

展期套期保值策略研究

伍海军, 马永开

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

【摘要】分析了展期套期保值者头寸的价值变化量,研究了展期套期保值的修正基差和基差风险,根据展期套期保值者头寸价值变化量的分析,建立了展期套期保值模型,得出了展期套期保值的最优套期保值比率和最小展期套期保值基差风险,并应用精算学中的分摊方法,给出对展期套期保值进行动态跟踪调整的策略。

关键词 展期;套期保值;分摊;动态调整;展期基差

中图分类号 F832.5 文献标识码 A

On Rolling Strategy of Hedging

Wu Haijun, Ma Yongkai

(School of Management Science, UEST of China Chengdu 600054)

Abstract In this paper, we analyzed the change in the value of rolling hedger's position and studied the basis of rolling hedge and basis risk. The rolling hedge model is established based on the change in the value of rolling hedger's position and drove out the optimal hedging ratio and the minimum rolling basis risk. The dynamic adjustment was discussed in the paper on the basis of the sharing idea from actuarial science.

Key words rolling; hedging; sharing; movable adjustment; rollover basis

利用期货合约对资产进行套期保值是生产者和投资者转移、减少或分散现货资产价格波动风险的有效手段^[1]。由于期货市场对期货资产的种类和期限都有明确的规定,使交易者无法获取期限足够长的合约,或者出于流动性的考虑而将期货合约向前滚转,即为展期套期保值^[2],文献[3~5]的研究涉及了这类多阶段套期保值问题,本文则对展期套期保值策略进行研究。

1 套期保值的展期策略分析

考虑一个公司,在 t_0 时刻希望运用空头套期保值来减少 t_n 时刻收到现货资产的价格波动风险,如果存在 n 个期货合约(不一定所有合约在 t_0 时刻都有交易),到期日逐个后延,则采用如下展期策略:

t_0 时刻,以价格 G_0 卖空期货合约1

t_1 时刻,以价格 F_1 平仓期货合约1,同时以价格 G_1 卖空期货合约2

⋮

t_n 时刻,以价格 F_n 平仓期货合约 n

对于多头展期套期保值,其展期过程可以类似得出。从分析展期过程发现,在整个套期保值期间存在 n 个不确定性的来源,在 t_n 时刻期货合约 n 的价格与现货资产价格之差存在不确定性。另外,在 $n-1$ 个展期时刻,新开仓合约价格与前一个合约平仓价格之差也存在不确定性,这种不确定性是由于期货合约向前展期

收稿日期:2003-05-05

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(79725002)

作者简介:伍海军(1974-),男,硕士,讲师,主要从事金融投资与金融工程方面的研究。

而产生, 称其为展期基差。

设 t_i 时刻现货资产价格为 S_i , 最优套期保值比率为 k_i , 则 $k_i(G_{i-1} - F_i)$ 即为第 i 个合约的收益, 其总收益为 $\sum_{i=1}^n (k_i G_{i-1} - k_i F_i)$, 这样保值者在 t_n 时刻获得的有效价格为 $S_n + \sum_{i=1}^n (k_i G_{i-1} - k_i F_i)$, 故在整个展期套期保值期间, 展期套期保值者头寸的价值变化量为

$$v = S_n + \sum_{i=1}^n (k_i G_{i-1} - k_i F_i) - S_0 \quad (1)$$

从式中可见, v 反映了展期套期保值的 n 个风险来源, 将式(1)变形得到

$$v = (S_n - k_n F_n) + [(k_2 G_1 - k_1 F_1) + (k_3 G_2 - k_2 F_2) + \cdots + (k_n G_{n-1} - k_{n-1} F_{n-1})] - (S_0 - k_1 F_0) \quad (2)$$

式中 $(S_n - k_n F_n)$ 为合约 n 的到期基差, 中括号内即为 $n-1$ 个展期时刻所产生的展期基差, 反映了展期套期保值的所有风险来源, 因此, 本文先定义展期套期保值基差。

定义 1 展期套期保值基差是最后一个合约的到期基差与所有展期时刻的展期基差之和。

式(2)中 $(S_0 - k_1 F_0)$ 即为第1个期货合约的初始基差, 而现货价格 S_0 和期货合约1的开仓价格 G_0 已知, 且 k_1 为常数, 因此 $(S_0 - k_1 F_0)$ 是一个常数, 由概率知识及定义1, 得到下面定理。

