

真实头模型中的源电位计算方法与效果*

蔡永春** 尧德中

(电子科技大学生命科学与技术学院 成都 610054)

【摘要】建立了真实头模型中脑电正问题的边界元计算方法,应用消涨技术与隔离技术降低计算误差,保证了脑电正问题的计算精度。在此基础上,实现了真实头模型中的源电位和皮层电位的计算,计算结果表明,源电位是一种比皮层电位更好的成像物理量。

关键词 脑电; 皮层电位; 源电位; 边界元法

中图分类号 Q64; R318.04 **文献标识码** A

A Method to Calculate Source Potential in Realistic Head Model and Its Effectiveness

Cai Yongchun Yao Dezhong

(School of Life Science and Technology, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract In this work, a boundary element method was developed for the forward calculation of the source potential in a realistic head model. A high calculation precision is arrived through the use of the deflation technique and isolated problem approach. Based on the developed method, both source potential and the canonical cortical surface potential are calculated and compared, and the result indicates that the source potential is a better imaging modality than the cortical surface potential.

Key words electroencephalogram; cortical surface potential; source potential; boundary element method

在脑神经科学中,为了了解大脑的工作过程和机理,科学家们对大脑活动区域的情况进行了研究。脑电(EEG)是大脑内神经细胞群的电生理活动所产生的电场经由皮层、颅骨、头皮等组织构成的容积导体在头表面所形成的电位信息。容积导体中颅骨层的电导率较低,对大脑内活动的源所产生的电流有很强的模糊作用,所包含的源的空间信息不能准确反映大脑中源的情况。

为了从EEG信息中提取出更准确的源的空间信息,近年发展了多种高分辨脑电成像方法,其中最常用的是皮层电位成像法(Cortical Surface Potential Mapping, CPM)。因为皮层更靠近大脑活动的源,且皮层表面到源之间已没有颅骨的模糊作用,相比于头表EEG电位图像,皮层表面的电位图—CPM有更高的空间分辨率。CPM虽比EEG更直接反映源的情况,但CPM中包含有皮层以外的容积导体的影响,针对这一问题,提出了直接用源电位成像的技术(Source Potential Mapping, SPM)^[1]。SPM是源在无界均匀媒质中产生的电位。比较CPM和SPM可知,CPM是源在容积导体头模型中的皮层上形成的电位,电位信息中仍有头模型的影响;而SPM已把源置于均匀介质中,不存在头模型对电位分布的任何干扰,是电源的裸表述,它较CPM能更好地反映源的情况。目前,这一结果已在基于四层同心球模型的仿真研究中得到了证实^[1],本文就真实头模型中的情况进行较深入的研究。

2002年8月28日收稿

* 国家自然科学基金资助项目,编号:90208003和30200059;教育部科技重点项目、博士点基金、高校青年教师奖和优秀青年教师基金资助项目

** 男 22岁 硕士生 主要从事脑功能成像方面的研究

1 脑电正问题的边界元法

1.1 算法原理

在容积导体 W 中, 应用准静态场的麦克斯韦方程, 脑电活动可用线性泊松方程描述

$$\nabla^2 \mathbf{s}_r \ddot{O} = -\nabla \cdot \mathbf{J}_s \quad (1)$$

假设该容积导体由多个电导率不同的闭合导电层构成, 每一层用 W_r 表示, \mathbf{s}_r 是相应的电导率, 如 $r=0, 1, 2, 3$ 分别对应大脑层、颅骨、头皮和头皮以外的空气层; \mathbf{J}_s 是电流源, 描述大脑内的电活动, 在大脑以外的区域 $\mathbf{J}_s=0$, 彼此相连的区域有共同的边界条件

$$\begin{cases} \ddot{O}|_{G_i^-} = \ddot{O}|_{G_i^+} \\ \mathbf{s}_i^- \partial_n \ddot{O}|_{G_i^-} = \mathbf{s}_i^+ \partial_n \ddot{O}|_{G_i^+} \end{cases} \quad (2)$$

式中 $t=a, b, c$ 分别表示大脑与颅骨的边界、颅骨与头皮的边界、头皮与空气的边界。假设离开头的无限远点的电位为0, 则式(1)和(2)就唯一地决定了空间的电位分布。 G_i^+ 和 G_i^- 表示边界 G_i 的内部和外部; \mathbf{s}_i^- 和 \mathbf{s}_i^+ 为 G_i 的内部和外部区域的电导率, 如 $\mathbf{s}_a^- = \mathbf{s}_0$, $\mathbf{s}_b^+ = \mathbf{s}_2$ 。

