已知的情形类似,同时,还给出了投标商因“错误估值”所承担的风险,所得结论与实际情况完全相符,即风险大小决定于对拍卖品的估值精度。

参 考 文 献

- 1 鲁耀斌,张金隆,黎志成. 拍卖过程中最优保留值设置的研究. 管理工程学报, 1991, (1): 41-46
- 2 鲁耀斌,张金隆,黎志成. 多激励合同定价中最优风险分担率的研究. 系统工程理论与实践, 1999, (5): 24-28
- 3 Tang Xiaowo. Study of maximum condition of monopoly revenue in case of second degree price discrimination. Journal UEST of China, 1997, 26 (2): 193-198
- 4 Tang Xiaowo. Study of second degree price discrimination under the condition of non-linear demand function. Journal UEST of China, 1999, 28 (1): 80-83
- 5 Mitgrom P R, Werber RJ A. Theory of auction and competitive bidding. Econometrica. 1982, 50(5): 1 089-1 121
- 6 鲁耀斌,张金隆,黎志成,等. 两物品拍卖中的多人投标决策问题的研究. 华中理工大学学报, 1996, (1): 82-84
- 7 马俊,邱菀华. 多物品拍卖中的多人投标决策问题研究. 系统工程理论与实践, 2000, (1): 83-88

· 科研成果介绍 ·

高压绝缘栅双极功率晶体管攻关

主研人员: 李肇基 赵建明 张波 李鸿雁 方健 杨舰 闫斌

本项目以国内现有工艺条件为基础,采用高阻<111>型NTD单晶片,在上面优化出MOS单元。其特点是实现了功率半导体器件的大容量化、高速化,特殊的背面处理技术使IGBT的耐压、正向压降、开关时间达到了最佳折衷,工作于50 kHz开关频率,通态损耗和开关损耗较小、低成本化,还提出了有非子抽出的电导调制型功率器件的模型。理论计算表明,在不同负载条件下,较无抽出结构的关断时间小2~5倍。根据该模型,用国产单晶片替代昂贵的外延片,设计并研制成功1 200~1 400 V/30 A, 200 ns的垂直型绝缘栅功率晶体管,并将全套技术转让给相关的企业。该成果中有非子抽出的电导调制型功率器件的模型有较高的理论意义,达到国际先进水平,对我国发展低成本、高性能的单晶型电导调制型功率器件有重要意义。

VXI雷达自动测试系统

主研人员: 陈光禔 顾亚平 胡瑜 田书林 黄登有 王灿 兰京川 雷险峰 陈大港 王雁东 王厚军 代俊光
王斯奇 罗萍 汤波 徐建南

VXI雷达自动测试系统采用了目前国际上先进的VXI总线技术,并实现了部分国产化模块。实现了雷达整机指标的自动测试,测试功能基本齐全,测试数据可靠,自动化程度高、测试速度快。采用可视化图形编程环境,编程方便简洁,系统通用性强,可推展性好。该成果实现了雷达整机指标的测试,有力地保障了雷达的性能质量。

· 科 卞 ·