

加权GS算法的权因子对BOE整形效果的影响

董梅峰* 李 慎 龙 华

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】采用加权GS迭代算法，以高斯光束均匀化为例，模拟计算了算法中权因子的大小对所设计的BOE整形效果的影响；利用最佳权因子设计了16阶的二元光学元件，并与权因子为其他值时进行了比较。模拟结果表明，随着权因子的增大，均方差减小，而衍射效率降低，得到了最佳的权因子值。

关键词 二元光学元件；衍射效率；均方差；加权GS算法

中图分类号 TN249 文献标识码 A

Influence of Weight of Weighted GS Algorithm on Shaping Effects produced by BOE

Dong Meifeng Li Shen Long Hua

(School of physical Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract In this paper, Based on the weighted GS algorithm, as an example, a 16-phase level binary optical element designed for transforming the input Gaussian beam into nearly flat-top, The size of weight's influence to the binary optical element is numerically simulated, at the same time, we designed a 16-phase level binary optical element with the best weight, and compared with the results abstained by other weights, the simulation results show that with the increase of the weight, the averages square difference reduced, but the diffraction efficiency also reduced.

Key words binary optics element; diffraction efficiency; averages square difference; weighted GS algorithm

随着激光技术的发展，其应用领域不断扩展。通常的激光光强呈高斯分布，限制了某些领域的应用。如在激光加工及热处理、光学材料制作等领域，需要使用矩形和环形等激光光斑。在这些领域中都需要研制将微波或激光的强度进行重组的衍射元件，即二元光学元件(Binary Optical Elements, BOE)。

研究BOE的算法有很多种，其中主要有加权高斯(Gerchberg-Saxton, GS)^[1-3]、Y-G算法等^[4]。其衍射效率以及整形后的光束的质量(如光束顶部的均匀性)受到了高度重视。本文利用改进的加权GS算法设计BOE

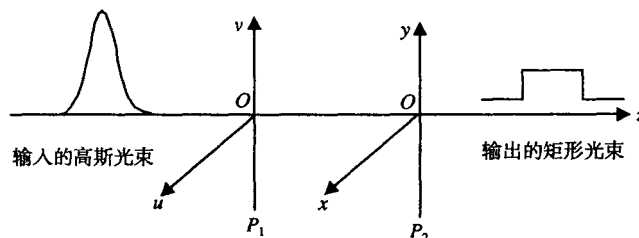


图1 基模高斯光束整形图

2002年4月22日收稿

* 女 30岁 研究生 主要从事激光束整形方面的研究

元件^[5], 将入射光波场的高斯分布, 转换成所需要的场分布, 转换效率为94.45%。并讨论了权因子对衍射效率和均方差的影响。

1 加权GS算法原理及程序设计

波场变换图如图1所示。入射光束的横向场分布为“高斯分布”, 在输入平面 P_1 处放置BOE元件, 整形后, 在输出平面(像平面) P_2 处得到横向场分布为均匀矩形的光束。平面 P_1 与平面 P_2 之间的距离为 L ; P_1 平面的边长为 a_0 , P_2 平面的边长为 b_0 。设 P_1 平面的波函数(即复振幅)为 $f(u, v)$, P_2 平面的波函数为 $F(x, y)$ 。在直角坐标情况下:

$$f(u, v) = a(u, v) \exp[ij_1(u, v)] \quad (1)$$

$$F(x, y) = A(x, y) \exp[ij_2(x, y)] \quad (2)$$

式中
$$a(u, v) = \exp\left(-\frac{u^2 + v^2}{w^2}\right) \quad (3)$$

式中 w 为高斯光束在 P_1 处的光斑半径; $j_1(u, v) = j_0(u, v) + j_{01}(u, v)$, $j_0(u, v)$ 是入射光束在BOE前表面的相位, 在垂直入射的情况下, 波阵面与BOE入射表面相重合, 所以 $j_0(u, v)$ 是一个常数。 $j_{01}(u, v)$ 是BOE对入射光的相位补偿。由于 $j_{01}(u, v)$ 和 $j_1(u, v)$ 只相差一个常数, 则可认为 $j_1(u, v)$ 为BOE的相位, 求出 $j_1(u, v)$ 后减去常数 $j_0(u, v)$ 即得BOE的相位。所以下面用 $j_1(u, v)$ 表示 P_1 平面上相位补偿, 又表示 P_1 平面上相位。

式(2)中 $A(x, y)$ 是 P_2 面上振幅分布。当 P_1 、 P_2 平面之间的距离大于BOE的特征衍射尺寸时, 可采用夫琅和费衍射理论, 也就是 P_1 、 P_2 平面上的场分布满足傅里叶变换关系。利用傅里叶变换关系, 可由已知的入射场分布和所需要的场分布, 经过多次傅里叶变换及其逆变换的迭代来得到要求的BOE的相位分布。