定理 1 在展期套期保值期间, 保值者头寸的价值变化量减去第一个合约的初始修正基差就是展期套期保值修正基差; 保值者头寸的价值变化量的方差就是展期套期保值的基差风险, 即展期套期保值基差风险为 $\mathbf{s}^2 = V_{ar}(v)$ 。

进一步分析发现, 在展期时刻 t_i 现货资产并没有参与实际交割, 套期保值并未结束, 而是向前展期, 由于期货资产与现货资产存在相关性, 此时现货价格 S_i 的波动也必定对后续的期货价格产生影响。由式(2)变形得到

$$v = \sum_{i=1}^n (S_i - S_{i-1}) - \sum_{i=1}^n (k_i F_i - k_i G_{i-1}) \quad (3)$$

为描述方便, 本文定义矩阵行和变换 $\mathbf{F}(\cdot)$ 。

定义 2 对任意矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$, 令变换 $\mathbf{F}(A) = \left(\sum_{j=1}^m a_{ij} \right)_{n \times 1}$ 。

根据定义2, 当 B 为 n 阶对角矩阵时, 对任意 n 阶方阵 A 满足 $A \cdot \mathbf{F}(B) = \mathbf{F}(AB)$ 。

为叙述方便, 引入 $\Delta S_i = S_i - S_{i-1}$, $\Delta F_i = F_i - G_{i-1}$, $\mathbf{s} = (\Delta S_1, \Delta S_2, \cdots, \Delta S_n)^T$, $\mathbf{f} = (\Delta F_1, \Delta F_2, \cdots, \Delta F_n)^T$, $\mathbf{k} = (k_1, k_2, \cdots, k_n)^T$, $\mathbf{e} = (1, 1, \cdots, 1)^T$, $\mathbf{F} = (\mathbf{s}_{F_i F_j})_{n \times n}$, $\mathbf{S} = (\mathbf{s}_{S_i S_j})_{n \times n}$, $\mathbf{C} = (\mathbf{s}_{S_i F_j})_{n \times n}$, 其中 $\mathbf{s}_{S_i S_j}$ 是 ΔS_i 与 ΔS_j 的协方差, $\mathbf{s}_{F_i F_j}$ 是 ΔF_i 与 ΔF_j 的协方差, $\mathbf{s}_{S_i F_j}$ 是 ΔS_i 与 ΔF_j 的协方差。

利用矩阵知识, 式(3)可以改写为

$$v = \mathbf{s}^T \mathbf{e} - \mathbf{k}^T \mathbf{f}$$

由定理1, 易求得展期套期保值的基差风险为

$$\mathbf{s}^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{S} \mathbf{e} + \mathbf{k}^T \mathbf{F} \mathbf{k} - 2\mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{k}$$

为了确定展期套期保值的最优套期保值比率向量 \mathbf{k} , 建立下面的模型

$$\min \mathbf{s}^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{S} \mathbf{e} + \mathbf{k}^T \mathbf{F} \mathbf{k} - 2\mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{k}$$

由 $\nabla \mathbf{s}^2 = 0$ 可以导出 $\mathbf{F} \mathbf{k} = \mathbf{C}^T \mathbf{e}$, 得到下面定理。

定理 2 设 A^+ 是 A 的 $M-P$ 广义逆, 则最优展期套期保值比率向量为 $\mathbf{F}(\mathbf{F}^+ \mathbf{C}^T)$, 最小展期套期保值基差风险为 $\mathbf{F} \left\{ \left[\mathbf{F}(\mathbf{S} - \mathbf{C} \mathbf{F}^+ \mathbf{C}^T) \right]^T \right\}$ 。

由定理2, 如果现货资产与期货资产相关性越大, \mathbf{C} 中各元素的值就越大; 如果现货价格增量的自相关性越小, \mathbf{S} 中各元素的值也越小, 这样展期套期保值的基差风险就会减少。因此, 在实际操作时, 对于价格增量的自相关性很小的现货资产, 使用模型A可以获得一个比较小的基差风险; 如果现货价格增量的自相关性很大, 可以通过对展期次数进行试算, 求出最佳展期次数。

如果空头展期套期保值者希望有一个满意的初始基差, 同时基差风险最小, 则修正模型为

$$\min \mathbf{s}^2 = \mathbf{e}^T \mathbf{S} \mathbf{e} + \mathbf{k}^T \mathbf{F} \mathbf{k} - 2\mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{k}$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} b_0 & \bar{b} - a\mathbf{s} \\ \mathbf{k} \in J_{\text{市场约束}} \end{cases}$$

