

基于FrFT和子空间正交的LFM信号参数估计

杜东平, 唐 斌

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】基于分数阶Fourier变换和子空间正交性,提出了一种低信噪比下线性调频信号检测与参数估计方法。讨论过程中将线性调频信号通过适当的分数阶Fourier变换得到一个单频复正弦信号,在此基础上,利用信号子空间与噪声子空间的正交性处理其正弦信号,再对线性调频信号的检测和参数估计转化为函数极值求解;最后,利用计算机模拟证实了方法的有效性。

关键词 分数阶傅里叶变换; 线性调频信号; 子空间正交性; 参数估计
中图分类号 TN957.51 **文献标识码** A

An Approach for Estimating Parameters of LFM Signal Based on Fractional Fourier Transform and Subspace Orthogonality

Du Dongping, Tang Bin

(School of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract Based on the fraction Fourier transform and subspace orthogonality, an approach, which detects and estimates the parameters of the low SNR LFM signal, is proposed in this paper. The LFM signal is first transformed into a complex sinusoidal signal in term of the fraction Fourier transform, and then using the orthogonality between the subspace of noise and the subspace of the transformed signal, the detection and parameters estimation of LFM signal is achieved by finding the minimum/maximum. Computer simulation confirms its availability.

Key words fraction Fourier transform; LFM signal; subspace orthogonality; parameter estimation

线性调频(LFM)信号是现代雷达常用信号,具有良好的时域、频域压缩特性及较理想的多普勒频移特性。雷达对LFM信号的常规处理是将含噪信号经带通滤波后再进行时域或频域的脉冲压缩处理^[1]。在一定距离门内,雷达接收机先对接收信号进行门限判别,实现对LFM信号检测,再提取包括时延、多普勒频移及信号幅值等目标回波参数。该方法对LFM信号具有较高的处理增益,能较准确地得到目标参数。然而,当雷达所处环境较恶劣,尤其在敌方施放有源干扰环境下,回波信号的信噪比往往较低,常规方法难以进行LFM信号的有效检测和参数估计。结合分数阶Fourier变换(Fractional Fourier Transform, FrFT)与子空间正交方法,本文将讨论对LFM信号的检测及参数估计。

1 问题描述与方法原理

对于脉冲线性调频雷达,在一个脉冲扫描期间,假设目标运动速度不变,雷达回波信号可表示为

$$x(t) = s_r(t) + n_j(t) + n(t) \quad (1)$$

式中 $s_r(t) = s(t-t)e^{jw_d(t-t)}$ 代表雷达回波信号, w_d 代表多普勒角频率, t 代表回波时延, $n_j(t)$ 代表有源噪

声干扰, $n(t)$ 代表接收机输出噪声。假设 $n_j(t)$ 及 $n(t)$ 均为高斯分布, 且相互独立。

基于模型(1)的雷达回波信号的检测与参数估计目前虽然有大量的方法^[2-4], 但在低信噪比条件下常常表现出较差的性能。本方法先对LFM信号进行FrFT, 将LFM转化为复单频正弦信号, 再利用信号子空间与噪声子空间的正交性, 将信号检测与参数估计转化为函数的极值求解。

对于线性调频信号 $s(t) = \exp[-j(\mathbf{w}t + (kt^2/2) + \mathbf{j})]$, 当变换角度 \mathbf{a} 满足 $k = -\tan \mathbf{a}$ 时的FrFT为^[5]

$$S_p(u) = \sqrt{\frac{(1 + j \tan \mathbf{a})}{(1 - k \tan \mathbf{a})}} e^{-j\mathbf{j}} e^{-j \left[\frac{(u + \mathbf{w} \sin \mathbf{a})^2}{2} \times \frac{k + \tan \mathbf{a}}{1 - k \tan \mathbf{a}} \right]} e^{-j \left[\frac{\mathbf{w}^2}{2} \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{a} - u \mathbf{w} \cos \mathbf{a} \right]} = A e^{-j u \mathbf{w} \cos \mathbf{a}} \quad (2)$$

式中 $A = \sqrt{(1 + j \tan \mathbf{a}) / (1 - k \tan \mathbf{a})} \exp[-j(\frac{\mathbf{w}^2}{2} \sin \mathbf{a} \cos \mathbf{a} - \mathbf{j})]$ 。并从中看出, 线性调频信号 $s(t)$ 经过FrFT后得到一个严格的复正弦信号。由于FrFT是线性变换, 对应式(1)的FrFT为

$$X_p(u) = A' e^{-j \mathbf{w}_u u} + N_p(u) \quad (3)$$

式中 $X_p(u) = \text{FrFT}^p(x(t))$; $N_p(u) = \text{FrFT}^p(n_j(t) + n(t))$; $\mathbf{w}_u = (\mathbf{w}_0 + \mathbf{w}_d) \cos \mathbf{a}$ 为变换后复正弦信号角频率; A' 为复值常量; $N_p(u)$ 满足高斯白噪声分布。如果 $(n_j(t) + n(t))$ 为高斯色噪声, 则需先进行预白化处理; 式中的 N 点抽样序列为

$$X_p(n) = A' e^{-j \mathbf{w}_u n} + N_p(n) \quad n = 1, 2, \dots, N$$

定义

$$\mathbf{X}(k) = [X_p(k+1) X_p(k) \dots X_p(k+m)]^T \quad k = 1, 2, \dots, N_1 \quad (4)$$