应用格林公式把式(1)、(2)转化为边界上的积分形式^[2]

$$\ddot{O}_i(\mathbf{r}') = \frac{1}{\bar{\mathbf{s}}_i} \ddot{O}_i^\infty(\mathbf{r}') + \frac{1}{4\pi\bar{\mathbf{s}}_i} \sum_{k=a,b,c} \Delta \mathbf{s}_k \int_{G_k} \ddot{O}_k(\mathbf{r}'_0) dW_k \quad (3)$$

式中

$$d\dot{U}_k = \frac{(\mathbf{r}'_0 - \mathbf{r}')}{\|\mathbf{r}'_0 - \mathbf{r}'\|^3} \cdot dS_k \quad (4)$$

式中 $d\dot{U}_k$ 为立体角微元; dS_k 的方向是边界面的外法线方向; $F_i^\infty(\mathbf{r}')$ 表示电流源在单位电导率的无界空间中产生的电位, 当电流源 \mathbf{J}_s 简化为一电流偶极子 \mathbf{P} 时

$$\ddot{O}_i^\infty(\mathbf{r}') = \frac{\mathbf{P} \cdot (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)}{4\pi\|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0\|^3} \quad (5)$$

在式(3)~(5)中, \mathbf{r}_0 是偶极子源的位置, \mathbf{r}'_0 是边界上次级源的位置^[3], \mathbf{r}' 是边界上待计算场点的位置, $\bar{\mathbf{s}}_i = \frac{1}{2}(\mathbf{s}_i^- + \mathbf{s}_i^+)$, $\Delta \mathbf{s}_i = \mathbf{s}_i^- - \mathbf{s}_i^+$ 。

式(3)表明各边界点上的电位是由两部分构成:

- 1) 源处于无限大均匀媒质中时, 源在该点产生的电位;
- 2) 边界面上分布的等效偶极源(次级源)在该点产生的电位。

在脑电问题中, 实际的边界可离散化为很多平面小三角形, 式(3)中的积分可离散化为对各小三角形的积分。小三角形上的电位值可由三个顶点上的值通过插值获得, 通常有平均插值法、区域常数插值法、线性插值法和二次插值法^[4,5]。本文采用平均插值法, 即三角形上的电位等于三个顶点电位的平均值, 式(3)可转化为线性方程组的形式:

$$\bar{\mathbf{s}}\mathbf{F} = \mathbf{F}^\infty + \mathbf{A}\mathbf{F} \quad (6)$$

式中 只要先计算出了 \mathbf{F}^∞ 和 \mathbf{A} , 就可以解出电位向量 \mathbf{F} 。 \mathbf{A} 的计算主要是各小三角形相对于场点的立体角的计算; \mathbf{F}^∞ 则用已知的偶极源的位置和强度由式(5)直接算出。

1.2 影响计算精度的四项关键技术

1.2.1 立体角的计算

离散化式(3)的过程中需要计算三角形相对于场点的立体角 \dot{U} 。式(4)给出了一般形式的立体角微元的计算公式, 而本文的立体角计算公式为^[4]

$$\tan\left(\frac{\dot{U}}{2}\right) = \frac{\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})}{abc + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})c + (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})b + (\mathbf{b} \cdot \mathbf{c})a} \quad (7)$$

式中 \mathbf{a} 、 \mathbf{b} 、 \mathbf{c} 是场点到三角形三个顶点的向量, a 、 b 、 c 是它们对应的模。

当场点与一个三角形顶点重合时, 三角形对这个源点所张的立体角称为自立体角, 其公式为

$$\tan(\dot{U}) = \frac{-2\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}) \cdot ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{x})\mathbf{y} + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{y})\mathbf{x})}{(nxy + (\mathbf{x} \cdot \mathbf{y})n)^2 - ((\mathbf{n} \cdot \mathbf{x})\mathbf{y} + (\mathbf{n} \cdot \mathbf{y})\mathbf{x})^2 + (\mathbf{n} \cdot (\mathbf{x} \times \mathbf{y}))^2} \quad (8)$$

