

多线性调频信号参数估计及DSP实现

杨 勇, 李立萍

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】为实现多线性调频信号参数的快速准确估计,运用模糊函数和Radon变换的性质,提出以信号分数阶自相关实现模糊函数快速计算,并对分数阶自相关进行Radon变换,结合自适应滤波的方法来估计多线性调频信号的调频斜率,在C6701 EVM板上的仿真实验表明,算法在低信噪比下具有优良的参数估计性能,计算效率高。

关键词 分数阶自相关; 调频斜率; 数字信号处理器; Radon变换

中图分类号 TN911 文献标识码 A

Parameter Estimation of Multiple LFM Signals and Implementing with DSP

Yang Yong, Li Liping

(School of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract To realize a fast and accurate parameter estimation of multiple linear frequency modulated signals, using the property of ambiguity function and Radon transform, the paper presents a fast algorithm for estimation chirp rates of multiple LFM signals by ambiguity function calculated by fractional autocorrelation, and by Radon transform. The result of simulation on the evaluation module board of TMS320C6701 shows that the algorithm has a better parameter performance and high computing efficiency under the low SNR.

Key words fractional autocorrelation; chirp rate; digital signal processor; Radon transform

线性调频信号(Linear Frequency Modulated, LFM)在雷达和通信等领域有着极其广泛的应用。初始频率和调频斜率作为表征LFM信号频率特性的基本参数,其估计问题一直是信号处理的重要研究内容。传统的估计方法大都基于极大似然估计(ML),其估计精度逼近Cramer-Rao限,但搜索量极大。利用分数阶自相关可以避免计算模糊函数(Ambiguity Function, AF)而实现其快速计算;AF自项通过模糊平面原点,互项远离原点,而互项对应时-频分布中的交叉项。结合Radon变换和自适应滤波的方法,提出一种低信噪比下多LFM信号调频斜率的估计算法,并在C6701 EVM板上加以实现。

1 基本原理

1.1 分数阶Fourier变换与分数阶自相关

分数阶Fourier变换(Fractional Fourier Transform, FRFT)为Fourier变换的推广,是一种广义的Fourier变换。其理论最早于1980年由Namias在量子力学中提出^[1],1987年由McBrige和Kerr对Namias的理论进行了完善和推广并作了严格的数学定义^[2],使之具备了一些重要性质,可以表示多种时-频分布^[3]。

对于信号 $x(t) \in L^2$, 其 P 阶($a = P\pi/2$)分数阶Fourier变换为

收稿日期: 2003-10-21

作者简介: 杨 勇(1977-),男,硕士生,主要从事多信号参数估计和时频分析方面的研究。

$$X^a(u) = FRFT^a[x(t)] = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t)K_a(t,u)dt \quad (1)$$

反变换为

$$x(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} X^a(u)K_{-a}(t,u)du \quad (2)$$

式中 $FRFT$ 为分数阶Fourier算子, $K_a(t,u)$ 是分数阶Fourier变换关于 a 的连续核函数

$$K_a(t,u) = \begin{cases} \sqrt{1 - j\cot a} \exp\{j\pi[(t^2 + u^2)\cot a - 2tucsc a]\}, & a \neq n\pi \\ \mathbf{d}(t-u), & a = 2n\pi \\ \mathbf{d}(t+u), & a = (2n+1)\pi \end{cases} \quad (3)$$

同一般意义的自相关相似, 在延迟 r 和角度 j 的分数阶自相关定义为^[4]

$$R_s(r, j) = \int s(t)s^*(t - r\cos j) e^{j\pi r \sin j (r\cos j - 2t)} dt \quad (4)$$

对于LFM信号 $x(t) = e^{j(\omega_0 t + m_0 t^2/2)}$, 其分数阶自相关为

$$R_s(r, j) = \mathbf{d}(r\cos j (\tan j - m_0)) e^{j\omega_0 r\cos j} \quad (5)$$