式中 b_0 为初始基差, 即 $b_0 = S_0 - k_1 F_0$; \bar{b} 为基差均值, 即 $\bar{b} = E(b)$; \mathbf{s} 为基差风险的标准差; a 是展期套期保值者根据 $3\mathbf{s}$ 原则确定的 $0 \sim 3$ 之间的一个常数, 约束 $b_0 - \bar{b} - a\mathbf{s}$ 是使初始基差对空头展期套期保值头寸有利, a 越大则越有利; $J_{\text{市场约束}}$ 为市场约束形成的展期套期保值率可行集, 由套期保值者要保值的现货资产的数量以及市场上对应期货合约的规模确定。

如果多头展期套期保值者希望有一个满意的初始基差, 同时基差风险最小, 则修正模型为

$$\begin{aligned} \min \mathbf{s}^T \mathbf{S} \mathbf{s} + \mathbf{k}^T \mathbf{F} \mathbf{k} - 2\mathbf{e}^T \mathbf{C} \mathbf{k} \\ \text{s.t.} \begin{cases} b_0 & \bar{b} - a\mathbf{s} \\ \mathbf{k} \in J_{\text{市场约束}} \end{cases} \end{aligned}$$

2 动态跟踪调整策略分析

在运用展期套期保值策略时, 由于合约不断展期, 在每个展期时刻都会形成一个真实损益, 这一信息对于展期套期保值者十分有用, 展期套期保值者可以用来对后续合约的最优套期保值比率进行调整, 随着合约到期日的临近, 许多新信息也必然要反映到展期套期保值策略中。

在时刻 t_1 , 展期套期保值者平仓合约1形成一个真实损益, 记为 Δf_1 , 而在 t_0 时刻, 对合约1的损益只是一预期值, 记为 $E(\Delta F_1)$, 显然, 真实损益 Δf_1 与 $E(\Delta F_1)$ 一般会有一定的偏差。对于空头展期套期保值者, 式(3)说明, 如果 ΔF_1 越小, 则展期套期保值期间保值者头寸的变化量 v 就会越大, 此时对于保值者也就越有利, 因此, 可以设定一个值 $a_1 \mathbf{s}_{F_1}$, 这里 \mathbf{s}_{F_1} 是 ΔF_1 的标准差, a_1 可根据 $3\mathbf{s}$ 原则由保值者在 $0 \sim 3$ 之间取值, a_1 越小表明保值者对风险越是厌恶, 当 $\Delta f_1 - E(\Delta F_1) > a_1 \mathbf{s}_{F_1}$ 时, 意味展期套期保值者在合约1上承受了过大的风险, 为了确保展期套期保值的目标尽可能地实现, 展期套期保值者调整后续各合约的展期套期保值比率为稍大一点的值, 从而将已经形成的相对展期套期保值者可接受损失的超额部分在后续 $n-1$ 个合约中进行分摊。对于多头展期套期保值者, 如果 ΔF_1 越大, v 就会越小, 此时对于保值者也就越有利, 因此, 当 $\Delta f_1 - E(\Delta F_1) < (-a_1 \mathbf{s}_{F_1})$ 时, 展期套期保值者调整后续各合约的展期套期保值比率为稍小一点的值。同样, 在其他 $n-2$ 个展期时刻也要进行这样的调整。

为了得到调整量的计算公式, 考虑在时刻 t_j 进行第 j ($j=1, 2, \dots, n-1$) 次展期时的调整策略, 用 \mathbf{s}_{F_j} 表示第 j 个合约价格增量 ΔF_j 的标准差, a_j 是 $0 \sim 3$ 之间取值的一个常数, 反映了展期套期保值者的风险态度, 取值越小表明保值者越是厌恶风险。引入记号 \mathbf{D}_j , 表示第 j 次展期中合约 j 已经形成的超过展期套期保值者容忍范围的那部分真实损失, 需要在后续 $n-j$ 个合约中进行分摊, $k_j \mathbf{D}_j$ 便是合约 j 所需要分摊的损失总量。对于空头展期套期保值, 当 $\Delta f_j - E(\Delta F_j) > a_j \mathbf{s}_{F_j}$ 时, 记 $\mathbf{D}_j = \Delta f_j - E(\Delta F_j) - a_j \mathbf{s}_{F_j}$, 当 $\Delta f_j - E(\Delta F_j) \leq a_j \mathbf{s}_{F_j}$ 时, 记 $\mathbf{D}_j = 0$ 。对于多头展期套期保值, 当 $\Delta f_j - E(\Delta F_j) < -a_j \mathbf{s}_{F_j}$ 时, 记 $\mathbf{D}_j = \Delta f_j - E(\Delta F_j) + a_j \mathbf{s}_{F_j}$, 当 $\Delta f_j - E(\Delta F_j) \geq -a_j \mathbf{s}_{F_j}$ 时, 记 $\mathbf{D}_j = 0$ 。

