

一种新型并联机床的最优轨迹规划

范守文^{*1} 徐礼钜² 甘泉¹

(1. 电子科技大学机械电子工程学院 成都 610054; 2. 四川大学制造科学与工程学院 成都 610065)

【摘要】提出了一种新型并联机床的最优轨迹规划方法，其过程是在参数空间进行轨迹规划，再将参数空间的运动轨迹映射到关节空间。在轨迹规划中，以雅可比矩阵条件数的倒数作为适应度函数，利用遗传算法优化了并联机床的多余自由度。仿真计算结果表明：最优轨迹规划方法既能给出并联机床加工过程中的灵巧构型，又可使得并联机床获得平稳的运动性能。

关键词 并联机床；轨迹规划；遗传算法；多余自由度

中图分类号 TP242 文献标识码 A

Optimal Trajectory Planning for New Type Parallel Machine Tool

Fan Shouwen¹ Xu Liju² Gan Quan¹

(1.School of Electromechanical Eng.,UEST of China Chengdu 610054; 2.School of Manufacturing Sci.&Eng.,Sichuan University Chengdu 610065)

Abstract A new trajectory planning method for a new type parallel machine tool is proposed in this paper. This method plans trajectory in parameter space first, then the trajectory is mapped into joint space. The redundant degree of freedom of parallel machine tool is optimized with genetic algorithm, and the reciprocal of condition number of jacobian matrix is chosen as adaption degree function. Results of simulation and calculation show that this method can gain not only dexterious configuration but also steady kinematic characteristic.

Key words parallel machine tool; trajectory planning; genetic algorithm; redunant degree of freedom

并联机床(Parallel Machine Tool)又称为虚拟轴机床(Virtual Axis Machine Tool)，是90年代中问世世的数控机床新结构，是机器人技术与机床结构技术结合的产物，其原型是并联机器人操作机。并联机床与传统五坐标数控机床相比具有以下优点：

- 1) 刚度重量比大；
- 2) 响应速度快；
- 3) 加工精度高；
- 4) 环境适应能力强；
- 5) 技术的附加值高。

并联机床还具有硬件简单、软件复杂的特点，是一种技术附加值很高的机电一体化产品^[1]。近年来，国内外研究者在这一领域进行了大量的研究工作。目前并联机床的原型大多都是基于Stewart平台及其变形型的结构。此类并联机床最大特点是加工精度高、结构抗震性及切削稳

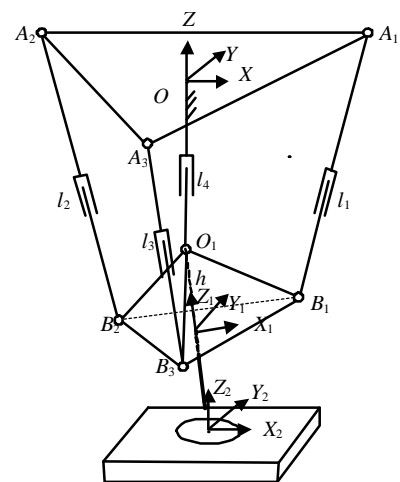


图1 新型并联机床布局方案图

2001年12月18日收稿

* 男 33岁 博士 副教授 主要从事工业机器人及设计自动化方面的研究

定性好,同时也存在工作空间小、难于实现大倾角加工等不足。这里提出了一种如图1所示时,四自由度空间并联机构的并联机床的新结构^[2],并对其进行了位置分析^[3]。

在五坐标镗铣类加工中,并联机床的动平台用作旋转刀具的载体,刀具的姿态只受到两个约束的作用,而对绕刀具轴线旋转的自由度没有特定的约束。这种完成基本作业要求不需要限制的自由度称为多余自由度,利用多余自由度可以增大作业空间,改善操作性能^[4]。

雅可比矩阵的条件数反映了机构输入与输出运动的传递关系,反映了机床在操作空间与关节空间之间速度和力线性传输的各向同性的能力,一些研究中采用了雅可比矩阵的条件数作为灵巧度的标准^[4-6]。