在多LFM信号的情况下, 如: $x(t) = \sum_{i=0}^1 e^{j(\omega_i t + m_i t^2/2)}$, $x(t)$ 的分数阶自相关为

$$\begin{aligned} R_s(r, j) = & \mathbf{d}(r\cos j (\tan j - m_0)) e^{j\omega_0 r\cos j} + \mathbf{d}(r\cos j (\tan j - m_1)) e^{j\omega_1 r\cos j} + \\ & 2\sqrt{2\pi/(m_0 - m_1)} \exp\{j\pi r[(\omega_0 - \omega_1)\sin j + (\omega_1 m_0 - \omega_0 m_1)\cos j]/(m_0 - m_1)\} \times \\ & \cos\{[\mathbf{r}^2\{m_0 m_1 (\cos j)^2 + (\sin j)^2 - (m_0 + m_1)\sin 2j/2\} + \\ & (\omega_0 - \omega_1)^2]/2(m_0 - m_1) - \pi/4\} \end{aligned} \quad (6)$$

式中 前两项是二LFM信号各自的自项, 最后一项是两LFM信号的交叉项。具有不同调频斜率的多LFM信号, 其分数阶自相关为多个自项及产生的交叉项; 由于分数阶自相关具有二次变换特性, 自项比交叉项有更强的线性特性。

1.2 Radon-Ambiguity变换

在雷达信号理论中, 为了衡量两个不同距离、不同速度目标的分辨能力, 引入了模糊函数 AF 的概念, 模糊函数定义为^[5]

$$AF_x(t, w) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t+t/2)x^*(t-t/2)e^{-jtw}dt \quad (7)$$

式中 $x(t)$ 为解析信号, t 为时延, w 为多普勒频偏。利用分数阶自相关可以实现 AF 的快速计算^[4], 用 $FRFT$ 及其反变换可以证明其关系为

$$\begin{aligned} R_s(r, j) = AF_s(r\cos j, 2\pi r \sin j) = R_{s_j}(r, 0) = \\ \int S^j(r)S^{j^*}(r-r)dr = (IFFT\{|S^{j+\pi/2}(u)|^2\})(r) \end{aligned} \quad (8)$$

Radon变换是一种积分投影变换, 故对多LFM的 AF 作Radon变换, 可消除 AF 交叉项的影响。为了避免 AF 相位的影响, 对 AF 的模沿通过原点的直线积分结果就是Radon-Ambiguity变换(RAT), 即

$$\begin{aligned} RAT(j) = \text{Radon}(|AF(t, \mathbf{n})|) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |AF(t, \mathbf{n})| \mathbf{d}(v\cos j / 2\pi - t\sin j) dt dv = \\ 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |AF(t\cos j, 2\pi t \sin j)| dt = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |R_s(r, j)| dt = \\ 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} |(IFFT\{|S^{j+\pi/2}(u)|^2\})(t)| dt \quad |j| < \pi/2 \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $RAT(j)$ 是 j 的一维函数, 只作一维搜索, 能检测出低信噪比的LFM信号, 并能给出调频斜率的ML估计。对于LFM信号 $x(t) = e^{j(\omega_0 t + m_0 t^2/2)}$, 当搜索角度 j 满足 $\tan j = m_0$ 时, 信号的RAT有无穷大极值; 对于有限长含有不同调频斜率的多LFM信号, 其RAT变换在各自的调频斜率处呈现极大值。

2 基于分数阶自相关的多LFM信号调频斜率估计

在多LFM信号情况下, LFM信号强分量的RAT变换对弱分量的RAT变换有较强的抑制作用, 能将强目标信号分量从接收到的信号中剔除出去, 弱目标信号分量就容易检测出来, 即所谓的逐个消去(Clean)思想。为了提高效率, 用分数阶自相关进行RAT搜索估计调频斜率时, 先作初始估计, 再使用进退法和黄金分割法(适于单峰函数的优化方法)可以较快地寻到RAT的峰值点^[7]。

