非线性大工业过程稳态模型的强一致性分析

刘知贵[1]，蒲 洁[2]，黄正良[1]

(1. 西南交通大学计算机与通信工程学院 成都 610031; 2. 西南科技大学网络学院 四川 绵阳 621002)

【摘要】稳态优化问题就是依据过程的数学模型，在约束条件下，优化其目标函数，而实际的工业过程往往是呈非线性或慢时变性。针对动态非线性大工业过程，提出了得到其可分稳态模型强一致性估计的分散辨识方法；利用多项式对非线性函数的无限逼近的性质和优化过程中设定点的阶跃信号作输入激励信号，获得了动态非线性大工业过程的可分稳态模型和可辨识的条件。

关 键 词 非线性大工业过程; 稳态模型; 强一致性; 子过程

中图分类号 TP11 文献标识码 A

Strong Consistency Analysis of Steady-State Models for Nonlinear Large-Scale Industrial Processes

Liu Zhigui[1]，Pu Jie[2]，Huang Zhengliang

(1. School of Computer and Communication Engineering Southwest JiaoTong University Chengdu 610031;

2. Southwest University of Science and Technology Network College Sichuan Mianyang 621002)

Abstract The steady-state optimization problem is optimizing objective functions based on mathematical model under constrained conditions, in fact the large-scale industrial processes are often nonlinear and slowly time varying. In allusion to dynamic nonlinear large-scale industrial processes, to bring up gained the method of decentralized identification for the strong consistency estimates of the divisible steady-state models, it is used that property of polynomial can infinitely approach to the nonlinear function and in optimization processes use step signals as input signals, the divisible steady-state models of dynamic nonlinear large-scale industrial processes, and the cognizable conditions are obtained.

Key words nonlinear large-scale industrial processes; steady-state model; strong consistency; sub processes

针对伴有噪声的工业过程在线稳态优化问题，如何利用过程的动态信息获得其稳态模型，以便得到其最佳设定值。文献[1～3]运用了不同的方法进行了研究,但仍然存在一些缺陷。文献[4]最先提出了利用设定点的阶跃信号作辨识输入信号获取过程的稳态模型的思想，在文中针对线性系统，采用最小二乘技术获得了其稳态增益的一致性估计，但所用的最小二乘技术应用到非线性过程，难以获得其一致性估计，其后文献[5, 6]采用了这一思想，利用估计理论在相当弱的条件下获得了稳态模型，同样也适用于非线性过程，并且为非线性系统的动态辨识提供了一种重要研究方法[7, 8]。如何将这一方法应用到大工业过程，克服文献[4]中所提方法应用条件苛刻，计算复杂、繁重等弱点，是一项十分有意义的工作。本文针对伴有噪声的动态非线性大工业过程，采用分散辨识方法，获取其稳态模型的强一致性估计。

收稿日期：2004 – 03 – 16
基金项目：国家自然科学基金资助项目(69674003)
作者简介：刘知贵(1966 –)，男，博士生，副教授，主要从事自动控制理论、计算机技术及应用方面的研究.

1 集中辨识

考虑一个由N个子过程组成的被控非线性大工业过程，其中第i个子过程的动态状况方程描述如下

$$y_i(k)=\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{A}_{ij}y_i(k-j)+\sum_{j=0}^{n}\boldsymbol{B}_{ij}u_i(k-j)+\sum_{j=0}^{n}\overline{\boldsymbol{D}}_{ij}\boldsymbol{F}_i(c_i)+e_i(k) \tag{1}$$

式中 $y_i(k)$、$u_i(k)$和c_i分别为第i个子过程在k时刻的输出、关联输入和设定点取值，$e_i(k)$为随机干扰，$\boldsymbol{F}_i(\cdot)$为c_i的l_i元m_i次的多项式组，$\boldsymbol{F}_{ik}(c_i)=\sum_{t_b}g_{kj}c_i^{t_i}(1)\cdots c_i^{t_i}(m_i)$ $k\in(1,q_i)$ $j\in(1,l_i)$，$\boldsymbol{A}_{ij}$、$\boldsymbol{B}_{ij}$和$\overline{\boldsymbol{D}}_{ij}$都是适当维数的未知矩阵。各子过程之间的关联偶合为

$$u_i(k)=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{H}_{ij}y_j(k) \tag{2}$$