1 构形优化的遗传算法

1.1 适应度函数的选取

在图1所示的四自由度空间并联机构中,固定平台上个虎克铰在基础坐标系 R_0 中的位置记作 $A_i (i=1,2,3)$,动平台上三个球铰在动坐标系 R_1 中的位置记作 $b_i (i=1,2,3)$,在基础坐标系 R_0 中的位置记作 $B_i (i=1,2,3)$,动坐标系原点 O_1 在基础坐标系 R_0 中的坐标记为 P 。用欧拉角描述运动平台相对于固定平台的姿态。取动坐标系的三个连续旋转为:绕固定坐标系 Z 轴旋转 a 角;绕运动坐标系 X 轴旋转 b 角;绕运动坐标系 Z 轴旋转 g 角。旋转矩阵为

$$\mathbf{R} = \text{Rot}(Z, \mathbf{a})\text{Rot}(X, \mathbf{b})\text{Rot}(Z, \mathbf{g}) = \begin{bmatrix} \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{g} - \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b} \sin \mathbf{g} & -\cos \mathbf{a} \sin \mathbf{g} - \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{b} \cos \mathbf{g} & \sin \mathbf{a} \sin \mathbf{b} \\ \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{g} + \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{b} \sin \mathbf{g} & -\sin \mathbf{a} \sin \mathbf{g} + \cos \mathbf{a} \cos \mathbf{b} \cos \mathbf{g} & -\cos \mathbf{a} \sin \mathbf{b} \\ \sin \mathbf{b} \sin \mathbf{g} & \sin \mathbf{b} \cos \mathbf{g} & \cos \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (1)$$

因此

$$\mathbf{B}_i = \mathbf{R}\mathbf{b}_i + \mathbf{P} \quad (i=1,2,3) \quad (2)$$

由于该并联机床实现了位置和姿态的解耦,首先固定 l_4 的长度,其余三条腿的长度是运动的输入变量,记作 $\mathbf{l} = [l_1, l_2, l_3]^T$

因此

$$L_i = |\mathbf{B}_i - \mathbf{A}_i| \quad (3)$$

同时以 L_i 表示第 i 杆两铰间矢量

$$l_i^2 = L_i \cdot L_i \quad (4)$$

上式的两边对时间求导可得

$$l_i \cdot \dot{l}_i = L_i \cdot \mathbf{V}_{b_i} \quad (5)$$

式中 \mathbf{V}_{b_i} 是动平台上铰链点的速度, \mathbf{V}_{b_i} 也可由平台的角速度 $\mathbf{w} = [w_x, w_y, w_z]^T$ 和动平台上动坐标系原点 O_1 的速度 $\mathbf{V} = [0, 0, V_z]^T$ 求得

$$\mathbf{V}_{b_i} = \mathbf{V} + \mathbf{w} \times \mathbf{r}_{b_i} \quad (6)$$

式中 \mathbf{r}_{b_i} 是动坐标系原点至铰链点 b_i 的位置向量。注意到 $V_z = 0$, 于是有

$$l_i \cdot \dot{l}_i = (\mathbf{r}_{b_i} \times L_i) \cdot \mathbf{w} \quad (7)$$

将上式改写为矩阵的形式可得

$$\dot{\mathbf{l}} = \mathbf{J}\mathbf{w} \quad (8)$$

式中

$$\mathbf{J} = (\mathbf{r}_{b_1} \times L_1 / l_1 \quad \mathbf{r}_{b_2} \times L_2 / l_2 \quad \mathbf{r}_{b_3} \times L_3 / l_3)^T$$