在第 j 次展期时, 展期套期保值者要对后续合约进行调整或不愿意对后续合约进行调整, 用 w_0 ($0 \leq w_0 \leq 1$) 表示决策者不愿意对后续合约进行调整的概率。如果需要调整, 展期套期保值者还可以根据其掌握的信息和对未来的预测来决定对哪些后续合约进行较多的调整, 对哪些后续合约进行较少的或者不进行调整, 将展期套期保值者对后续第 i ($j < i \leq n$) 个期货合约的调整比重记为 w_{ji} ($0 \leq w_{ji} \leq 1$), 则第 j 次展期的调整向量为 $\mathbf{w}_j = (w_{j,j+1}, w_{j,j+2}, \dots, w_{j,n})^T$, 显然, \mathbf{w}_j 满足 $\|\mathbf{w}_j\|_{i=1} = 1 - w_0$ 。

假设对后续各期货合约的调整比率为 I , 则 $I \sum_{i=j+1}^n w_{ji} E(\Delta F_i) k_i$ 就是对后续各期货合约的调整总量, 根据分摊平衡原则得到

$$k_j \mathbf{D}_j = I \sum_{i=j+1}^n w_{ji} E(\Delta F_i) k_i \quad (4)$$

求出 I 后, 用 $k_i (1 + I w_{ji})$ 代替原来的最优套头比 k_i 并仍然记为 k_i , 在展期过程中反复进行这种调整直至期末, 这个过程对于展期套期保值不会增加多少成本。

3 算例

某大豆出口商同生产者于7月5日签订了一份合同,规定10月5日向生产者提供20 000 t大豆,大豆出口商为避免10月份购买时价格风险,决定采用展期套期保值策略,分别于8月5日和9月5日将期货合约进行展期,设交易者计算得到

$$E(\Delta F_1)=12 \quad E(\Delta F_2)=10 \quad E(\Delta F_3)=13$$

$$F = \begin{pmatrix} 194 & 44 & 39 \\ 44 & 183 & 40 \\ 39 & 40 & 190 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 180 & 32 & 40 \\ 32 & 172 & 37 \\ 40 & 37 & 175 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 34 & 26 & 30 \\ 31 & 29 & 30 \\ 32 & 30 & 27 \end{pmatrix}$$

由定理2,经过计算得到展期套期保值者在8月5日应该选择的展期策略为

$$k = (0.429848, 0.292582, 0.296764)^T$$

下面计算调整策略,在8月5日进行展期时,交易者选择 $a_1=2.5$, $w_1 = (0.7, 0.3)^T$,由式(4),此时 $k = (0.429848, 0.446522, 0.363681)^T$,在9月5日进行展期时,交易者选择 $a_2=1$, $w_{2,3}=1$,求出 $I=0.13904358344$,此时 $k = (0.429848, 0.446522, 0.414249)^T$ 。

4 结束语

期货市场是一个规范化的市场,套期保值者有时候需要将期货合约向前展期,本文根据展期风险的特点和资产绝对收益计量的一致性,研究了展期套期保值的最优展期套期保值比率问题,并借助于精算学中的分摊思想,将展期过程中前期所形成的超过一定范围的真实损失在后续各期货合约中进行分摊调整,这一策略利用展期过程中前期已经得到的信息对既定策略进行不断调整,从而达到进一步减少展期套期保值风险的目的。

本文研究工作同时也得到了校青年基金(YF020902)资助,在此表示感谢。

参考文献

- [1] 唐小我, 马永开, 曾勇, 等. 现代组合预测和组合投资决策方法及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2003, 347-357
- [2] John C H. Options, futures, and other derivatives, 4th[M]. New Jersey: Prentice Hall, Inc, 2000, 35-42
- [3] Ross S. Hedging long run commitments: exercises in incomplete market pricing[J].Econmic Notes, 1997, 26(1): 385-419
- [4] Hilliard J. Analytics underlying the metallgesellschaft hedge:short term futures in a multi- period enbironment[J]. Review of Quantitative Finance and Accounting, 1999, 12(3): 195-220
- [5]Lien D, Shaffer D R. Hedging multiperiod forward commitments: the case of period-by-period quantity uncertainty[J]. Review of Quantitative Finance and Accounting, 2001, 16(2): 171-181

编辑 徐培红