式中 \mathbf{x} 、 \mathbf{y} 是三角形的一个顶点(场点)到另外两个顶点的向量, x 、 y 是它们对应的模。

1.2.2 消涨技术

如果在由式(3)解出的边界电位结果上加一个任意常数, 它也能满足式(1)和(2), 这是因为式(2)只限定了边界上电位连续和法向电流密度恒定这两个边界条件, 并没有限定零电位参考点的条件。所以式(6)中的 \mathbf{F} 总有无数组解, 即系数矩阵 A 是奇异的, 为了解决这一问题, 提出了一种消涨技术(Deflation Technique)^[6], 引入矩阵 B 来代替 A , B 定义为

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} - \frac{\bar{\mathbf{S}}}{N} \mathbf{T} \quad (9)$$

式(6)变为

$$\bar{\mathbf{S}}\mathbf{F} = \mathbf{F}^\infty + \mathbf{B}\mathbf{F} \quad (10)$$

式中 N 是方程中未知数的总数, T 矩阵元素值均为1。经过消涨后式(10)的解是唯一的。

1.2.3 零电位条件

在实际中, 导电系统的电位零点在无穷远点, 利用消涨技术后的式(10)的解仍不能满足此要求, 为了解决这个问题, 需直接引入零电位点的条件。在以偶极子为源的容积导体模型中, 当以无穷远点为零电位点时, 边界面上的电位对面积的积分为0^[7], 即有

$$\oint_G \ddot{O}(\mathbf{r}') ds = 0 \quad (11)$$

仿真研究表明, 用这一条件对由式(10)计算出的结果进行电位调整后, 系统误差大为减小。

1.2.4 隔离技术

从理论上, 式(3)已解决了脑电正问题的求解, 但由于颅骨的电导率相对于其周围其他组织的电导率较低(约为大脑层电导率的1/80), 相当于给内部组织加上了一个绝缘层, 使头皮电位值小于大脑皮层的电位值, 皮层电位上很小的相对数值计算误差就会在头皮上引起很大的绝对计算误差, 而我们所需要的计算数据正是头皮上的电位值, 这种由电导率极低的颅骨层引起的计算误差放大(Error Magnification)问题称为隔离问题(Isolated Problem)。针对这一问题, 引入了“隔离”处理的思想^[3]。

在隔离问题的处理中, 把各层上的电位值分成两部分:

1) 隔离电位 \mathbf{j}_i^0 , 它表示当隔离层的电导率为0时各边界上的电位值。隔离层以外的边界上电位为一常数, 结合电位零点的条件, 隔离电位可取为0; 隔离层以内的边界上的电位可用式(3)计算得出;

2) 剩余电位 \mathbf{j}_t , 它是 \ddot{O}_t 与 \mathbf{j}_i^0 之差。

$$\mathbf{j}_t = \ddot{O}_t - \mathbf{j}_i^0 \quad (12)$$

它的计算式为

$$\mathbf{j}_t(\mathbf{r}') = \frac{1}{4\pi\mathbf{S}_t} \sum_{k=a,b,c} \Delta\mathbf{S}_k \int_{G_k} \mathbf{j}_k(\mathbf{r}'_0) dW_k - \frac{\mathbf{S}_a^+}{4\pi\mathbf{S}_t} \left[\int_{G_a} \mathbf{j}_a^0(\mathbf{r}'_0) dW_a + 2\pi\mathbf{d}_{ta} \mathbf{j}_a^0(\mathbf{r}') \right] \quad (13)$$

式中 \mathbf{d}_{ta} 是狄拉克函数, 当 $t = a$ 时, $\mathbf{d}_{ta} = 1$; 当 $t \neq a$ 时, $\mathbf{d}_{ta} = 0$ 。隔离电位和剩余电位算出后, 可得实际电位

$$\ddot{O}_t = \mathbf{j}_i^0 + \mathbf{j}_t \quad (14)$$

隔离问题是把里层电位和外层电位分别进行求解, 避免了里层的计算误差被相对放大地传递到外层。

1.3 软件实现及计算试验

在Matlab 6.0的平台上编写出了计算单层模型和三层模型的边界元法正问题程序, 把数值解和解析解的计算结果进行了比较^[8]。在有严格封闭解的单层球模型情况中, 球面被剖分为1 280个小三角形, 用边界元法计算出的模型中不同位置和方向的偶极子在边界上的电位与解析解之间的相对误差仅为0.2%左右, 表明方法已达到了较高的计算精度。真实头模型中的电位计算示例如图1所示, 计算得到的三层真实头模型中偶