其中 $m < N$, $N_1 = N - m - 1$ 。 $\mathbf{X}(k)$ 可以写成

$$\mathbf{X}(k) = A' e^{j k \mathbf{w}_u} \mathbf{q} + \mathbf{N}(k) \quad (5)$$

式中 $\mathbf{q} = [1 \ e^{j \mathbf{w}_u} \ \dots \ e^{j m \mathbf{w}_u}]^H$, $\mathbf{N}(k) = [N_p(k) \ N_p(k+1) \ \dots \ N_p(k+m)]^T$ 。

向量 $\mathbf{X}(k)$ 的协方差矩阵为: $\mathbf{R} = E\{\mathbf{X}\mathbf{X}^H\} = |A'|^2 \mathbf{q}\mathbf{q}^H + \mathbf{s}_n^2 \mathbf{I}$ 。由于矩阵 $\text{Rank}(\mathbf{q}\mathbf{q}^H) = 1$, 容易证明^[6]: $\|\mathbf{q}^H \mathbf{G}\|_2^2 = 0$, 式中的 \mathbf{G} 是矩阵 \mathbf{R} 的 m 个最小特征值 $\{\mathbf{s}_n^2\}$ 对应特征向量所构成的矩阵, 常称为噪声子空间。

这样, 通过求解函数 $\|\mathbf{q}^H \mathbf{G}\|_2^2$ 的极小值或函数 $(\|\mathbf{q}^H \mathbf{G}\|_2^2)^{-1}$ 的极大值就可以得到 \mathbf{w}_u 的估计值。

由于多普勒频移的存在, 变换域内的复正弦信号频率应该在 $\mathbf{w}_0 \cos \mathbf{a}$ 的一个邻域内。如果在雷达接收信号中包含有目标回波信号, 上述FrFT和子空间正交方法处理得到的信号频率应该落在的一个已知宽度的邻域内, 即

$$|\tilde{\mathbf{w}} - \mathbf{w} \cos \mathbf{a}| < \mathbf{w}_{d \max} \cos \mathbf{a} \quad (6)$$

相反, 如果接收信号中没有回波信号或者信号的信噪比过低, 则以上处理得到的信号频率为伪频率, 该频率应该落在式(6)所示邻域以外的区间, 即: $|\tilde{\mathbf{w}} - \mathbf{w} \cos \mathbf{a}| > \mathbf{w}_{d \max} \cos \mathbf{a}$ 。通过比较由FrFT及子空间正交处理后所得到的信号频率, 在一定信噪比条件下实现信号的检测。当频段待处理信号中有回波信号后, 有 $\mathbf{w}_d = (\tilde{\mathbf{w}} - \mathbf{w}_0 \cos \mathbf{a}) / \cos \mathbf{a}$ 计算回波信号的多普勒频率, 实现信号参数估计。

2 仿真实验

实验中LFM信号带宽 $B=2$ MHz, 初始频率 $f_0=15$ MHz, 采样频率 $f_c=40$ MHz, LFM信号脉宽 $t=150$ μs , 噪声为加性高斯白噪声。图1和图2分别示出了信噪比为 $SNR=0$ dB 和 $SNR=-25$ dB 的LFM信号经过相应的FrFT后的信号频谱图。

从图1、2看出, 当信号信噪比较高时, 经过FrFT后, LFM信号频谱由接近矩形谱线包络变成非常纯净的单谱线信号, 并从背景噪声中凸现出来; 而当信号信噪比较低时, 由FrFT后的信号谱线淹没在噪声中, 难以直接检测信号。结合子空间正交方法, 可以在FrFT基础上改善对LFM信号的信号检测与参数估计能力。

图3示出了 $SNR=-25$ dB时LFM信号经过FrFT与子空间正交出来后得到的复正弦信号伪谱图。由此图看

出,子空间正交处理后的信号伪谱类似冲击函数,可以很容易得到信号变换域频率的估计值,从而得到回波信号的多普勒频率。图4为不同信噪比下信号多普勒频率估计根均方差统计曲线。

