

有限厚度翼片加载螺旋线模型

张勇* 莫元龙

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】考虑角向空间谐波，建立了有限厚度翼片加载螺旋线慢波结构的模型，推导出色散方程。利用导出的方程对实际行波管的螺旋慢波结构进行计算，并与测量结果和简单翼片模型进行了比较。分析了加载翼片占空比、翼片个数和翼片顶端半径等对色散特性的影响。

关键词 螺旋线；有限厚度；翼片；色散特性

中图分类号 TN124+.4; O441.4

Modeling of Finite Size Vane-Loaded Helix Slow-Wave Structures

Zhang Yong Mo Yuanlong

(College of Physical Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract Considering azimuthal space harmonics, the finite size vane model is suggested for vane-loaded helical slow-wave structures in this paper. Two vane-loaded helical slow-wave structures of TWT are calculated by the derived dispersion equations. The calculating results are compared with the results of measurement and the calculating results of simple vane model. The influence on dispersion characteristics is analyzed for different center angle of the vanes, radius of the tip of the vanes and radius of metal envelope.

Key words helix; finite size; vane; dispersion characteristics

螺旋线是一种重要的慢波结构，广泛应用于宽频带行波管中。国内外很多学者对螺旋线进行了长期而广泛的研究^[1-6]。实际的宽频带行波管用螺旋慢波结构为了获得良好的色散特性、拓展带宽，往往加载翼片。目前一种比较广泛的处理方法是假设翼片区域由无限个无限薄的翼片组成^[7,8]，这样可以认为翼片是角向均匀加载，从而忽略角向周期性激发的非对称模式。此时轴向电场和角向磁场为零，只存在角向电场和轴向磁场。但是这种模型对翼片数目较少或翼片较厚的情形，将带来较大误差。文献[9,10]用等效的翼片顶端半径代替实际的顶端半径，再采用简单翼片模型，可以近似地考虑有限个翼片的情况。文献[11]提出了一种考虑翼片区域角向周期性激发的非对称模式的场论求解的翼片模型，模型将场按角向空间谐波展开，以严格的边界条件进行匹配，求出幅值系数之间的关系式。本文采用有限厚度翼片模型，推导出幅值系数之间的关系，利用系数行列式为零的性质，求出色散方程。再利用导出的方程对实际行波管的螺旋慢波结构进行计算，并与测量结果和简单翼片模型进行了比较。

1 物理模型

实际翼片加载螺旋慢波结构的截面形状和尺寸如图1所示，图中 a 为螺带的平均半径， b 为翼片顶端半径， c 为外壳内半径， 2α 为翼片对应的中心夹角， n 为翼片个数。整个横截面分为三个区域：

2002年4月25日收稿

* 男 26岁 博士生

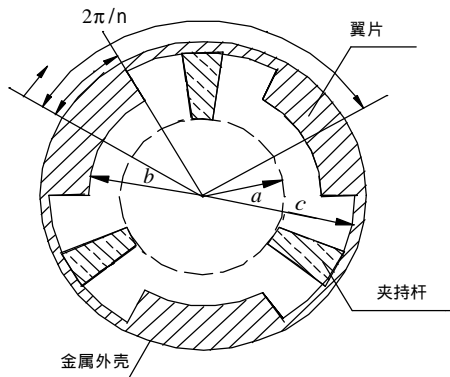


图1 翼片加载螺旋慢波结构示意图

$r < a$ 自由空间区域；
 $a < r < b$ 介质夹持区域；
 $b < r < c$ 翼片区域。

采用圆柱坐标系 r, j, z 的起点设在翼片的中点。采用导电面模型，考虑翼片激发的角向空间谐波，并利用圆柱坐标系下的亥姆霍兹方程和场的横向分量与纵向分量的关系，可表示出第 i 区的场表达式(省略因子 $\exp j(\omega t - \mathbf{b}z)$ 为

