

时频分布级数方法的改进

魏茂刚, 阮成礼

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

【摘要】时频分布级数法在保持高时频分辨率的前提下,有效抑制了Wigner分布的交叉项,但运算量问题制约了其在工程应用中的普及。该文在对时频原子基函数进行研究的基础上,利用窗口选择特性对方法进行了改进,节省了大量计算,通过对多分量非平稳信号的仿真表明,对TFDS方法的改进是有效的,信号处理时间明显缩短,对联合时频分析的工程应用具有一定的参考价值。

关键词 维格纳分布; 交叉项; 时频分布级数法; 时频原子

中图分类号 TN911.72 文献标识码 A

The Improvement of Time-Frequency Distribution Series Method

Wei Maogang, Ruan Chengli

(School of Physical Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract The time-frequency distribution series(TFDS) has been tested effective in the balance of the cross-term suppression and the time-frequency resolution. It is promising in the application of the target recognition. But the computational load is too large to bear with the length of the signal increasing. By getting ride of the redundant computing about the time-frequency atom, we overcome the difficulty. The simulation of the multi-component non-stational signal shows that the improvement of the TFDS method accelerates the computing. It can be consulted under the use of the real-time processing of the time-frequency characteristic of the target echo.

Key words Wigner distribution; cross-terms; time-frequency distribution series; time-frequency atom

在各种时频分析方法中,与以Gabor变换、短时傅里叶变换、小波变换为代表的线性时频分布相比,Wigner分布对二次平稳信号具有更好的时频聚集度,因此得到广泛推广和应用^[1-5]。但是由于Wigner分布不是线性的,在信号为多分量时,不同分量之间会相互作用产生交叉项,在进行多目标识别时,交叉项的存在严重影响了对信号时频特征的正确提取,此时对交叉项的抑制成为选择这一时频算法的中心任务。故对交叉项的处理一直成为该领域的研究热点,很多学者提出了多种有应用价值的算法^[2,3,6],但数据长度增大时的运算量均让人难以承受^[1],算法的实现速度已成为制约双线性时频分析方法在工程应用领域进行推广的关键问题。本文在对时频分布级数法(Time-Frequency Distribution Series,TFDS)进行研究的基础上,根据时频原子的特性去掉不必要的冗余计算,降低了运算量,解决了双线性时频分析虽然分辨率高但运算量太大难以实现的问题。

1 Wigner分布的交叉项干扰

与以Gabor变换、短时傅里叶变换、小波变换为代表的线性时频分布相比,Wigner分布对二次平稳信

号具有最好的时频聚集度, 但由于Wigner分布不是线性的, 在信号为多分量时, 不同分量之间会相互作用产生交叉项, 严重影响了对信号时频特征的正确提取。

以两信号和为例^[3], 设

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) \tag{1}$$

其Wigner变换可以表示为

$$W(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int \left[s_1\left(t - \frac{\tau}{2}\right) + s_2\left(t - \frac{\tau}{2}\right) \right]^* \left[s_1\left(t + \frac{\tau}{2}\right) + s_2\left(t + \frac{\tau}{2}\right) \right] e^{-j\tau\omega} d\tau = W_{11}(t, \omega) + W_{12}(t, \omega) + W_{21}(t, \omega) + W_{22}(t, \omega) \tag{2}$$

其中
$$W_{12}(t, \omega) = W_{21}^*(t, \omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{s_1} \left(t - \frac{\tau}{2} \right) s_2 \left(t + \frac{\tau}{2} \right) e^{-j\tau\omega} d\tau \tag{3}$$

从而式(2)变为

$$W(t, \omega) = W_{11}(t, \omega) + W_{22}(t, \omega) + 2\text{Re}\{W_{12}(t, \omega)\} \tag{4}$$

