

电容式微机械加速度计系统动态特性研究*

陈宇晓**¹ 文贵印¹ 刘昌孝²

(1.中国工程物理研究院电子工程研究所 绵阳 621900; 2.电子科技大学 成都 610054)

【摘要】建立了电容式微机械加速度计闭环系统的二阶近似模型,分析了伺服电路增益和带宽对闭环系统动态特性的影响,提出了调节伺服电路参数来补偿系统动态性能的方法,给出了不同输入条件下系统初始启动稳定时间和输出误差的计算方法。

关键词 微机械加速度计; 闭环模型; 动态特性; 补偿方法; 系统响应

中图分类号 V241.45

Research on Dynamic Behavior of Micromachined Capacitive Accelerometer

Chen Yuxiao¹ Wen Guiyin¹ Liu Changxiao²

(1.Institute of Electronic Engineering,CAEP Mianyang 621900; 2.UEST of China Chengdu 610054)

Abstract The second-order proximate model on closed-loop system of Micromachined Capacitive Accelerometer is set up. Influence of the gain and bandwidth of servo-circuit on the dynamic behavior of closed-loop system is analyzed. The method to compensate dynamic performance of servo-system by adjusting the parameters of servo-circuit is put forward. The computational methods of start-up response time and output error of servo-system are given in different inputs.

Key words micromachined accelerometer; closed-loop model; dynamic behavior; compensatory method; response of system

微加速度计是基于微电子机械系统(MEMS)技术的微型惯性器件,具有传统加速度计无可比拟的优点,如微小型化和多功能化,是惯性导航加速度计的发展方向。目前硅微加速度计已经取得了较大发展,最具吸引力和最为成熟的是电容式静电反馈力平衡加速度计,其系统结构如图1所示,它由惯性敏感单元(亦称加速度计、惯性传感器)和伺服电子线路两部分组成。传感器受外给加速度并产生质量位移和伺服电路检测位移,并给出输出 V_{out} 及反馈电压 V_{fb} 。在加速度计的设计过程中,为满足性能指标必须反复调整传感器机械结构的基本参数,这样势必会影响整个系统的动态指标,本文通过一种简便方法来补偿损失的动态性能,分析了不同输入条件下系统的动态响应,提出了计算系统初始启动稳定时间和输出误差的方法。

1 加速度计闭环系统的二阶近似

加速度计结构中的闭环系统如图2所示。图中, M 为敏感质量, f_z 为传感器封装下的空气阻尼, K_z 为悬臂梁刚度, t 为低通滤波LPF时间常数, K_1 为放大增益, F_{fb} 为静电反馈力。由于传感器

2002年6月28日收稿

* 国家“九五”重点科研基金资助项目

** 男 30岁 硕士生

为二阶系统，引入电路极点 $-1/t$ ，则整个闭环系统为三阶系统。传感器的力学模型为质量、弹簧和阻尼器组成的经典二阶系统，其阻尼和带宽(固有谐振频率)为

$$\begin{cases} z = \frac{f_z}{2\sqrt{MK_z}} \\ \omega_n = \sqrt{\frac{K_z}{M}} \end{cases} \quad (1)$$

