

R-FDTD法计算圆柱形单极天线辐射场*

傅友华** 王敏锡

(西南交通大学计算机与通信工程学院 成都 610031)

【摘要】采用一种高存储效率的改进时域有限差分算法对圆柱形单极天线进行了分析,得到了近场、远场的瞬态分布和天线辐射的物理过程;与普通时域有限差分算法的分析结果进行比较,所得的数值结果具有较高精度,节省了存储量和计算时间。

关键词 时域有限差分算法; 数值分析; 存储效率; 天线辐射

中图分类号 TN014 文献标识码 A

Accurate Calculation of the Radiation from a Cylindrical Monopole Using Reduced Finite-Difference Time-Domain Method

Fu Youhua Wang Minxi

(College of Computer and Communication Engineering, Southwest Jiaotong Univ. Chengdu 610031)

Abstract A modified version of the finite-difference time-domain method with increased memory efficiency is applied to the computation of the radiation from a cylindrical monopole. And the graphical displays presented for the transient near-zone and far-zone radiation from the antenna provide physical insight into the radiation process. The novel approach compared with the normal finite-difference time-domain has higher efficiency.

Key words finite-difference time-domain method; numerical analysis; memory-efficient; radiation from antennas

随着计算要求的提高,时域有限差分算法(finite-difference time-domain, FDTD)应用在复杂几何体的电磁分析方面有很大优势。为减小网格空间数值模的数值色散,网格单元尺寸要小于被研究媒质空间最小波长的十分之一。减少单元尺寸会加大计算存储量,而计算机存储量有局限性,对计算空域大的问题难以实现。本文将在直角坐标系中已取得效果的改进时域有限差分算法(reduced finite difference time domain, R-FDTD)用于圆柱坐标系中^[1],只需适当地增加计算和编程复杂度,就能实现在保持计算精度的同时减少计算的空间和时间复杂度。天线辐射场的计算在无线通信中有重要的指导作用,由于FDTD的局限性,FDTD算法一般只用在天线近区场的计算中,而远区场因空域大通常采用等效源原理求解。本文将R-FDTD算法用于圆柱形单极天线辐射场计算问题中,在不降低计算精度的同时比FDTD所需的存储量减少了33%,降低了计算时间。

1 基本的R-FDTD算法

节省存储空间的改进FDTD法较多,但都有编程复杂和应用空间的缺点。R-FDTD不用再细分计算区域,仍能存储的六个场分量减至四个,它还能用在导体和源区域,通过利用电位移的散度为0而不是无散电场

2002年11月8日收稿

* 国家自然科学基金资助项目,编号:69831020

** 女 24岁 硕士生 主要从事通信与信息系统中的无线通信方面的研究

来实现；对导体和有源区域，则通过计算感应电荷即电位移的散度($\nabla \cdot \mathbf{D} = \mathbf{r}$)来处理。该方法虽然只有四个场分量且感应电荷随时存在，但也能重构另两个场分量，满足标准的吸收边界条件，如MUR或完全匹配层PML边界条件。

由FDTD到R-FDTD算法思想如下：先考虑无源区，在FDTD法中，运用麦克斯韦方程的微分形式即安培定律和法拉第电磁感应定律

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} = \nabla \times \mathbf{H} \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E} \quad (2)$$

因为场分量不是独立的，都是相互关联的，六个标量场分量在整个计算域都要存储。由旋度的散度恒等于0，对式(1)、(2)两边取散度得 $\nabla \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{D} = 0$ ， $\nabla \cdot \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{B} = 0$ 。换成对时间的差分式为

$$\nabla \cdot (\mathbf{D}^{n+1/2} - \mathbf{D}^{n-1/2}) = 0 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\mathbf{B}^{n+1} - \mathbf{B}^n) = 0 \quad (4)$$

在无源区，假设在初始时刻 $t=0(n=0)$ ，整个计算区域所有的场量为0，即式(3)、(4)中的 $\mathbf{D}^{n-1/2} = 0$ ， $\mathbf{B}^n = 0$ ，得到

$$\nabla \cdot \mathbf{D}^{n+1/2} = 0 \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}^{n+1} = 0 \quad (6)$$