式(4)即为两分量信号和的Wigner分布。可见, Wigner分布不是线性的, 即信号和的Wigner分布不是每一信号的Wigner分布之和。在式(4)中, 前两项称为信号的自项, 由式(3)表示的第三项 $2\text{Re}\{W_{12}(t, \omega)\}$ 称为Wigner分布的交叉项。单分量及多分量的Wigner分布如图1所示。在图1a中可以看出Wigner分布的时频分辨率非常高, 但如图1b所示, 交叉项的存在对多分量信号的时频特征难以辨识, 因此在对信号的时频特征提取前必须先抑制Wigner分布的交叉项。

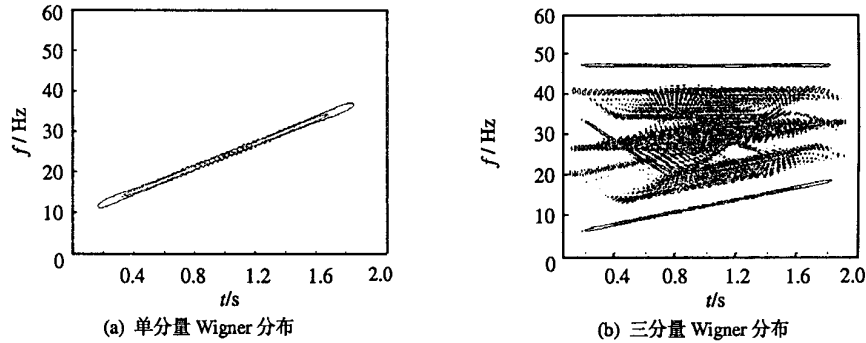


图1 分量Wigner分布

2 时频分布级数法

围绕Wigner分布交叉项的抑制问题, 很多学者进行了深入的研究, 并从不同的角度提出了多种抑制交叉项的方法。文献[6]通过研究线性时频分布与双线性时频分布的关系, 提出利用离散Gabor展开来抑制交叉项^[7], 得到了一种自适应的联合时频分布, 即所谓的时频分布级数法(TFDS), 在较好的保持时频分辨率的同时, 有效的抑制了交叉项。

设研究信号为长度为L的复序列 $s(k)$, 先利用Gabor展开将信号分解成一系列的时频原子基的线性组合

$$s(k) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} c_{m,n} \tilde{h}_{m,n}(k) \tag{5}$$

如式(2), 对 $s(t) = h(t) + h'(t)$ 作Wigner变换, 交叉项可解析表为

$$WVD_{h,h'}(t, \omega) = e^{j\omega t_\mu} H(t - t_\mu, \omega - \omega_\mu) \tag{6}$$

其中

$$H(t, \omega) = 2e^{-\left[\frac{t^2}{\sigma^2} + (\sigma\omega)^2\right]} e^{-j[t\omega - \omega_d t]} \tag{7}$$

$$t_\mu = \frac{m + m'}{2} \Delta M \quad t_d = (m - m') \Delta M \quad \omega_\mu = \frac{n + n'}{2} \Delta N \quad \omega_d = (n - n') \Delta N$$

对式(5)两边作Wigner变换得

$$WVD_s(t, \omega) = \sum_{m,n} \sum_{m',n'} C_{m,n} C_{m',n'}^* WVD_{h,h'}(t, \omega) \tag{8}$$

将式(8)表为时频分布级数的形式

$$TFDS^d(t, \omega) = \sum_{|m-m'|+|n-n'| \leq d} C_{m,n} C_{m',n'} e^{j\omega t} H(t-t_\mu, \omega-\omega_\mu) \quad (9)$$

式中 $L = \Delta M M = \Delta N N$, M 和 N 分别为时间和频率的采样点数, ΔM 和 ΔN 分别为时间和频率的抽样间隔。 $d = |m-m'|+|n-n'|$ 称为 $h_{m,n}(t)$ 与 $h_{m',n'}(t)$ 之间的Manhattan距离。 d 的大小决定着时频分辨率与交叉项抑制的折衷, 当 $d=0$ 时, 得到的时频分布与STFT得到的谱图相似, 不含交叉项, 但分辨率较低, 随着 d 的增大, 分辨率提高, 交叉项也逐渐增大, 当 $d \rightarrow \infty$ 时, 得到的时频分布即为普通的Wigner分布。在 d 较小(一般2~4)时能有效的消除交叉项的干扰而分辨率仍能满足工程需要。