极子矩为 $(-0.7, -0.5, 0.5)$ nAm和 $(-0.6, 0.7, 0.9)$ nAm。偶极子源位于 $(-30, -25, -35)$ mm和 $(-30, 25, 35)$ mm处。图中颜色的深浅表示电位的大小, 比较图1a、1b, 皮层电位具有较高的空间分辨率, 皮层电位与头皮电位在空间分辨率上的差异反映了颅骨层的模糊作用。下面的计算都是基于这一真实头模型, 三层的电导率取相对数值1.0(脑)、1/80(颅骨)和1.0(头皮)。

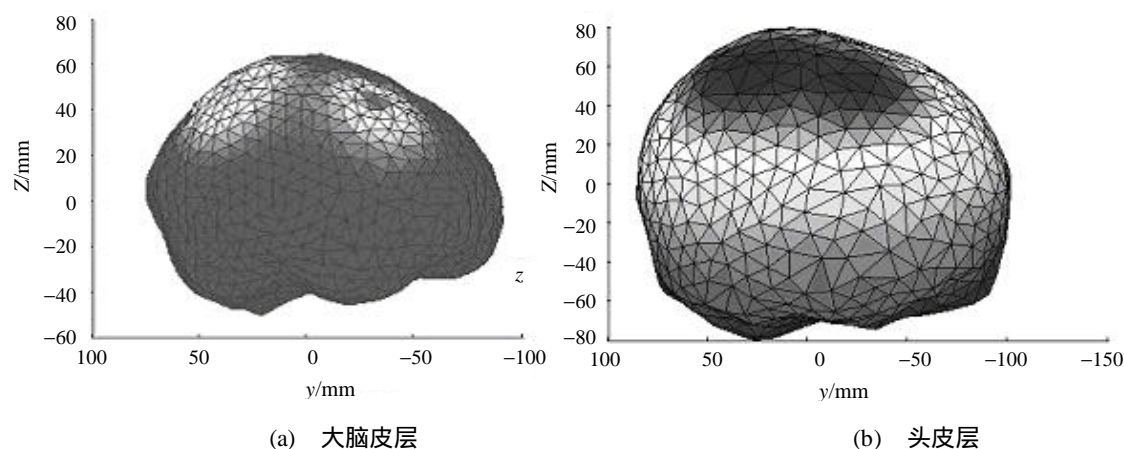


图1 真实头模型中的电位计算示例

2 源电位的计算方法及效果

2.1 源电位的计算方法

在真实头模型中, 偶极源在大脑皮层边界面上的电位可应用式(3)计算得出

$$\ddot{O}_{\text{cpm}}(\mathbf{r}') = \frac{1}{\mathbf{s}_a} \ddot{O}_a^\infty(\mathbf{r}') + \frac{1}{4\pi\mathbf{s}_a} \sum_{k=a,b,c} \Delta\mathbf{s}_k \int_{\mathbf{q}} \ddot{O}_k(\mathbf{r}') dW_{ak} \quad (15)$$

SPM的物理定义是电流源在电导率等于大脑的电导率的无界媒质空间中所形成的电位, 其计算式应为

$$\ddot{O}_{\text{spm}}(\mathbf{r}') = \frac{1}{\mathbf{s}_0} \ddot{O}_a^\infty(\mathbf{r}') \quad (16)$$

式(15)给出的皮层电位值由两部分构成:

- 1) 式(15)右边第一项表示的偶极源在均匀媒质中形成的电位;
- 2) 式(15)右边第二项表示的是头模型各边界面上的次级源的贡献, 即头模型的影响。

在大脑活动源的确定过程中, 期望得到较纯的源的空间信息, 但CPM中混有头模型的影响, 由于头模型的不规则性, 这个影响也是不对称的, 它可能把源的信息掩盖掉。式(16)给出的SPM电位是源在均匀媒质中形成的电位, 没有头模型的影响, 是源的裸表示, 所以相比于CPM, SPM更真实的反映源的空间状况, 下面针对真实头模型, 利用BEM方法, 用仿真计算来说明。