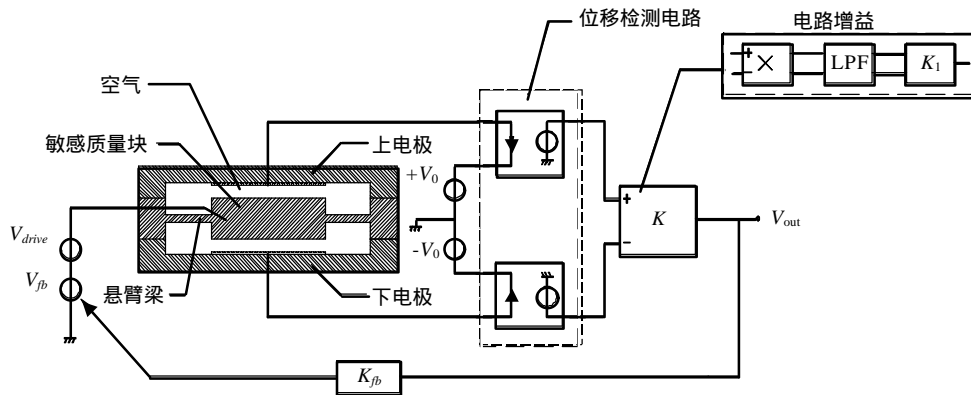


图1 电容式硅微加速度计系统基本结构框图

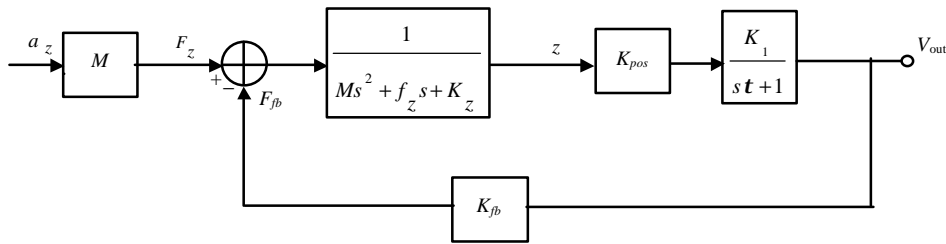


图2 加速度计闭环系统框图

实际情况下,由于传感器封装间距非常微小,气体阻尼 f_z 较大,同时质量块很轻,因此加速度计处于重过阻尼状态,此时传感器的两个机械极点的计算式为

$$\begin{cases} s_1 = -\frac{K_z}{f_z} \\ s_2 = -\frac{f_z}{M} \end{cases} \quad (2)$$

假定微加速度计机械结构参数如下(60 g 三明治结构微加速度计典型设计值):质量 $M=2.097 \text{ mg}$ 、悬臂梁刚度 $K_z=267.2 \text{ N/m}$, 空气阻尼 $f_z=1.935 \text{ kg/s}$ 。依据式(1)可计算出传感器阻尼 $z \approx 41$, 振频率 $f_{o,z} = \omega_n/2\pi \approx 1.8 \text{ kHz}$ 根据式(2)可得极点 $s_1 \approx -138 \text{ rad/s}$, $s_2 \approx -9.2 \times 10^5 \text{ rad/s}$ 所以通常情况下极点 s_2 要比 s_1 大4个数量级,假定此时电路极点满足 $s_1 \ll -1/t \ll s_2$,则传感器高频机械极点对整个闭环系统的影响可忽略不计,图2中传感器的二阶模型可用一阶系统 $1/(f_z*s + K_z)$ 替代。可以证明,当加速度计参数满足 $4MK_z/f_z^2 \ll 1$ 时,有助于问题分析的简化,此时闭环系统的传递函数为

$$H(s) = \frac{V_{out}(s)}{a_z(s)} = \frac{MK_{pos}K_1}{f_z t s^2 + (f_z + K_z t)s + (K_z + K_{pos}K_1K_{fb})} \quad (3)$$

依据信号与系统原理可得闭环系统的阻尼和带宽为

$$\begin{cases} z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t} + \frac{K_z}{f_z} \right) \sqrt{\frac{f_z t}{K_z + K_{pos}K_1K_{fb}}} \\ w_n = \sqrt{\frac{K_z + K_{pos}K_1K_{fb}}{f_z t}} \end{cases} \quad (4)$$

2 动态补偿方法

已经证明，加速度计闭环系统理论最佳阻尼是最大平滑阻尼 $z = 0.707$ (此时系统波特图上的过冲峰刚好消失)，系统带宽必须小于传感器的固有谐振频率(一般取谐振频率的1/10~1/2不等)。从式(4)看出，如果传感器结构参数发生变化，则系统阻尼和带宽也会发生改变，同时通过调整伺服电路参数可以很方便地补偿损失的动态性能。令伺服电路总增益 $K = K_{pos}K_1K_{fb}$ ，因此式(4)可重写为

$$\begin{cases} z = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{t} + \frac{K_z}{f_z} \right) \sqrt{\frac{f_z t}{K_z + K}} \\ w_n = \sqrt{\frac{K_z + K}{f_z t}} \end{cases} \quad (5)$$

从式(5)发现，当低通时间常数 t 固定，随着电路增益 K 增加，系统带宽 w_n 会随之增加而阻尼 z 随之减小；当增益 K 固定，随着时间常数 t 减小或低通带宽的增加，系统将获得一个更大的阻尼和更高的带宽。所以，电路极点 $-1/t$ 对闭环系统阻尼和带宽具有重要影响。图3给出随电路增益 K 或低通常数 t 变化的闭环系统波特图。图中曲线和为最佳低通和增益时的标准曲线，可以看出，当 t 固定随着增益 K 的增加，系统会获得一个更大的带宽和较小的阻尼，反之，当固定 K 随着 t 的减小，系统将获得一个更大的带宽和更大的阻尼。如果系统实测频响如曲线，则可以认为伺服电路增益过小，适当增加增益即可改善系统动态性能。同理，对曲线、
、
可进行类似分析，这在加速度计的动态设计中非常实用。