3 TFDS方法的改进

时频分布级数法在保持较好的时频分辨率的前提下, 有效抑制了Wigner分布的交叉项, 但同其他双线性联合时频分析方法一样, 数据长度增大时的运算量让人难以承受, 算法的实现速度已成为制约双线性时频分析方法在工程应用领域进行推广的关键问题。

如式(6)、(7)所示, 时频原子基函数 $WVD_{h,n}(t, \omega)$ 最佳集中了Wigner分布的高频谐波能量, 具有振荡性、窗口选择性以及共轭对称性等特点。

其振荡性是由相位项 $e^{-jL(\omega-\omega_0)t}$ 体现的: 当相位项为零即 $d = |m-m'|+|n-n'| = 0$ 时, 时频原子不振荡, 反映的是Wigner分布的自项; 当相位项不为零即 $d = |m-m'|+|n-n'| > 0$ 时, 时频原子是振荡的, 反映的是Wigner分布的交叉项。文献[6]正是基于这一特点提出了时频分布级数方法, 通过控制 d 的大小以取得时频原子聚集度与抑制交叉项的折衷。方法因为不要求解核函数, 在牺牲些许分辨率的条件下又可以对交叉项进行有效的抑制, 而且对以线性调频信号(LFM)为代表的二次平稳信号具有普适性, 因此得到广泛推广。但同其他双线性联合时频分析方法一样, 当数据长度增大时的运算量让人难以接受。如式(6)、(8)所示, 对信号进行联合时频表示需要对 m, n, m', n', t, ω 六个变量进行循环实现, 在严格实现的情况下, 当数据长度为1 024时, 需要 10^{13} 次以上的循环, 而每个循环又包含有 10^4 次计算, 即使在对交叉项进行抑制, 当 $d=0$ 计算量最小情况下, 仍需要 10^{10} 次以上的循环, 信号处理时间需要以小时计, 若数据长度取的更长, 则程序运行时间更加让人难以承受, 这与实际工程应用中尽可能快速处理甚至适时处理的要求相差悬殊, 要实现在工程应用中的推广, 必须进一步减小运算量, 实现快速计算。

研究幅度项 $2\exp\left\{-\left[\frac{t^2}{\sigma^2} + (\sigma\omega)^2\right]\right\}$, 容易发现时频原子的窗口选择性, 如图2所示, 在任一时频位置 (t_0, ω_0) , 时频原子平面上的能量非常集中于 $(t_0 - \Delta t_\mu, \omega_0 - \Delta\omega_\mu)$ 到 $(t_0 + \Delta t_\mu, \omega_0 + \Delta\omega_\mu)$, 针对这一特点, 本文对TFDS方法进行改进, 只取窗口内能对时频能量有绝大部分贡献的时频原子参与计算。即定义一任意小正常数 g , 在任一时频点, 根据 g 确定 $\Delta t_\mu, \Delta\omega_\mu$ 的范围, 从而限定 m, n, m', n' 的取值范围。在实际应用中, 按工程要求, 选择合适的 g 对计算量与计算精度进行折衷。实践表明这一改进是非常有效的。

相位项所代表的交叉项同时还具有共轭对称性的特点, 即

$$WVD_{h,n}(t, \omega) + WVD_{n,h}(t, \omega) = 2\text{Re}[WVD_{h,n}(t, \omega)] \quad (10)$$

如图(2)所示的时频原子幅度直方图看出, 分布在自项周围的交叉项总是成对出现的, 它们在幅度上相等, 在相位上共轭, 对任一对对称交叉项的和其实只需取其中一项的实部的二倍即可, 因此利用交叉项的共轭对称性可进一步降低运算量。