式(5)、(6)说明场量 \mathbf{D} 和 \mathbf{B} 在空间是相互独立的。由 $\mathbf{D} = \mathbf{eE}$ 和 $\mathbf{B} = \mathbf{mH}$ 满足式(5)、(6)，可得出无论媒质的特性如何，场量的独立都是存在的。因此由式(5)，可将 \mathbf{D} 矢量的三个电场标量中的一个用另两个电场标量表示，同理，由式(6)可对 \mathbf{B} 同样推导，即三个磁场标量中的一个用另外两个表示，将FDTD需存储的六个场分量减到四个。在二维情况麦克斯韦方程中只有三个标量场分量，也可用其中的两个表示另一个标量场分量，将存储的场分量由三个减到两个，使存储空间减少了33%。

在源区或导体中，研究的区域不满足式(5)、(6)，需考虑源区激励源或导体的感应电荷。由式(3)、(4)，并用 $\Delta \mathbf{D}^{n+1/2}(i, j, k)$ 来近似 $\nabla \cdot \mathbf{D}^{n+1/2}$ 得

$$\Delta \mathbf{D}^{n+1/2}(i, j, k) = \Delta \mathbf{D}^{n-1/2}(i, j, k) \quad (7)$$

$\Delta \mathbf{D}^{n+1/2}(i, j, k)$ 表示为

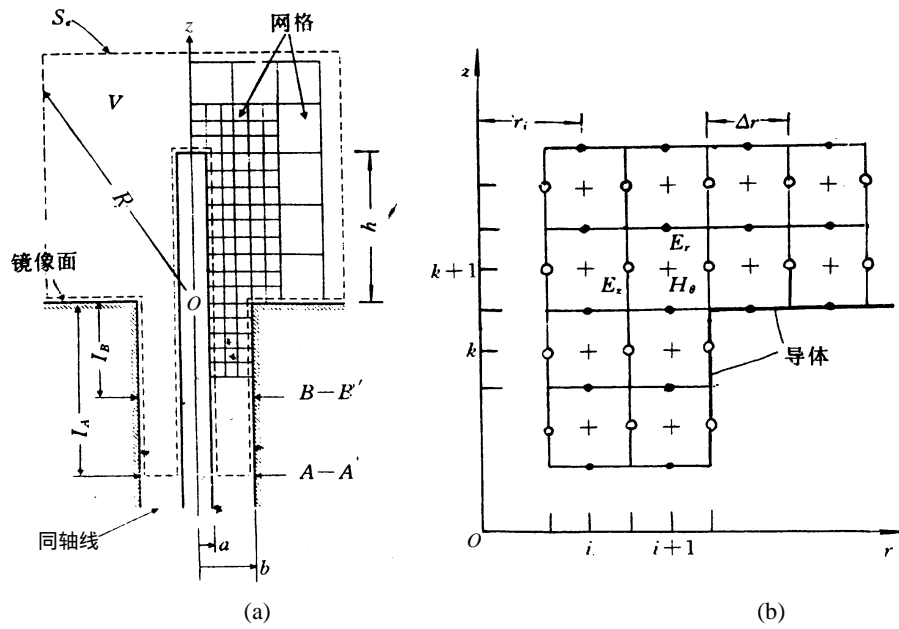
$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{D}^{n+1/2}(i, j, k) = & \frac{\mathbf{e}_{i,j,k} E_x^{n+1/2}(i, j, k) - \mathbf{e}_{i-1,j,k} E_x^{n+1/2}(i-1, j, k)}{\Delta x} + \\ & \frac{\mathbf{e}_{i,j,k} E_y^{n+1/2}(i, j, k) - \mathbf{e}_{i,j-1,k} E_y^{n+1/2}(i, j-1, k)}{\Delta y} + \\ & \frac{\mathbf{e}_{i,j,k} E_z^{n+1/2}(i, j, k) - \mathbf{e}_{i,j,k-1} E_z^{n+1/2}(i, j, k-1)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (8)$$