在机构参数及运动平台在作业空间中的姿态 $[\mathbf{a}, \mathbf{b}]^T$ 给定的情况下,其雅可比矩阵可以表示为 \mathbf{g} 的函数

$$\mathbf{J} = \mathbf{J}(\mathbf{g}) \quad (9)$$

改变 \mathbf{g} 的取值,能够得到不同的雅可比矩阵,雅可比矩阵的条件数 C 也随之变化,其定义为

$$C = \frac{s_{\max}(\mathbf{J})}{s_{\min}(\mathbf{J})} \quad (10)$$

式中 $s_{\max}(\mathbf{J})$ 和 $s_{\min}(\mathbf{J})$ 为雅可比矩阵的最大奇异值和最小奇异值。

因此,优化的目标函数即是求出任意给定四自由度空间并联机构姿态情况下,使得雅可比矩阵的条件数 C 最小的构型,也就确定了多余自由度 g 。

在遗传算法中,以个体适应度的大小来确定该个体被遗传到下一代群体中的概率。个体的适应度越大,该个体被遗传到下一代的概率也越大;反之,个体的适应度越小,该个体被遗传到下一代的概率也越小。因此,适应度函数可取为雅可比条件数的倒数,即

$$f(\mathbf{g}) = \frac{1}{C} = \frac{s_{\min}(\mathbf{J})}{s_{\max}(\mathbf{J})} \quad (11)$$

由矩阵条件数的性质可知, $0 < f(\mathbf{g}) \leq 1$ 。

1.2 编码方法

多余自由度 g 可用一个12位的二进制符号串进行编码。12位二进制编码串可表示从0~4095之间的4096个不同的数。如果 g 的取值范围是 $[U_{\min}, U_{\max}]$ (影响 g 取值范围的因素有伺服腿的长度变化范围,各腿间的干涉及铰链上的转角限制。)^[4],则二进制编码的编码精度为

$$d = \frac{(U_{\max} - U_{\min})}{(2^{12} - 1)} < 0.001 \quad (12)$$

使用二进制编码方法,解空间和遗传算法的搜索空间具有一一对应的关系。本次计算中,将代码 y_i 转换为变量 x_i 的解码公式为

$$x_i = \pi \times \frac{y_i}{4095} \quad (13)$$

1.3 遗传算子

从进化的角度讲,新产生的群体应比上一代具有更好的适应度。在前代群体的基础上产生新一代群体的操作是靠遗传算子来实现的,基本的遗传算子有:

1) 选择算子(Selection)

选择算子是根据 M 个染色体的适应度函数值的大小来选择染色体进行复制,并将其拷贝到下一代。每个染色体被选择的概率为 p_s ,各个染色体被选中的概率与其适应度函数值的大小成正比。

2) 交叉算子(Crossover)

交叉算子是随机地选择两个染色体作为母体,再随机地产生染色体中的某一位置,将两个母体在这一位置后的子串进行交换,而形成两个新的染色体,染色体是否发生交叉由交叉概率 p_c 确定。

3) 变异算子(Mutation)

变异算子采用的是基本位变异操作,即以变异概率 p_m 指定染色体的变异点,然后在每一个指定的变异点处,对其基因值做取反运算,从而产生出一个新的染色体。

对经过遗传算子操作后产生的新一代群体又重新使用选择算子、交叉算子、变异算子进行操作,循环往复直到满足迭代过程结束的条件,最后通过解码运算,可得对应于最佳构形的周围腿的伸缩量 l_1, l_2, l_3 。

2 最优轨迹规划

设零件被加工表面 S 可用双三次 B 样条曲面方程表示

$$S_x(u, v) = UMP_x M^T V^T, S_y(u, v) = UMP_y M^T V^T, S_z(u, v) = UMP_z M^T V^T \quad (14)$$

式中 $S_x(u, v)$ 、 $S_y(u, v)$ 、 $S_z(u, v)$ 为样条曲面 S 上任一点的坐标值, u, v 为参变量, $U = [u^3, u^2, u, 1]$, $V = [v^3, v^2, v, 1]$, M 为常数矩阵, P_x 、 P_y 、 P_z 为几何系数矩阵,包含了 B 样条曲面的全部几何信息。