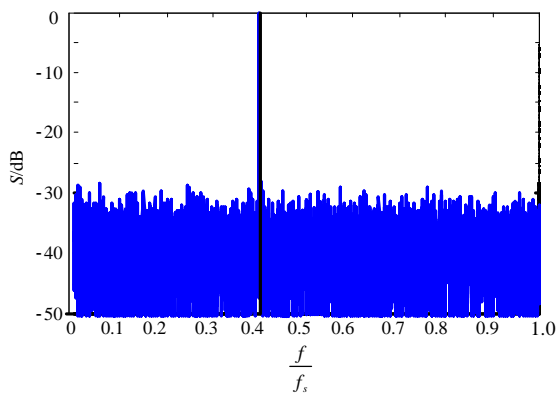


图1 FrFT变换后信号频谱(SNR=0 dB)

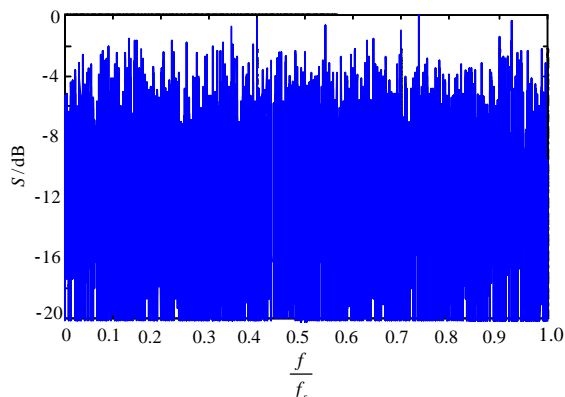


图2 FrFT变换后信号频谱(SNR=-25 dB)

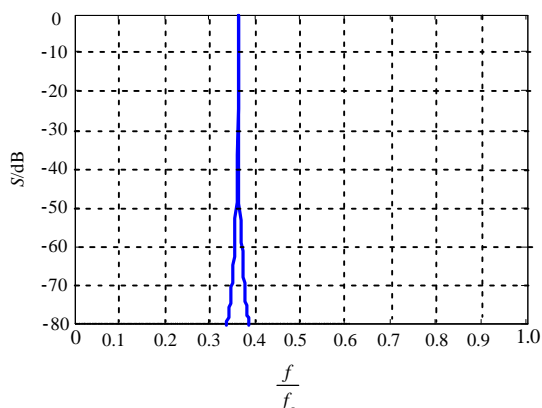


图3 子空间正交法信号频率伪谱图(SNR=-25 dB)

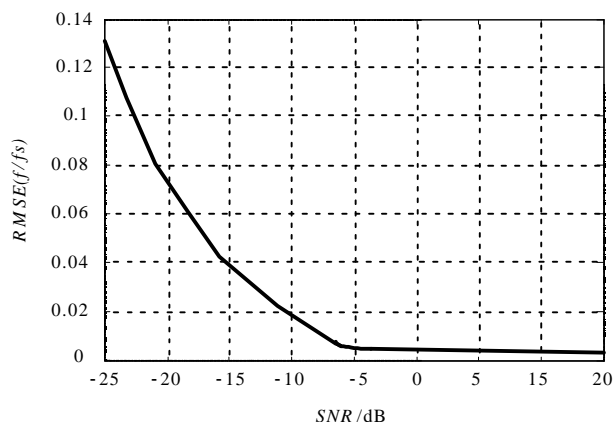


图4 信号频率估计根均方差曲线

3 结论

上述理论分析和实验结果表明,基于分数阶Fourier变换及子空间正交处理可以在较低信噪比情况下,实现对LFM信号的信号检测与参数估计,改善了现有LFM雷达的信号检测和参数估计性能。目前FrFT已可以用FFT快速实现,并且本文的子空间正交也可以用FFT快速实现。

参考文献

- [1] Scanlan M J B著. 现代雷达技术[M]. 毛仁麟译. 北京: 机械电子工业部第十四研究所, 1991
- [2] Wang M S, Chan A K, Chui C K. Linear frequency-modulated signal detection using radon-ambiguity transform[J]. IEEE Trans-SP, 1998, 46(3): 571-585
- [3] Volcker B, Ottersten B. Chirp parameter estimation from a sample covariance matrix[J]. IEEE Trans-SP, 2001, 49(3): 603-612
- [4] Djunc P M, Steven M K. Parameter estimation of chirp signal[J]. IEEE Trans-ASSP, 1990, 38(12): 2 118-2 126
- [5] Pei S C, Yeh Minhung. Discrete fraction fourier transform[J]. ISCAS 1996, 2(5): 536-539
- [6] 张贤达. 信号处理中的线性代数[M]. 北京: 科学出版社, 1997