$$\begin{cases} E_{iz} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [A_{im} I_{mn}(\mathbf{g}r) + B_{im} K_{mn}(\mathbf{g}r)] e^{jmnj} \\ H_{iz} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [C_{im} I_{mn}(\mathbf{g}r) + D_{im} K_{mn}(\mathbf{g}r)] e^{jmnj} \\ E_{ij} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ -\frac{mn\mathbf{b}}{r\mathbf{g}^2} [A_{im} I_{mn}(\mathbf{g}r) + B_{im} K_{mn}(\mathbf{g}r)] - \frac{j\omega\mathbf{m}}{\mathbf{g}} [C_{im} I'_{mn}(\mathbf{g}r) + D_{im} K'_{mn}(\mathbf{g}r)] \right\} e^{jmnj} \\ H_{ij} = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \left\{ \frac{j\omega\mathbf{e}'_{ri}}{\mathbf{g}} [A_{im} I'_{mn}(\mathbf{g}r) + B_{im} K'_{mn}(\mathbf{g}r)] - \frac{mn\mathbf{b}}{r\mathbf{g}^2} [C_{im} I_{mn}(\mathbf{g}r) + D_{im} K_{mn}(\mathbf{g}r)] \right\} e^{jmnj} \end{cases} \quad (1)$$

式中 $i=1, 2$ 分别表示第 i 区和第 i 区，由自然边界条件可得 $B_{1m}=D_{1m}=0$ ；径向相位常数 \mathbf{g} 与轴向相位常数 \mathbf{b} 有： $\mathbf{g}^2 = \mathbf{b}^2 - k^2$ ； $I_{mn}(\mathbf{g}r)$ 、 $K_{mn}(\mathbf{g}r)$ 分别表示修正第一类、第二类贝塞尔函数。

由麦克斯韦方程组，采用类似方程(1)的求法，求出第 i 区的场表达式(省略 $e^{j(\omega t - \mathbf{b}z)}$ 为

$$\begin{cases} E_{3z} = \sum_{q=1}^{+\infty} B_{3q} R_{Eq}(r) \sin \left\{ x_q \left[\mathbf{j} - \frac{2\delta}{n} (p-1) - \mathbf{q} \right] \right\} \\ H_{3z} = \sum_{q=0}^{+\infty} D_{3q} R_{Mq}(r) \cos \left\{ x_q \left[\mathbf{j} - \frac{2\delta}{n} (p-1) - \mathbf{q} \right] \right\} \\ E_{3j} = \sum_{q=1}^{+\infty} \left[\frac{j\mathbf{b}x_q}{r\mathbf{g}^2} B_{3q} R_{Eq}(r) - \frac{j\omega\mathbf{m}}{\mathbf{g}} D_{3q} R'_{Mq}(r) \right] \cos \left\{ x_q \left[\mathbf{j} - \frac{2\delta}{n} (p-1) - \mathbf{q} \right] \right\} - \frac{j\omega\mathbf{m}}{\mathbf{g}} D_{30} R'_{M0}(r) \\ H_{3j} = \sum_{q=1}^{+\infty} \left[\frac{j\omega\mathbf{e}'_{r3}}{\mathbf{g}} B_{3q} R'_{Eq}(r) - \frac{j\mathbf{b}x_q}{r\mathbf{g}^2} D_{3q} R_{Mq}(r) \right] \sin \left\{ x_q \left[\mathbf{j} - \frac{2\delta}{n} (p-1) - \mathbf{q} \right] \right\} \end{cases} \quad (2)$$

式中 \mathbf{e}'_{r2} 、 \mathbf{e}'_{r3} 分别为第 i 、 i 区的等效相对介电常数，可由面积等效计算得

$$\mathbf{e}'_{rp} = 1 + [(\mathbf{e}_r - 1) A_{sp} / A_p] \quad p=2, 3 \quad (3)$$

式中 A_{sp} 为第 p 区介质夹持杆所占的横截面积； A_p 为第 p 区的全部横截面积； \mathbf{e}_r 为介质相对介电常数

$$x_q = \frac{0.5nq}{1 - (nq/\delta)} \quad (4)$$

$$R_{Eq}(r) = K_{x_q}(\mathbf{g}r) - \frac{K_{x_q}(\mathbf{g}c)}{I_{x_q}(\mathbf{g}c)} I_{x_q}(\mathbf{g}r) \quad (5)$$

采用螺旋导电面模型，在 $r=a$ 的面上，有如下边界条件

$$\begin{cases} E_{1z}(a) = E_{2z}(a) \\ E_{1j}(a) = E_{2j}(a) \\ E_{1z}(a) + E_{1j}(a)\text{ctan } \mathbf{f} = E_{2z}(a) + E_{2j}(a)\text{ctan } \mathbf{f} = 0 \\ H_{1z}(a) + H_{1j}(a)\text{ctan } \mathbf{f} = H_{2z}(a) + H_{2j}(a)\text{ctan } \mathbf{f} \end{cases} \quad (6)$$