如果采用行切法加工曲面,先用相互平行的切削平面切割零件加工表面,得到希望的切削路径。则第 K 个切削平面上的曲线的方程为

$$A_k S_x(u, v) + B_k S_y(u, v) + C_k S_z(u, v) + D_k = 0 \quad (15)$$

零件被加工表面上的切削点 $M(u, v)$ 的法线矢量 N 可由下式求得

$$N = \frac{\partial S(u, v)}{\partial u} \times \frac{\partial S(u, v)}{\partial v} \quad (16)$$

将上式表示为分量的形式, 可得

$$\begin{cases} N_x(u, v) = \frac{\partial S_y}{\partial u} \frac{\partial S_z}{\partial v} - \frac{\partial S_y}{\partial v} \frac{\partial S_z}{\partial u} \\ N_y(u, v) = \frac{\partial S_z}{\partial u} \frac{\partial S_x}{\partial v} - \frac{\partial S_z}{\partial v} \frac{\partial S_x}{\partial u} \\ N_z(u, v) = \frac{\partial S_x}{\partial u} \frac{\partial S_y}{\partial v} - \frac{\partial S_x}{\partial v} \frac{\partial S_y}{\partial u} \end{cases} \quad (17)$$

进一步可求得单位法矢向量 Ne

$$Ne_x(u, v) = \frac{N_x(u, v)}{|N|}, Ne_y(u, v) = \frac{N_y(u, v)}{|N|}, Ne_z(u, v) = \frac{N_z(u, v)}{|N|} \quad (18)$$

式中

$$|N| = \sqrt{N_x^2(u, v) + N_y^2(u, v) + N_z^2(u, v)}$$

设加工过程中始终保持刀具轴线与被加工零件的曲面法线方向一致, 则由几何关系可得

$$\begin{cases} L_4 = H - S_z - (h + L) \cdot Ne_z \\ G_x = -S_x - (h + L) \cdot Ne_x \\ G_y = -S_y - (h + L) \cdot Ne_y \end{cases} \quad (19)$$

式中 H 为固定平台平面与工作台基础平面间的距离, h 为动平台棱锥的高, L 为刀具的长度, G_x 、 G_y 分别为工作台 X 、 Y 方向的位移量。

本文中采用先在参数空间进行轨迹规划, 然后将参数空间的轨迹映射到关节空间的轨迹的方法。即先规划 $\frac{d^2u}{dt^2}$, 然后可由下式求得 $\frac{du}{dt}$ 、 u

$$\begin{cases} \frac{du^{k+1}}{dt} = \frac{du^k}{dt} + \frac{d^2u^k}{dt^2} \\ u^{k+1} = u^k + \frac{du^k}{dt} t + \frac{t^2 d^2u^k}{2dt^2} \end{cases} \quad (20)$$

轨迹规划具体步骤如下:

- 1) 输入并联机构的结构参数, 被加工零件曲面的曲面方程参数;
- 2) 对曲面方程中的双参数之一的 u 进行规划, 将其分为 n 个区间, 计算 n 个点的加速度 $\frac{d^2u^k}{dt^2}$ ($k=1, 2, \dots, n$), 令 $k=0$;
- 3) 应用式(21)求得 $\frac{du^{k+1}}{dt}$ 、 u^{k+1} ;
- 4) 由式(15)求得参数 v^{k+1} ;
- 5) 由式(14)求得对应的加工点 S 的坐标值 (S_x, S_y, S_z);
- 6) 由式(17)~(19)求得单位法矢向量 Ne ;
- 7) 由式(20)求得中间腿的伸缩量 l_4 及工作台 X 、 Y 方向的位移量 G_x 、 G_y ;
- 8) 由遗传算法优化并联机构的构形, 得到对应于最优构形的周围腿的伸缩量 l_1 、 l_2 、 l_3 ;
- 9) 取下一点的加速度 $\frac{d^2u^{k+1}}{dt^2}$, $k=k+1$, 如果 $k>n$ 则结束, 否则转3);