下面以第 n 次迭代说明加权GS算法的理论及其步骤:

- 1) 选择一个初始相位 $j_{10}(u, v)$ 通常是任意选取, 只用于第一次迭代作为迭代的初值。
- 2) 由式(1)可得 $f_n = a(u, v) \exp[ij_{1n}(u, v)]$, 然后对 f_n 进行傅里叶变化得到 F_n 。
- 3) 由 F_n 来计算出 F_n' , 其值为

$$F_n' = \begin{cases} \left| F_n''(x, y) \right| \frac{F_n(x, y)}{|F_n(x, y)|} & (x, y) \in w_2 \\ 0 & (x, y) \notin w_2 \end{cases} \quad (4)$$

式中 w_2 是想得到的图样区域, 其中 $|F_n''(x, y)|$ 由下式计算:

$$\left| F_n''(x, y) \right| = I A_0(x, y) + (1 - I) |F_n(x, y)| \quad (5)$$

式中 I 是权重因子, $A_0(x, y)$ 是 P_2 平面上所需要的振幅分布。其大小可以根据能量守恒定律求出

$$\int_{-a_0/2}^{a_0/2} \int_{-a_0/2}^{a_0/2} a^2(u, v) du dv = \int_{-b_0/2}^{b_0/2} \int_{-b_0/2}^{b_0/2} A_0^2(x, y) dx dy \quad (6)$$

- 4) 对 F_n' 做傅里叶逆变换得到 $f_n = a_n(u, v) \exp[ij_{1n}(u, v)]$ 。
- 5) 把 f_n 代入步骤2), 进行下一次迭代。

利用以下剩余函数来决定是否终止迭代^[5]:

$$M_0 = \iint_{-\infty}^{\infty} [|F_n(x, y)| - A_0(x, y)]^2 dx dy \quad (8)$$

由 F_n'' 代替 F_n 以后, M_0 变为

$$\begin{aligned} M_0' &= \iint_{-\infty}^{\infty} [|F_n''| - A_0]^2 dx dy = \iint_{-\infty}^{\infty} [I A_0 + (1 - I) |F_n| - A_0]^2 dx dy = \\ &= (1 - I)^2 \iint_{-\infty}^{\infty} [|F_n| - A_0]^2 dx dy = (1 - I)^2 M_0 \end{aligned} \quad (9)$$

由式(9)可以看到, 若 $0 < I < 2$ 时, 则有 $M_0' < M_0$, 由此可以得出加权GS算法收敛速度快。

2 模拟结果及分析

编程采用MATLAB 6.1。

在数值模拟过程中，波长 $\lambda=0.6328\ \mu\text{m}$ ，设计的BOE的边长为10 mm，分成16阶。需要得到的矩形光斑的边长为4 mm，从 $P_1 \sim P_2$ 的距离 $L = 500\ \text{mm}$ 。样点数目 N_1 、 N_2 均取200。

在模拟的过程中，衍射效率为

$$h = \frac{\sum_{i=1}^{N_2} |A(x,y)|^2 \Delta S_i(x,y)}{\sum_{j=1}^{N_1} |a(u,v)|^2 \Delta S_j(u,v)} \quad (10)$$

式中 N_1 、 N_2 分别是 P_1 和 P_2 面上的采样点数， $\Delta S_i(x,y)$ 与 $\Delta S_j(u,v)$ 分别是 P_2 输出面第 j 个取样间隔内和 P_1 面上第 i 个取样间隔内的面积。

在具体数值计算过程中，光斑均匀性的均方差 SE 定义为

$$SE = \frac{\sum_{i=1}^{N_2} (A_i - A_{0i})^2}{\sum_{i=1}^{N_2} A_{0i}^2} \quad (11)$$

式中 A_i 是 P_2 平面上矩形光斑处各采样点的振幅值， A_{0i} 是 P_2 平面上矩形光斑处采样点振幅的平均值。

由式(10)、(11)计算出衍射效率和均方差。从而得到衍射效率和均方差随权因子的变化情况。如表1所示。

表1 衍射效率和均方差随权因子变化而变化的值

l	$h/(%)$	$SE/(%)$	l	$h/(%)$	$SE/(%)$
0.1	96.82	14.48	1.1	94.71	3.56
0.2	96.63	9.40	1.2	94.58	3.40
0.3	96.22	7.49	1.3	94.42	3.20
0.4	95.89	5.93	1.4	94.45	3.01
0.5	95.72	5.22	1.5	94.29	3.02
0.6	95.35	4.68	1.6	94.20	3.19
0.7	95.37	4.23	1.7	93.90	2.92
0.8	95.10	3.96	1.8	93.90	2.97
0.9	95.17	3.81	1.9	93.73	3.00
1.0	94.92	3.69	2.0	93.41	3.05