同样可以推导出三个电场分量中的一个用另外的两个电场分量表示。

2 圆柱形单极天线模型分析

单极天线几何结构如图1a所示，由同轴线经过外导体接地平面给其延伸的内导体部分馈电，形成单极天线。FDTD网格分布如图1b所示^[2]。

图1a中设下方同轴线的内外导体半径分别为 a 和 b ，单极振子的高度为 h ，同轴线工作于TEM模。因为结构具有旋转对称性，可将该辐射器看作是一个二维的电磁问题。在圆柱坐标系 (r, \mathbf{q}, z) 中，电磁场与 \mathbf{q} 无关。由于单极振子受同轴线TEM模($E_r, H_\mathbf{q}$)激励，因此把这种天线问题当作相关的TM模问题。取空间元 Δr 和 Δz ，时间元为 Δt ，则场分量 $f(r, z, t) = f(i\Delta r, k\Delta z, n\Delta t) = f^n(i, k)$ ，图1b中可看到，通过 z 轴截面上网格分布及相应场点位置。整个计算网格空间的边界为 S_e ，该边界由四部分组成：相应同轴线内外导体的表面、导体平板的表面、下方同轴线的A-A'横截面及上部环绕天线部分的圆柱面等。

图1 单极天线几何结构及FDTD网格图^[3]

3 圆柱形单极天线辐射场的计算

3.1 圆柱坐标中R-FDTD数值算法

在圆柱坐标中计算天线的辐射^[3], 式(5)变换为

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \frac{\partial D_r}{\partial r} + \frac{D_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial D_q}{\partial q} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_q}{\partial q} + \frac{\partial D_z}{\partial z} = 0$$

对于图1a中圆柱形天线问题, 采用TM模($\frac{\partial}{\partial q} = 0$ 、 $H_z = 0$), 上式的差分式为

$$[e_{i,k-0.5} E_r^{n+1/2}(i, k-0.5) - e_{i-1,k-0.5} E_r^{n+1/2}(i-1, k-0.5)] / \Delta r + e_{i,k-0.5} E_r^{n+1/2}(i, k-0.5) / r + [e_{i+0.5,k} E_z^{n+1/2}(i+0.5, k) - e_{i+0.5,k-1} E_z^{n+1/2}(i+0.5, k-1)] / \Delta z = 0$$

移项化为

$$E_z^{n+1/2}(i+0.5, k) = E_z^{n+1/2}(i+0.5, k-1) - \frac{\Delta z}{r} E_r^{n+1/2}(i, k-0.5) - \frac{\Delta z}{\Delta r} [E_r^{n+1/2}(i, k-0.5) - E_r^{n+1/2}(i-1, k-0.5)] \quad (9)$$

设已计算出整个计算域的 $E_r^{n+1/2}$ 和所有 $(i+0.5)$ 的 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k-1)$, 由式(9)可求得 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k)$, 即求得所有 $(i+0.5)$ 的某一 k 处的 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k)$, 再由FDTD公式求出 $H_q^{n+1}(i, k)$ 。 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k)$ 只在计算 $H_q^{n+1}(i, k)$ 时需要, 在计算 $H_q^{n+1}(i, k+1)$ 、 $H_q^{n+1}(i, k+2)$ 、... 时不需要, 所以只存一组所有 $(i+0.5)$ 的 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k-1)$, 更新为 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k)$ 。所以, 算法的开始需要已知 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, 1)$, 由FDTD得

$$E_z^{n+1/2}(i+0.5, 1) = E_z^{n-1/2}(i+0.5, 1) + \frac{\Delta t}{\epsilon_0 \Delta r} \frac{1}{r_{i+0.5}} [r_{i+1} H_q^n(i+1, 1) - r_i H_q^n(i, 1)]$$

计算 $H_q^{n+1}(i, k)$ 时所需的 $E_z^{n+1/2}(i-0.5, k)$ 和 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k)$ 都可由式(5)、(7)求得, 并存在 $E_z^{n+1/2}(i-0.5, k-1)$ 和 $E_z^{n+1/2}(i+0.5, k-1)$ 中。

边界条件的设置如图1a所示, 研究空间为网格区域, 它能将被研究的媒质“装入”, 图中的虚线是边界。导体表面纵向 $E_z=0$ 、横向 $E_r=0$, $H_q=J=i/h$ (i 为表面电流); 其他部分吸收边界条件的设置, 需在每个轴上占用三个单元, 时间需早2个时间步, 具体如下:

$$k=1 \text{ 时, } H_q^n(i, k) = \frac{1}{3} [H_q^{n-2}(i-1, k+1) + H_q^{n-2}(i, k+1) + H_q^{n-2}(i+1, k+1)];$$

$$i=\max r \text{ 时, } E_z^n(i, k) = \frac{1}{3} [E_z^{n-2}(i-1, k-1) + E_z^{n-2}(i-1, k) + E_z^{n-2}(i-1, k+1)] ;$$

$$k=\max z \text{ 时, } H_q^n(i, k) = \frac{1}{3} [H_q^{n-2}(i-1, k-1) + H_q^{n-2}(i, k-1) + H_q^{n-2}(i+1, k-1)]。$$