3 数值实例

已知并联机床的结构参数如下:固定平台与动平台都为等边三角形, $R=500\text{ mm}$, $r=350\text{ mm}$, $h=100\text{ mm}$, $L=350\text{ mm}$, $H=1\ 500\text{ mm}$ 中间腿 l_4 的变化范围为 $500\sim 800\text{ mm}$,周围腿 l_1 、 l_2 、 l_3 的变化范围为 $525\sim 950\text{ mm}$ 。规划一段给定平面圆弧,圆弧半径为 100 mm ,其端点为:起点 $(-70.711, 29.289)$,终点 $(70.711, 29.289)$ 。给定参数 u 随时间变化的规律如图2所示。由前述方法,经编程计算得到了使矩阵条件数最优的自旋角 g 及各驱动腿长度随时间变化的曲线如图3、图4所示。

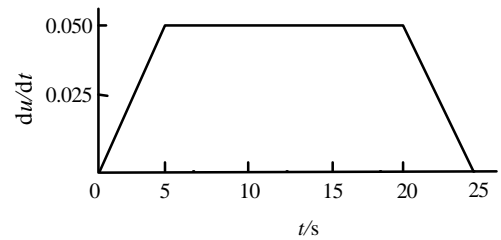


图2 参数 u 随时间变化规律

遗传算法的参数设定如下:群体大小 $M=100$,终止代数 $T=500$,交叉概率 $P_c=0.9$,变异概率 $P_m=0.05$ 。

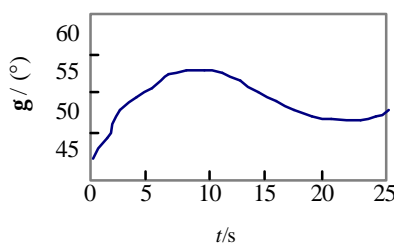


图3 自旋角 g 随时间变化曲线

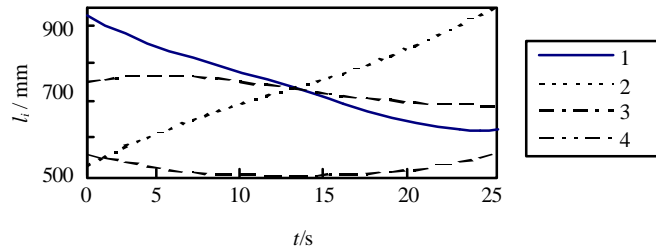


图4 各驱动腿长度随时间变化曲线

4 结论

本文通过以雅可比矩阵条件数的倒数作为适应度函数,利用遗传算法优化并联机床的多余自由度,建立了新型并联机床的最优轨迹规划方法。该方法既可以平稳运动性能,又可以获得并联机床的最优灵巧构形。仿真结果表明,上述方法是一种有效而实用的加工控制策略。

参考文献

- 汪劲松, 黄田. 并联机床—机床行业面临的机遇与挑战[J]. 中国机械工程, 1999, 10(10): 1 103-1 107
- 徐礼钜, 范守文, 李翔龙. 基于混联机构的虚拟轴机床[J]. 中国专利. 00120604.4, 2002-7-17
- 范守文, 徐礼钜, 甘泉. 一种新型虚拟轴机床的结构设计与位置分析[J]. 电子科技大学学报, 2001, 30(5): 464-467
- 杨向东, 李鸿, 汪劲松. 五自由度作业要求下Stewart平台的运动特性[J]. 清华大学学报, 1998, 38(11): 53-57
- 李铁民, 汪劲松, 杨向东, 段广洪. 基于Stewart平台数控机床的轨迹规划研究[J]. 中国机械工程, 1999, 10(10): 1 118-1 120
- Hong, Keum-Shik, Kim J.G. Manipulability analysis of a parallel machine tool: application to optimal link length design[J]. Journal of Robotic Systems, 17(8): 403-415

编辑 刘文珍