图2、3分别是衍射效率与均方差随权因子变化而变化的曲线。由图2、3可知，随着权因子 l 的增大，衍射效率降低，而均方差也减小。权因子取在1.0~1.4之间时，均方差变化缓慢，衍射效率也不低。

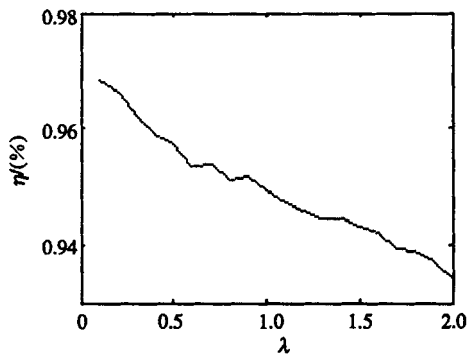


图2 衍射效(η)率随权因子变化图

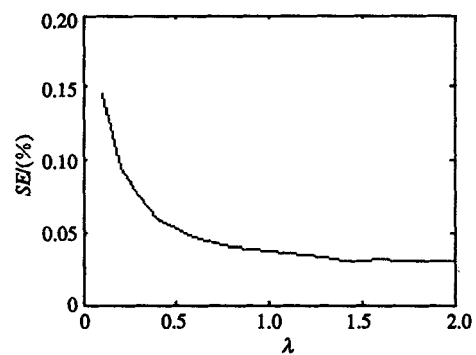


图3 均方差(SE)随权因子变化图

在分析衍射效率和均方差随权因子变化的关系的基础上,取权因子为1.4设计了BOE,其整形后的光强分布如图4所示,并与权因子为0.2时做了对比,如图5所示。

由模拟的结果可以看出,权因子越大,整形后的顶部均匀性越好;但同时也可以看出在所需要的矩形光斑之外不但存在光分布(理想的情况下,矩形光斑之外是不存在光分布的),而且权因子越大光的分布越强。这正说明了从图2中所得的结果:随着权因子的增大,衍射效率是降低的。

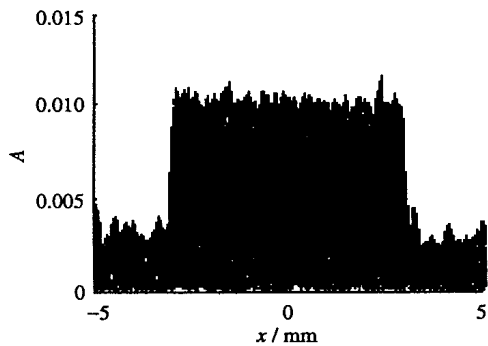


图4 权因子为1.4时的输出光强分布

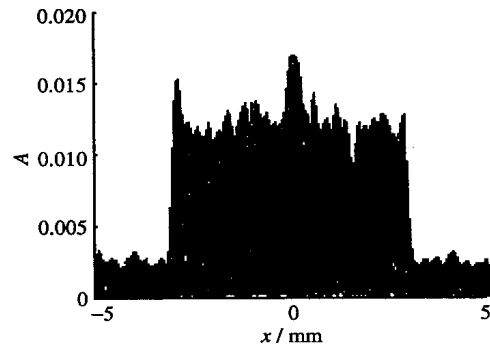


图5 权因子为0.2时的输出光强分布

3 结束语

本文分析并模拟了加权GS算法中权因子对衍射效率和均方差的影响,给出了衍射效率和均方差随权因子变化的规律,由分析可知衍射效率随权因子的增大而降低,而均方差减小。在具体应用时,可以选择适合的权因子。

参 考 文 献

- [1] Gerchberg R W, Saxton W O. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plan pictures[J]. Optik, 1972, 35(2): 237-246
- [2] Christopher Kopp, Efficient beamshaper homogenizer design combining diffractive optical elements, microlens array and random phase plate pure [J]. Appl. Opt., 1999, 40(1): 398-403
- [3] Fienup J R. Iterative method applied to image reconstruction and to computer generated holograms[J]. Opt. Eng, 1980, 19(4): 297-306
- [4] 杨国桢,董碧珍,顾本源. 衍射光学元件的设计新方法[J]. 激光与光电子学进展, 1995, 23(4)
- [5] Kotlyar V V, Seraghimovich P G, Soifer V A. Proceedings of SPIE "Image processing and computer optics"[J]. 1994, 2 363:177

编辑 孙晓丹