考虑到翼片区域的角向周期性，在翼片顶端有如下边界条件

$$\begin{cases} H_{2z}(b) = H_{3z}(b), H_{2j}(b) = H_{3j}(b) & (p-1)\frac{2\delta}{n} + \mathbf{q} \quad \mathbf{j} \quad p\frac{2\delta}{n} - \mathbf{q} \\ E_{2z}(b), E_{2j}(b) = E_{3z}(b), E_{3j}(b) & (p-1)\frac{2\delta}{n} + \mathbf{q} \quad \mathbf{j} \quad p\frac{2\delta}{n} - \mathbf{q} \\ E_{2z}(b), E_{2j}(b) = 0 & (p-1)\frac{2\delta}{n} - \mathbf{q} \quad \mathbf{j} \quad (p-1)\frac{2\delta}{n} + \mathbf{q} \end{cases} \quad (7)$$

将场表达式代入边界条件(7)，可求出场幅值系数的关系为

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\mathbf{g}}{\mathbf{j}\mathbf{w}\mathbf{m}_0} \left(\tan \mathbf{f} - \frac{m\mathbf{nb}}{a\mathbf{g}^2} \right)^2 + \mathbf{j}\mathbf{a}\mathbf{w}\mathbf{e}_0(\mathbf{e}'_{r2} - 1) \frac{I'^2_{mna} K'_{mna}}{I_{mna}} \right] A_{2m} + \\ & \left\{ \frac{\mathbf{g}}{\mathbf{j}\mathbf{w}\mathbf{m}_0} \left(\tan \mathbf{f} - \frac{m\mathbf{nb}}{a\mathbf{g}^2} \right)^2 - \frac{\mathbf{j}\mathbf{w}\mathbf{e}_0}{\mathbf{g}} \frac{I'_{mna} K'_{mna}}{I_{mna} K_{mna}} [1 - (\mathbf{e}'_{r2} - 1)\mathbf{g}I_{mna} K'_{mna}] \right\} \frac{K_{mna}}{I_{mna}} B_{2m} - \\ & \left(\tan \mathbf{f} - \frac{m\mathbf{nb}}{a\mathbf{g}^2} \right) C_{2m} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$-\mathbf{j}\mathbf{a}\mathbf{w}\mathbf{e}_0(\mathbf{e}'_{r2} - 1)I'^2_{mna} A_{2m} + \mathbf{j} \frac{\mathbf{w}\mathbf{e}_0}{\mathbf{g}} \frac{I'_{mna}}{I_{mna}} [1 - (\mathbf{e}'_{r2} - 1)\mathbf{g}I_{mna} K'_{mna}] B_{2m} - \left(\tan \mathbf{f} - \frac{m\mathbf{nb}}{a\mathbf{g}^2} \right) D_{2m} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} & \left[I_{mnb} - \frac{\mathbf{e}'_{r2} n^2}{\mathbf{e}'_{r3} \delta^2} \frac{I'_{mnb}}{1 - \frac{n\mathbf{q}}{\delta}} \sum_{q=1}^{+\infty} x_q^2 \frac{1 - (-1)^q \cos(2mn\mathbf{q})}{(x_q^2 - m^2 n^2)^2} \frac{R_{Eq}(b)}{R'_{Eq}(b)} \right] A_{2m} + \\ & \left[K_{mnb} - \frac{\mathbf{e}'_{r2} n^2}{\mathbf{e}'_{r3} \delta^2} \frac{K'_{mnb}}{1 - \frac{n\mathbf{q}}{\delta}} \sum_{q=1}^{+\infty} x_q^2 \frac{1 - (-1)^q \cos(2mn\mathbf{q})}{(x_q^2 - m^2 n^2)^2} \frac{R_{Eq}(b)}{R'_{Eq}(b)} \right] B_{2m} - \\ & \frac{n^2}{2\delta^2} \frac{\mathbf{e}'_{r2}}{\mathbf{e}'_{r3}} \sum_{q=1}^{+\infty} \left\{ x_q^2 \frac{(-1)^q e^{jmn\mathbf{q}} - e^{-jmn\mathbf{q}}}{x_q^2 - m^2 n^2} \frac{R_{Eq}(b)}{R'_{Eq}(b)} \times \right. \\ & \left. \sum_{\substack{s=-\infty \\ s \neq m}}^{+\infty} \frac{(-1)^q e^{-jsn\mathbf{q}} - e^{jsn\mathbf{q}}}{x_q^2 - s^2 n^2} [A_{2s} I'_{snb} + B_{2s} K'_{snb}] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$C_{20} = \frac{K_{1b}}{I_{1b}} \frac{1 + \left(1 - \frac{n\mathbf{q}}{\delta}\right) \frac{R'_{M0}(b) K_{0b}}{R_{M0}(b) K_{1b}}}{1 - \left(1 - \frac{n\mathbf{q}}{\delta}\right) \frac{R'_{M0}(b) I_{0b}}{R_{M0}(b) I_{1b}}} D_{20} \quad (11)$$