2.2 仿真计算结果

假设在大脑内部点 $(x, y, z) = (-30, 25, 25)$ mm和 $(-35, -20, 30)$ mm处分别有偶极矩 $(P_x, P_y, P_z) = (-0.2, 0, 1)$ nAm和 $(0.3, 0.2, 0.9)$ nAm的源, 它们在皮层表面的CPM和SPM电位图如图2a、2b所示, 根据

$\mathbf{F}_{\text{dpm}} = \mathbf{F}_{\text{cpm}} - \frac{1}{\mathbf{s}_a} \mathbf{F}_a^\infty$ 所成的图像如图2c所示, 即式(15)中右边第二项, 头模型的影响在CPM中的成分称为

干扰电位图(Disturbance Potential Mapping, DPM)。由式(16)得到 \mathbf{F}_{spm} 与 \mathbf{F}_a^∞ 只相差一个比例常数 \mathbf{s}_0 , 通过换算可得到

$$\mathbf{F}_{\text{cpm}} = \mathbf{F}_{\text{dpm}} + \frac{\mathbf{s}_0}{\mathbf{s}_a} \mathbf{F}_{\text{spm}}$$

所以CPM图像可看成DPM图像对SPM图像的干扰作用后的结果。比较图2a、b, SPM中源的位置比CPM中源的位置更清晰, 即SPM有更高的空间分辨率, 产生这种情况的原因是图2c的DPM对头皮电位产生了干扰影响。由图2c头模型(次级源)产生的效果相当于一些真实源产生的效果叠加到SPM上形成CPM, 使CPM与真实

情况发生偏离。而SPM没有头模型的影响,所以反映的是源的真实情况,与式(15)和(16)所反映的事实是吻合的。

当偶极源位于点 $(x, y, z) = (-20, 25, 15)$ mm和 $(-25, -20, 20)$ mm时计算得到的CPM、SPM、DPM图像如图3所示。