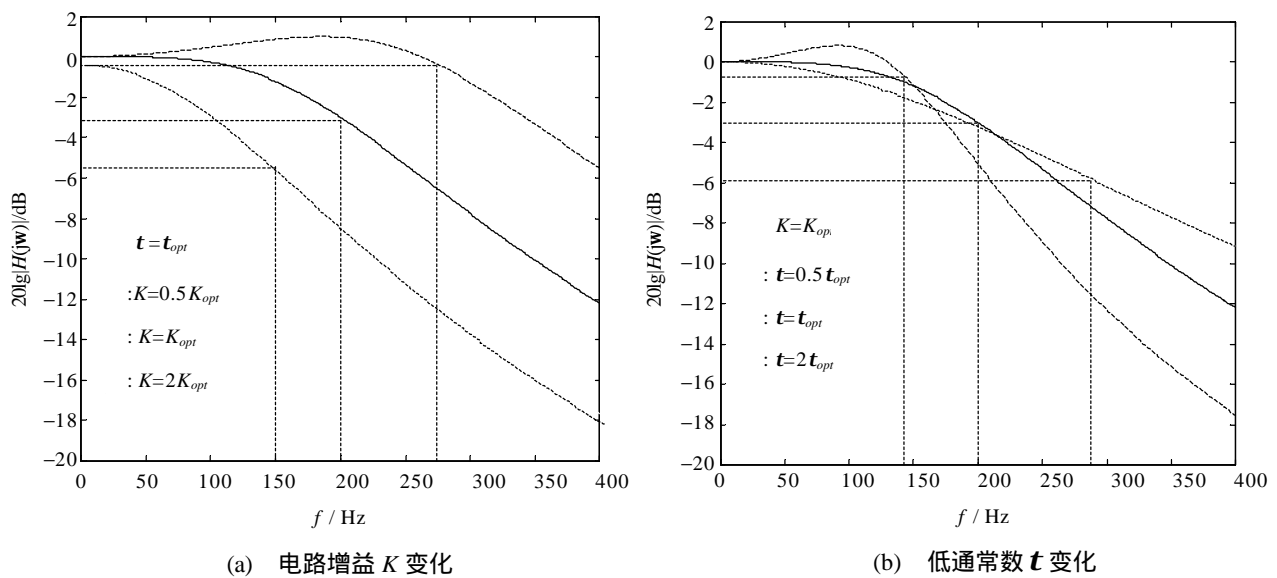


图3 闭环系统波特图

若系统动态指标事先确定, 利用式(5)可反推出最佳低通带宽和电路增益为

$$\begin{cases} t_{opt} = \frac{f_z}{2z\omega_n f_z - K_z} \\ K_{opt} = \frac{f_z^2 \omega_n^2}{2z\omega_n f_z - K_z} - K_z \end{cases} \quad (6)$$

依据加速度计典型结构参数, 假定闭环系统取最佳阻尼 $z = 0.707$, 系统带宽设为 $f_n = 200$ Hz (传感器固有谐振频率的1/9), 根据式(6)可求出最佳低通 $t_{opt} \approx 0.6$ ms, 增益 $K_{opt} \approx 1600$ 。

3 不同输入条件下系统动态响应分析

实际的输入加速度是一条非线性曲线, 而闭环系统的初始启动稳定时间(系统输出达到规定最大误差的时间)和输出误差随输入函数有所不同。此外, 实际加速度计系统的阻尼均小于1, 因此本文系统动态响应分析均在欠阻尼下进行。

3.1 单位斜坡响应

不失一般性, 考虑具有如下形式的单位斜坡函数 $a_z(t) = tu(t)$, 此时欠阻尼($z < 1 =$ 下闭环系统响应为

$$V_{out}(t) = k \left(t - \frac{2z}{\omega_n} - \frac{e^{-z\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-z^2}} \sin \left(\omega_n t \sqrt{1-z^2} - \arctan \left(\frac{2z\sqrt{1-z^2}}{1-2z^2} \right) \right) \right) u(t) \quad (7)$$

式中 k 为一系数因子, 所以系统的单位斜坡响应由系统输入、常数阶跃因子和指数衰减因子组成。此时, 系统有一个稳定的静差 $2z/\omega_n$, 或系统输出有失真, 但由于欠阻尼下系统带宽 $\omega_n \ll 2z$, 且系统输出与时间成正比, 因此当系统初始启动稳定时间或响应时间足够长时, 该误差的影响可忽略。系统误差 k_a 为

$$k_a = \frac{V_{out}(\infty) - V_{out}(t)}{V_{out}(\infty)} \quad (8)$$

由于时间稍长时 ($>$ 几 ms), 指数衰减因子对系统输出的贡献几乎为零, 因此欠阻尼下系统响应时间的近似计算式为

$$t_r = \frac{2z}{\omega_n k_a} \quad (9)$$

式(9)表明, 响应时间与系统阻尼成正比, 与带宽成反比。当取阻尼 $z = 0.707$ 、带宽 $f_n = 200$ Hz, 如果系统规定的最大误差 $k_a = 5 \times 10^{-4}$, 此时需要的响应时间 $t_r = 2.25$ s; 假定阻尼和最大误差不变, 但要求响应时间为 2 s, 则此时所需的带宽 $f_n \approx 225$ Hz, 最佳的低通常数和电路增益为: $t_{opt} \approx 0.54$ ms, $K_{opt} \approx 1811$ 由此可见, 调节伺服电路参数可以很容易地达到所期望的系统阻尼、带宽和响应时间等动态特性的任意组合。