假定接收信号为 M 个 LFM 信号与噪声的线性组合, 即

$$x(t) = \sum_{i=0}^{M-1} A_i e^{j(\omega_i t + m_i t^2/2)} + n(t) \quad (10)$$

式中 噪声 $n(t)$ 为零均值、方差为 σ^2 的复高斯白噪声, A_i, ω_i, m_i 分别是 LFM 信号的幅度、初始频率、调频斜率。假设 $m_i \neq m_j, \forall i \neq j, i, j = 0, 1, \dots, M-1$ 。设 \hat{m}_0 为调频斜率 m_0 的 RAT 估计, 故 $\hat{m}_0 \approx m_0$, 用 $e^{-j\hat{m}_0 t^2/2}$ 与式(10)信号 $x(t)$ 相乘得

$$x'(t) = x(t)e^{-j\hat{m}_0 t^2/2} = A_0 e^{j[\omega_0 + (m_0 - \hat{m}_0)t^2/2]} + \sum_{i=1}^{M-1} A_i e^{j[\omega_i + (m_i - \hat{m}_0)t^2/2]} + n'(t) \quad (11)$$

式中 第一项是一窄带 LFM 信号, 能量集中在初始频率 ω_0 附近, 第二项仍是宽带 LFM 信号, $n'(t) = n(t)e^{-j\hat{m}_0 t^2/2}$ 为新噪声。所以在初始频率 ω_0 附近窄带滤波, 可从 $x'(t)$ 中滤出分量 $A_0 e^{j[\omega_0 + (m_0 - \hat{m}_0)t^2/2]}$, 即

$$x(t) = ADF[x'(t)]e^{j\hat{m}_0 t^2/2} \quad (12)$$

式中 ADF 为自适应滤波算子, 从信号 $x(t)$ 中滤出分量 $A_0 e^{j[\omega_0 + (m_0 - \hat{m}_0)t^2/2]}$ 。重复以上过程, 多 LFM 信号的分量能由强到弱地被检测出来。

3 算法的DSP实现

使用 TI 公司的 C6701EVM 板^[8], 主处理器为 TMS320C6701 数字信号处理器芯片(Digital Signal Processor, DSP)实现算法, 工作主频 25~133 MHz, 实现主要包括 $FRFT$ 、 FFT 、 $IFFT$ 、 RAT 、 ADF 等复杂算法, 由于 TI 的编译器支持对 DSP 的 C 语言编程并提供多种优化^[9], 用 C 语言编写算法, 充分利用 C6701 的并行处理能力, 采用 -pm、-O3、-mt 等优化选项, 防止数据访问的 bank 冲突, 编程时将不同的大数组放在不同的 bank 中^[10]。

采用三个淹没在复高斯白噪声中的复 LFM 信号

$$x(k) = \sum_{i=0}^2 A_i e^{j(\omega_i k + m_i k^2/4)} + n(k) \quad k = 0, 1, \dots, 2047 \quad (13)$$

式中 $m_0 = 0.12 (y_{k_0} = 0.00018408)$, $m_1 = 0.20 (y_{k_1} = 0.00030680)$, $m_2 = 0.30 (y_{k_2} = 0.00046019)$, $\omega_0 = 2\pi/1024$, $\omega_1 = 6\pi/1024$, $snr_0 = 2.0$ dB, $snr_1 = -15$ dB, $snr_2 = -7.0$ dB, ω_i 为初始频率, snr_i 为信噪比, y_{k_i} 为调频斜率。为了检验算法的有效性, 对不同的 $\tilde{m}_i = 0.4i/40, i = 0 \sim 40$ 按式(9)作了 3 次检测, 其检测的结果如图 1~3 所示, 从图中得知横轴为 \tilde{m}_i , 纵轴为该点的 RAT 值即 $R = RAT(\text{atan}(\tilde{m}_i))$ 。在 DSP 系统中 \hat{m}_i 和调频斜率 y_{k_i} 的估计结果如表 1 所示。