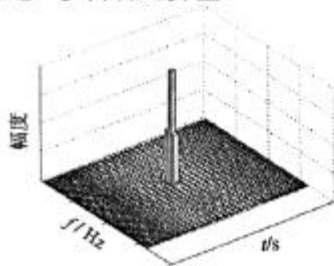


图2 时频原子在时频域的窗口选择特性

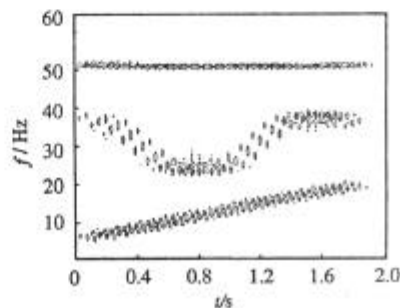


图3 $d=4$ 时三分量TFDS方法的时频分布结果

4 仿真举例

因为高斯函数具有非常好的时频聚集性, 因此一般选择高斯函数作为Gabor展开的基函数

$$\tilde{h}(k) = (\pi\sigma^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{[k-0.5(L-1)]^2}{2\sigma^2}} \quad 0 \leq k < L \quad (11)$$

在式(11)中取 $\sigma^2 = \frac{\Delta M}{\Delta N} \frac{L}{2\pi}$, 数据长度取1 024点, 进行4倍过采样, 取 $\Delta M = 4$, $\Delta N = 64$, 相应的,

$M = 256$, $N = 16$ 。

一般惯性运动目标的回波可近似为LFM信号, 但若运动非常复杂, 也可能为高阶非平稳信号, 因此选择包含LFM信号、正弦频率调制信号及单频分量信号的和进行仿真验证

$$s(t) = e^{2\pi j 50t} + e^{2\pi j(5t+4t^2)} + e^{2\pi j(30t+2\sin 4t)} \quad (12)$$

得到改进的TFDS方法计算的结果如图3所示。图1a为单分量LFM信号的Wigner分布, 分辨率非常理想, 但如图1b, 当信号为多分量时, 交叉项的存在使得信号的时频特征难以辨识, 此时即对应于TFDS方法 $d \rightarrow \infty$ 时的情况。图3为改进后的TFDS方法在 $d=4$ 时计算结果, 其中取 $g = 10^{-100}$ 。由图可见, 改进后的方法减少了大量的运算, 但仍保持了较好的时频聚集性, 通过选择合适的 d , g 对时频分辨率、交叉项抑制及计算量进行折衷, 完全可以满足一般工程应用的精度要求。

5 结论

TFDS方法利用时频原子基函数的振荡性, 有效抑制了Wigner分布的交叉项, 但计算量限制了其在工程中应用的普及。本文针对时频原子基函数窗口选择性及共轭对称性特点对TFDS方法进行了改进, 多分量信号实验仿真表明, 对TFDS方法的改进是有效的, 时频分布结果符合文献结论, 并且由于降低了运算量, 处理时间明显缩短, 大大提高了计算效率, 对联合时频分析的工程应用具有一定的参考价值。

参 考 文 献

- [1] 邹红星, 周小波, 李衍达. 时频分析: 回溯与展望[J]. 电子学报, 2000, 28(9): 78-84
- [2] 邹红. 多分量线性调频信号的时频分析: [博士论文][D]. 西安: 西安电子科技大学, 2000
- [3] Cohen L. Time-frequency distributions-a review[J]. Proceedings of the IEEE, 1989, 77(7): 941-981
- [4] Chen V C. Joint time-frequency analysis for radar signal and image processing[J]. IEEE Trans. Signal Processing. 1999, 16(2): 82-93
- [5] Wang A, Mao Y, Chen Z. Imaging of multitargets with ISAR based on the time-frequency distribution[C]. Acoustics, Speech, and Signal Processing, ICASSP-94, IEEE International Conference, 1994, V/173 -V/176
- [6] Qian S, Chen D. Decomposition of the wigner-ville distribution and time-frequency distribution series[J]. IEEE Trans Signal Processing, 1994, 42(10): 2 836-2 842
- [7] 陶亮, Kawan H K. 一种有效计算Gabor展开的方法[J]. 电子科技大学学报, 2000, 29(5): 483-489

编辑 孙晓丹