3.2 数值计算结果

用已推导的R-FDTD算法思想在MATLAB中编程实现。在正弦激励下,对天线周围场的瞬态变化进行仿真,也即电磁波分量 E_r 在某一时刻随空间变化。运算的总时间步数为1 000。R-FDTD算法与一般的FDTD算法计算结果比较如图2、3所示。

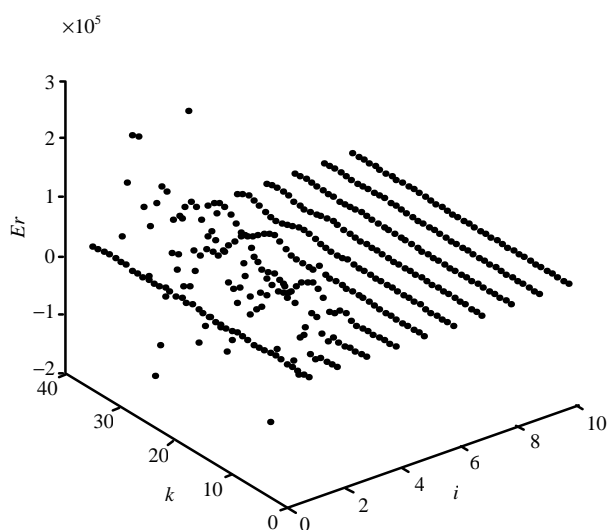


图2 FDTD法模拟波形

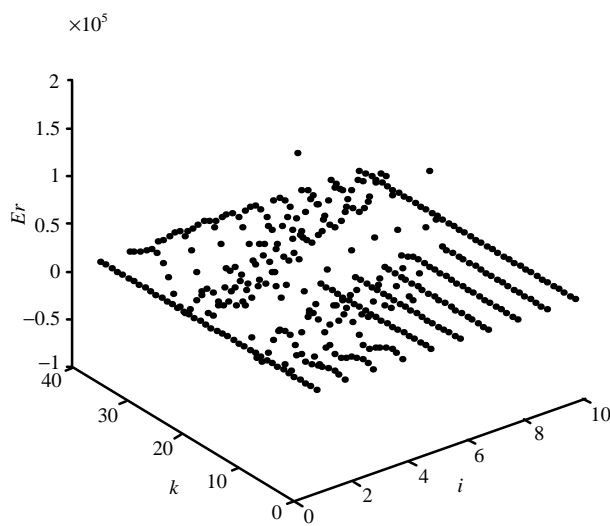


图3 R-FDTD法模拟波形

由图2、3可得到:R-FDTD与FDTD两种方法计算的结果基本相同,表明R-FDTD保持了计算精度;应用R-FDTD法可提高计算速度,其程序运行时间大约只有应用FDTD法运行时间的57%;R-FDTD将二维空间场矢量中本应存储的三个标量降低为两个,使存储空间减少了33%。

4 结论

本文在圆柱坐标系中采用R-FDTD来分析圆柱形单极天线,在保持计算精度的前提下,节省了存储空间、降低了运算时间。与传统的FDTD相比较,R-FDTD有明显优势,把它应用于天线辐射场的计算是一个较好的选择。R-FDTD不仅可用于二维、三维中,还可用于导体和源区。但是,R-FDTD增加了算法的复杂度,所以适合用在计算空域大的情况中,如天线辐射的远区场。

参 考 文 献

- [1] George D K, Franco D F, Gregory J P, *et al.* A memory-efficient formulation of the finite-difference time-domain method for the solution of maxwell equations. *IEEE Trans. On AP*, 2001, 49(7): 1 310-1 319
- [2] Maloney J G, Smith G S, Scott, *et al.* Accurate computation of the radiation from simple antennas using the finite-difference time-domain method[M]. *IEEE Trans. On AP*, 1990, 38(7): 1 059-1 068
- [3] 高本庆. 时域有限差分法 FDTD Method[M]. 北京:国防工业出版社, 1995
- [4] 汪文秉. 瞬态电磁场[M]. 西安:西安交通大学出版社, 1991

编辑 漆蓉