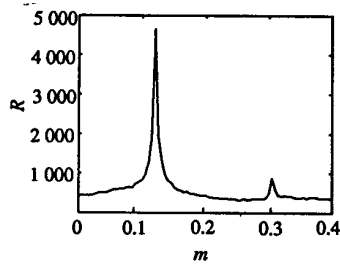


图1 第一次 RAT 的结果

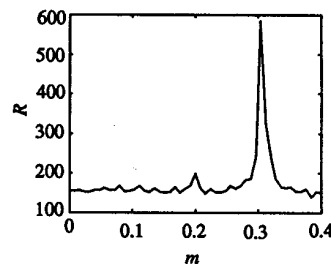


图2 第二次 RAT 的结果

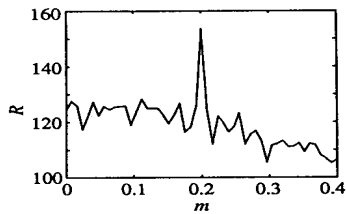


图3 第三次 RAT 的结果

表1 DSP检测出的 \hat{m}_i 及调频斜率 yk_i 的值

检测次序	\hat{m}_i	yk_i
$i = 0$	0.120	0.000 184 077 70
$i = 1$	0.305	0.000 467 864 16
$i = 2$	0.200	0.000 306 796 17

4 性能分析

从RAT的图线上,可以清楚地看到强分量对弱分量有较强的抑制作用,强分量能得到准确的反映,次强分量有一定的体现,但检测不出来,也就是采用Clean思想的主要原因,经过一次自适应滤波后,可将最强分量滤出,从而次强分量能得到准确的反映,如此继续可以逐个地检测出各分量信号。由于FRFT及FFT的计算量较大,使用了二次搜索,后一次为局部细搜索,可以提高估计的精度和搜索的速度。

本算法主要使用FRFT、FFT及IFFT,对于长度为 N 的信号,其计算量都是 $O(N \lg N)$,计算 M 个不同角度的分数阶自相关其计算量是 $O[M(2N \lg N + N)]$,同样的信号如果直接计算模糊函数,先要 $O(N^2 \lg N)$ 的计算量计算AF,对于 M 个不同的角度将还需要 $O(N^2 \lg N + NM)$ 的计算量。显然,当 $M \ll N$ 时本算法具有很明显的计算优势。

5 结束语

本文在介绍分数阶Fourier变换、分数自相关、模糊函数及Radon变换等基本概念的基础上,利用线性调频信号分数阶自相关的特性实现了多LFM信号调频斜率的估计,计算量方面较直接计算模糊函数有相当优势,并在以TI公司C6701 DSP 芯片为主处理器的EVM板上实现了算法。仿真实验显示了算法在低信噪比条件下对多线性调频信号具有很好的快速检测性能。

参 考 文 献

- [1] Namias V. The fractional fourier transform and its application in quantum mechanics[J]. J Inst Math Appl., 1980, 25: 241-265
- [2] McBride A C, Kerr F H. On Namias' s fractional Fourier transform[J]. IMA J Appl. Math, 1987, 39: 159-175
- [3] Pei S C, Ding J J. Relation between fractional operations and time-frequency distribution, and their application[J]. Signal Processing, IEEE. 2001,49(8): 1 638-1 655
- [4] Akay O, Boudreaux G F. Fractional convolution and correlation via operator methods and an application to detection of linear FM signals[J]. Signal Processing, IEEE 2001, 49(5): 979-993
- [5] Wang M S, Chan A K, Chui C K. Linear frequency-modulated signal detection using radon- ambiguity transform[J]. Signal Processing, IEEE. 1998,46(3): 571-586
- [6] Ozdemir A K, Arikan O. Fast computation of the ambiguity function and the wigner distribution on arbitrary line segments[J]. Signal Processing, IEEE. 2001, 49(2): 381-393
- [7] 解可新. 最优化方法[M]. 天津: 天津大学出版社, 1997
- [8] TMS320C6201/6701 evaluation module technical reference[M]. Texas Instruments Incorporated, 1998
- [9] TMS320C6000 optimizing C/C++ compiler user' s guide[M]. Texas Instruments Incorporated, 2001
- [10] 李方慧. TMS320C6000系列DSPs芯片原理与应用(第2版)[M]. 北京: 电子工业出版社, 2002