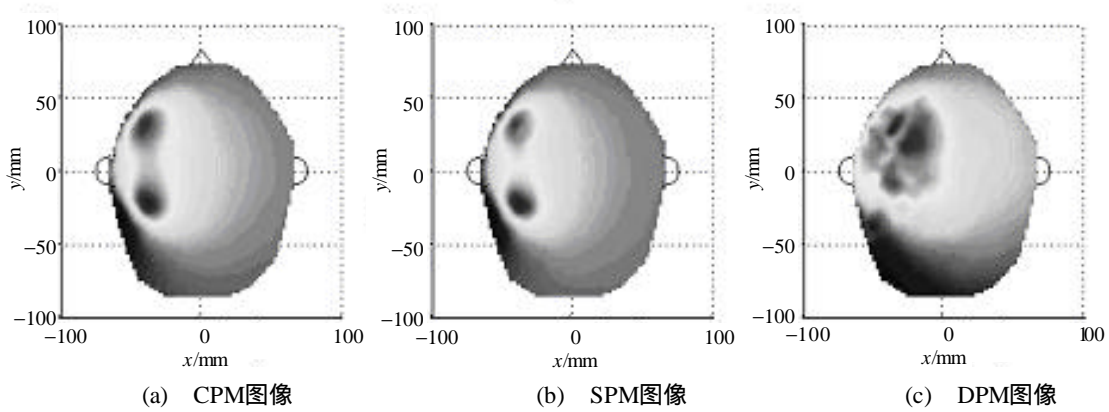


图2 源电位与皮层电位的对比图

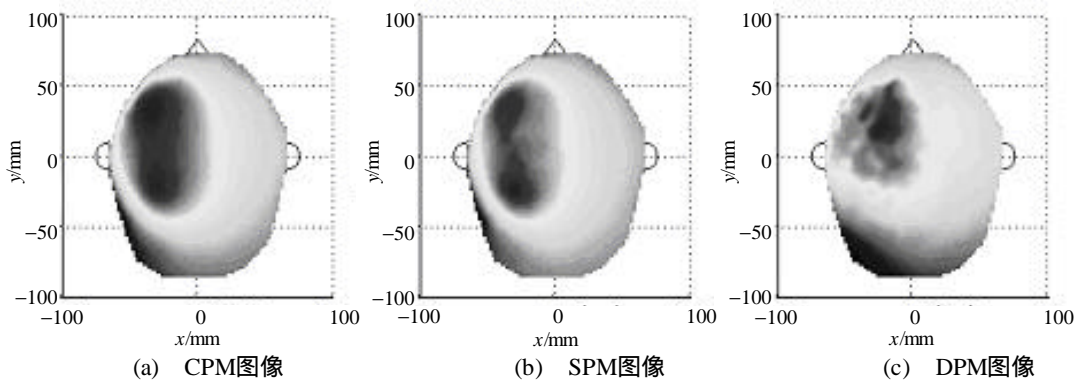


图3 源电位与皮层电位的对比图。

比较图3a、3b:图3a中已不能辨认两个源的具体位置,而图3b则相对清晰的反映了两个源的位置。与图2相比,图3中的DPM对SPM干扰更厉害,这是因为:

1) 一方面此例中的源更深,SPM本身较模糊,再加上DPM的影响,形成的CPM就不再能辨别出源的位置;

2) 另一方面此例中的DPM本身的空间分辨率较图1中的更低,相当于有一个空间频率很低的信号叠加到SPM中,使CPM中的空间高频成分相对很低,所以,不能更仔细的反映源的空间位置。

比较图2、3c:相同偶极矩的源在不同空间位置时,头模型对CPM电位的影响程度不同,源的位置越深,DPM的影响越大,用SPM代替CPM的意义更大。

为了了解头模型的电导率对CPM和SPM的影响,计算了在把颅骨的电导率 s_1 取为相对值1/15、/50、1/80、1/100和1/150等5种情况时, F_{cpm} 与 F_{spm} 的互相关系数如表1所示。

表1 不同颅骨电导率时 F_{cpm} 和 F_{spm} 之间的相关性系数

s_1	1/15	1/50	1/80	1/100	1/150
情况1	0.973 6	0.939 0	0.914 6	0.901 7	0.877 8
情况2	0.985 0	0.958 7	0.931 3	0.915 9	0.886 0

注:表中的情况1、情况2分别对应图2、图3中的源的情况

由表1,颅骨与其周围组织的相对电导率对 F_{cpm} 和 F_{spm} 的相关性有较大影响,相对电导率越小,二者的

相关性也越小,即头模型的影响越大。图2、3是在相对电导率为1/80的情况下得到的结果。

3 讨论

本文讨论了用边界元法求解脑电问题的自立体角计算方法、消涨技术、电位调整技术和隔离技术,运用这些技术使问题达到了较高精度。

SPM是源在均匀无界媒质中形成的电位,是源的裸表示。通过数学分析和仿真研究表明了SPM有更高的空间分辨率。模拟仿真的结果指出了源的情况(位置、大小、方向)不同时,头模型对皮层电位的干扰程度不同,当源的位置较深时,头模型的影响更大。真实头模型中颅骨的电导率不同时,头模型的影响大小也不同,颅骨相对电导率越低,头模型的影响越大。

参 考 文 献

- [1] Yao Dezhong. Source potential mapping:a new modality to image neural electric activities[J]. *Physics in medicine and biology*, 2001,4(6): 3 177-3 189
- [2] 尧德中. 脑功能探测的电学理论与方法[M]. 北京:科学出版社,2003
- [3] Meijs W H, Weier W, Peters M J, *et al.* On the numerical accuracy of boundary element method[J]. *IEEE Trans Biomed Eng*, 1989, 36: 1 038-1 049
- [4] Fuchs M, Drenckhahn R, Wischmann H A, *et al.* An improved boundary element method for realistic volume-conductor modeling[J]. *IEEE Trans Biomed Eng* 1998, 45: 980-997
- [5] Jonhan H M, Sander L S. Improving the accuracy of the boundary element method by the use of second-order interpolation functions[J]. *IEEE Trans Biomed Eng*. 2000, 47: 1 336-1 346
- [6] Lynn M S, Timlake W P. Theues of multiple deflations in the numerical solution of singular systems of equations,with applications to potential theory[J]. *SIAM J.Numer.Anal.*, 1968, 5: 303-322
- [7] Fishcher G, Tilg B, Modre R, *et al.* On modeling the Wilson Terminal in the boundary and finite element method[J]. *IEEE Trans Biomed Eng* 2002, 49: 217-225
- [8] Yao Dezhong. Electric potential produced by a dipole in a homogeneous conducting sphere[J]. *IEEE Trans Biomed Eng*, 2000, 47: 964-966

编辑 漆蓉