$$\begin{aligned}
& \left[I'_{mnb} - \frac{m^2 n^4}{\delta^2} \frac{I_{mnb}}{1 - \frac{nq}{\delta}} \sum_{q=1}^{+\infty} \frac{1 - (-1)^q \cos(2mnq)}{(x_q^2 - m^2 n^2)^2} \frac{R'_{Mq}(b)}{R_{Mq}(b)} \right] C_{2m} + \\
& \left[K'_{mnb} - \frac{m^2 n^4}{\delta^2} \frac{K_{mnb}}{1 - \frac{nq}{\delta}} \sum_{q=1}^{+\infty} \frac{1 - (-1)^q \cos(2mnq)}{(x_q^2 - m^2 n^2)^2} \frac{R'_{Mq}(b)}{R_{Mq}(b)} \right] D_{2m} - \quad m = 0 \quad (12) \\
& \frac{mn^4}{2\delta^2} \frac{1}{1 - \frac{nq}{\delta}} \sum_{q=1}^{+\infty} \left\{ \frac{(-1)^q e^{jmnq} - e^{-jmnq}}{x_q^2 - m^2 n^2} \frac{R'_{Mq}(b)}{R_{Mq}(b)} \times \right. \\
& \left. \sum_{\substack{s=-\infty \\ s \neq m, s \neq 0}}^{+\infty} s \frac{(-1)^q e^{-jsnq} - e^{jsnq}}{x_q^2 - s^2 n^2} [C_{2s} I_{snb} + D_{2s} K_{snb}] \right\} = 0
\end{aligned}$$

2 色散关系

式(8)~(12)刻画了第 m 区幅值系数之间的关系,它实际上是一个 $4(2m+1)$ 行, $4(2m+1)$ 列的线性齐次方程组。由于 m 可以取无穷序列,所以是一组无穷行、无穷列的线性方程组。按照线性代数理论,式中的 A, B, C, D 不全为0的条件是其系数行列式为0。设 Δ_{ij} 代表其系数行列式,则有

$$\Delta_{ij} = 0 \quad (13)$$

式(13)即为系统的色散方程。因此,严格求解色散方程归结为求解一无穷行、无穷列的行列式,这是很困难的。在实际应用中,工作的空间谐波次数不高,而且高次角向空间谐波对色散的影响很小,故可以取有限项进行计算。根据经验,取3次空间谐波就可以达到需要的精度。

3 讨论

利用式(13)计算了两种实际行波管的翼片加载螺旋慢波结构的色散曲线,理论与实验吻合得较好,并与相应的简单翼片模型计算结果进行了对比,轻加载结构 A 和结构重加载 B 的计算结果如图 2、3 所示,其中所用参数如表 1 所示。

表1 螺旋慢波结构参数表

结构	b/a	c/a	$\theta / (^\circ)$	夹持杆数目	e_r	矩形夹持杆宽度比	λ/a	$q / (^\circ)$	翼片数目	b/a
A	1.280	2.186	13.86	3	6.5	0.515	10	9	1.280	
B	1.285	1.760	9.64	3	6.5	0.559	50	3	1.285	

从图2可看出,对加载翼片较轻的结构 A,简单翼片模型与实验的平均误差小于12%,有限厚度模型的误差小于6%,而且频带高端更接近实验值。从图3可看出,对加载翼片较重的结构 B,简单翼片模型与实验的平均误差小于15%,有限厚度模型的误差小于4%。一般地,有限厚度模型的计算精度要比简单模型高6%~10%。由于考虑了角向空间谐波,翼片加载的螺旋慢波结构的计算精度得到很大的提高。

如果改变角向谐波的阶数,比较高次角向谐波对结果的影响,由图4可得一阶与五阶空间谐波的计算结果相差小于1%,即高次角向谐波对计算结果的影响很小,因此,在实际计算中,取三阶角向空间谐波就能达到所需要的精度。再改变结构 B 的翼片中心夹角 q ,对数值计算结果进行比较。由图5可得,当 q 较小,即翼片加载较轻时, q 增大,相速减小;当 q 较大,即翼片加载较重