3.2 正弦响应

若输入加速度呈一种缓变的正弦波动, 考虑输入正弦函数: $a_z(t) = \sin(\omega_a t) u(t)$, 其中 ω_a 为输入加速度角频率 ($\omega_a = 2\pi f_a$), 此时欠阻尼下闭环系统响应的一般形式为

$$V_{out}(t) = k(A \sin \omega_a t + B \cos \omega_a t + C e^{s_1 t} + D e^{s_2 t}) u(t) \quad (10)$$

式中 s_1 、 s_2 为闭环系统的两个极点, 当取最佳阻尼 $z = 0.707$ 时, 又因输入角频率较小, 系统带宽 $\omega_n \gg \omega_a$, 此时待定系数 A 、 B 、 C 、 D 可近似计算如下

$$\begin{cases} A \approx 1 \\ B \approx -\frac{2z\omega_a}{\omega_n} \\ C \approx \frac{z\omega_a}{\omega_n} + j\frac{1}{2\sqrt{1-z^2}}\left(\frac{\omega_a}{\omega_n}\right)^3 \\ D \approx \frac{z\omega_a}{\omega_n} - j\frac{1}{2\sqrt{1-z^2}}\left(\frac{\omega_a}{\omega_n}\right)^3 \end{cases} \quad (11)$$

再据欧拉公式和三角公式可将式(10)简化为

$$V_{\text{out}}(t) = k \left(\sin \omega_a t - \frac{2z\omega_a}{\omega_n} \cos \omega_a t - \frac{\omega_a e^{-z\omega_n t}}{\omega_n \sqrt{1-z^2}} \sin \left(\omega_n t \sqrt{1-z^2} - \arctan \left(2z\sqrt{1-z^2} \left(\frac{\omega_n}{\omega_a} \right)^2 \right) \right) \right) u(t) \quad (12)$$

式(12)表明，闭环系统的正弦响应也由三部分构成：第一项是系统输入，第二项是相位与输入恰好差 2 且幅度为常数的余弦波动干扰，第三项是指数衰减因子。由于随着时间的推移，指数衰减的非常快，因此系统响应第三项的贡献趋于零，此时输出误差主要来源于第二项的波动干扰，且输入频率一般较小，所以干扰幅度主要取决于系统带宽 ω_n ，因而增加带宽是减少系统失真的最有效手段。同时注意到在 $\omega_a t = k\pi$ 处($k=0,1,2,\dots$)输出达到最大误差为 $2z\omega_a/f_n$ ，在 $\omega_a = k\pi + (\pi/2)$ 处达到最小误差为零。实际上由于闭环系统带宽受限于传感器本身固有谐振频率，带宽取值不能太大，因此在加速度计系统的取样计算电路中应尽量避免在 $t = k/2f_a$ ($k=0,1,2,\dots$)时刻取样，以减小误差。

4 结 论

由于加速度计本身动态特性是重过阻尼状态，且可近似为一阶系统，因此整个闭环伺服系统可近似为一个由主导机械极点(低频极点)和外加电路极点(低通带宽)决定的二阶系统。

闭环系统的单位斜坡响应有一稳定静差，其初始启动稳定时间主要决定于系统带宽和规定最大误差；系统正弦响应有一相位差 $\pi/2$ 、幅度为常数的同频波动干扰，只有系统带宽远大于输入正弦频率，才能保证输出误差小于系统规定要求。

加速度计系统的理论最佳阻尼是最大平滑阻尼 $z = 0.707$ ，而系统带宽和响应时间 t ，则要依具体情况而设计。不管通过调整伺服电路参数(增益和带宽)可以轻而易举地达到所期望的系统动态特性(如阻尼、带宽和响应时间的不同组合)，因此本文所给出的式(6)和图3对加速度计闭环系统的动态设计具有实用性。

参 考 文 献

- 1 Van Kampen R P. Bulk-micromachined capacitive servo-accelerometer:[Doctoral Thesis]. Netherlands : Delft University Press , 1995
- 2 何铁春, 周世勤. 惯性导航加速度计. 北京: 国防工业出版社, 1983
- 3 张明友, 吕幼新. 信号与系统分析. 成都: 电子科技大学出版社, 1999
- 4 Oppenheim A V, Willky A S. Signals and systems. New York : Prentice Hall , 1997