时, q 增大, 相速反而增大。即对翼片加载的螺旋慢波系统, 翼片中心夹角存在一个定值, 使相速最小。 q 取 40° 左右, 相速降到最低。对简单模型而言, 没有考虑角向空间谐波, q 取不同的角度, 得到的相速不变, 这显然与实际情况不符。

通过改变翼片顶端半径, 对计算结果进行比较。由图6可知, 当翼片顶端半径较小时(即加载较重), 则相速较低。当翼片顶端半径由大变小时(即翼片加载由轻变重), 色散曲线由正常色散变为反常色散。

若改变管壳半径, 对计算结果进行比较。由图7可知, 当管壳半径较大时(即翼片加载较重), 相速较低。当管壳半径由小变大时(即翼片加载由轻变重), 色散曲线由正常色散变为反常色散。

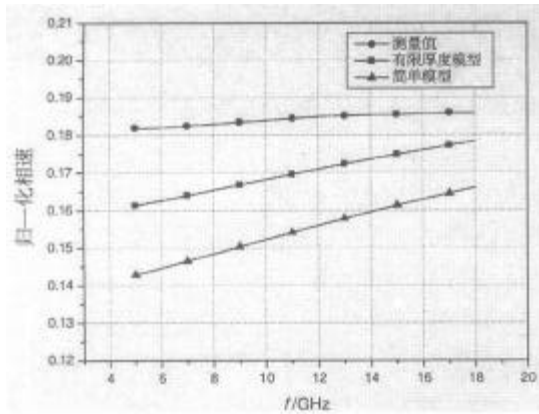


图2 结构 A 的色散曲线

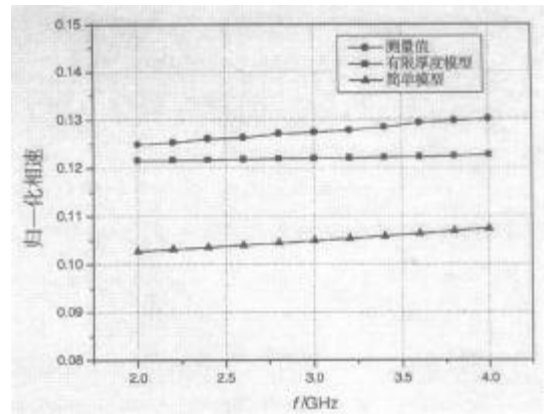


图3 结构 B 的色散曲线

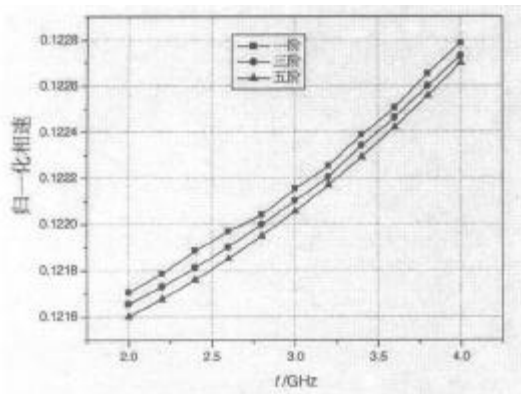


图4 结构 B 高阶角向空间谐波对色散特性的影响

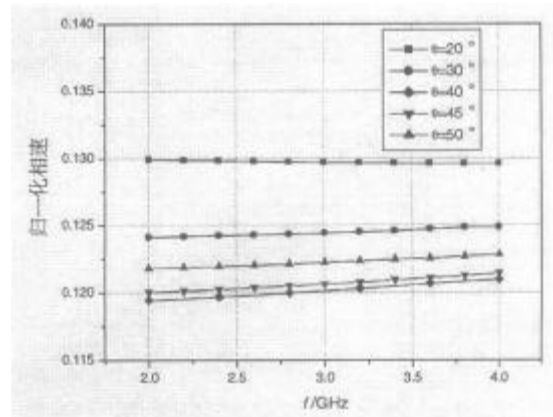


图5 结构 B 翼片中心夹角对色散特性的影响

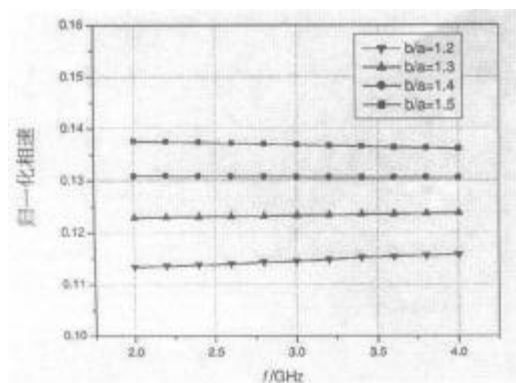


图6 结构 B 翼片顶端半径对色散性的影响

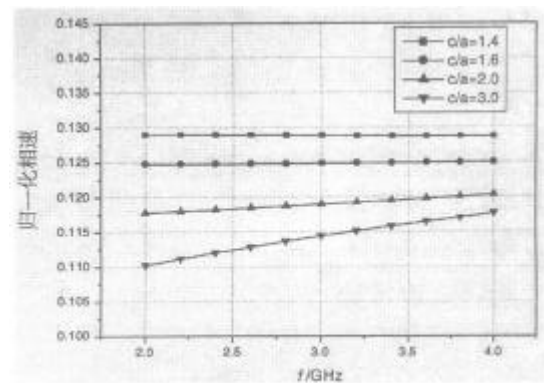


图7 结构 B 管壳半径对色散特性的影响

4 结束语

本文研究了有限厚度翼片加载螺旋线慢波结构的色散特性,利用导出的方程对两种不同结构进行了计算,并与简单翼片模型进行了比较,精度得到大幅提高。分析了加载翼片占空比、翼片个数和翼片顶端半径等对色散特性的影响,具有一定的普适性。

参 考 文 献

- 1 Pierce J R. Theory of the beam type traveling-wave tube. Proc.I.R.E, 1947, 35: 108
- 2 Pierce J R. Traveling-wave tubes. New York: Van Nostrand, 1950
- 3 Sensiper S. Electromagnetic wave propagation on helical structures. Proc.I.R.E, 1955, 43: 149-161
- 4 Ghosh S, Jain P K, Basu B N. Rigorous tape analysis of inhomogeneously-loaded helical slow-wave structures. IEEE Trans.Electron Devices, 1997, 44: 1 158-1 168
- 5 Agostino S D, Emma F, Paoloni C. Accurate analysis of helix slow-wave structure. IEEE Trans.Electron Devices, 1998, 45:1 605-1 613
- 6 王自成, 陈庆有, 吴鸿适. 带状螺旋慢波结构色散的研究. 电子学报, 1999,27(3):40-44
- 7 Paik S F. Design formulas for helix dispersion shaping. IEEE Trans. Electron Devices, 1979, 16: 1 010-1 014
- 8 Basu B N, Pal B B, Singh V N, *et al.* Optimum design of a potentially dispersion-free helical slow-wave circuit of a broadband TWT. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1985, 32: 461-463
- 9 Kumar L, Raju R S, Joshi S N, *et al.* Modeling of a vane-loaded helical slow-wave structure for broad-band traveling-wave tubes. IEEE Trans. Electron Devices, 1989, 36(9): 1 991-1 999
- 10 Raju R S, Joshi S N, Basu B N. Modeling of practical multi-octave-band helical slow-wave structure of a traveling-wave tube for interaction impedance. IEEE Trans.Electron Devices, 1992, 39(4): 996-1 001
- 11 Kravchenko N P, Loshakov L N, Pchel'nikov Y N. Computation of dispersion characteristics of a spiral placed in a screen with longitudinal ribs. Radio Eng. Electron. Phys., 1976, 121(1): 33-39

· 科研成果介绍 ·

基于同步采样的射频元器件分布参数矢量电流电压比例测试技术

主研人员: 秦开宇 严晓宇 周琳 何羚

研究了 RF I-V 法的基本原理及减小测量非线性的途径、RF I-V 法的电路结构与实现方法、射频阻抗分析误差校准、补偿模型和频率内插算法及其软件实现。研究了基于锁相同步、分时复用公共信号接收变换处理通道的数字化阻抗分析技术以及关键电路的设计实现。提出了一种基于直接中频采样、数字移相对消的镜像混频器方案,具有很好的混频线形特性及极高的镜像组合干扰抑制能力,简化了系统结构,进行了计算机仿真。研究了一种基于直接射频同步采样、预测式自适应迭代反馈技术的射频矢量信号测试方法,可以有效改善系统线形特性,拓展测量动态范围,提高系统响应速度,减小系统温漂等影响。

· 渠涌 ·