式中 $\boldsymbol{H}_{ij}$是0与1组成的已知矩阵。令

$$\boldsymbol{F}_i(c_i)=\boldsymbol{G}_i\boldsymbol{Q}_i(c_i) \tag{3}$$

将式(3)代入式(1)得

$$y_i(k)=\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{A}_{ij}y_i(k-j)+\sum_{j=0}^{n}\boldsymbol{B}_{ij}u(k-j)+\sum_{j=0}^{n}\boldsymbol{D}_{ij}\boldsymbol{Q}_i+e_i(k) \tag{4}$$

式中 $\boldsymbol{D}_{ij}=\overline{\boldsymbol{D}_{ij}}\boldsymbol{G}_i$。因为仅考虑过程的稳态模型辨识，这里式(1)的描述与文献[4]中的描述并无本质区别，事实上，只需补充规定一些零项就可统一起来。写成紧凑形式

$$\boldsymbol{Y}(k)=\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{A}_i^*Y(k-i)+\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{B}_i^*u(k-i)+\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{D}_i^*\boldsymbol{Q}+e(k) \tag{5}$$

$$\boldsymbol{U}(k)=\boldsymbol{HY}(k) \tag{6}$$

其稳态模型为

$$y_i=\sum_{j=1}^{n}\boldsymbol{A}_{ij}y_i+\sum_{j=0}^{n}\boldsymbol{B}_{ij}u_i+\sum_{j=0}^{n}\boldsymbol{D}_{ij}\boldsymbol{Q}_i=\boldsymbol{A}_iy_i+\overline{\boldsymbol{B}}_iu_i+\overline{\boldsymbol{D}}_i\boldsymbol{Q}_i=\boldsymbol{B}_iu_i+\boldsymbol{D}_i\boldsymbol{Q}_i \tag{7}$$

$$u_i=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{H}_{ij}y_j \tag{8}$$

将上述式(7)、(8)写成如下紧揍形式

$$y=\boldsymbol{B}u+\boldsymbol{DQ} \tag{9}$$

$$u=\boldsymbol{H}y \tag{10}$$

从式(9)和(10)可得到$(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{BH})y=\boldsymbol{DQ}$。为了保证对任意的设定值$c_i$，都存在唯一的稳态输出值$y$，必须要求$\det(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{BH})\neq 0$；$\det(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})\neq 0$。于是有

$$y=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{BH})^{-1}\boldsymbol{DQ}=\boldsymbol{FQ} \tag{11}$$

这里$\boldsymbol{F}=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{BH})^{-1}\boldsymbol{D}$为$t\times m$阶的未知矩阵，式(11)称为输入输出集中模型，而式(7)和(8)称为可分模型，下面将分别讨论集中模型、可分模型的辨识问题。为了获得其强一致性估计，作如下假设：

假设1：噪声$e(k)$的均值为零，均方差一致有界，并且有

$$\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}e(k)=0 \qquad (\mathrm{a.s}) \qquad [(\mathrm{a.s})\text{ 表示强一致收敛(即几乎处处收敛)}]$$

假设2：方程 $\det[\boldsymbol{Z}^n(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{B}_0^*\boldsymbol{H})-\sum_{i=1}^{n}\boldsymbol{Z}^{n-1}(\boldsymbol{A}_i^*+\boldsymbol{B}_i^*\boldsymbol{H})]=0$之根严格位于单位圆内。

假设3：任取k_0，当$k\geq k_0$时，取阶跃输入$c=s\neq 0\ (a\leq s\leq b)$，$[a,b]$为$c$实际变化的区间，$\boldsymbol{F}(\cdot)$是$[a,b]$上的连续函数。则当$k\geq k_1\triangleq k_0+n$时，式(5)等价于如下差分方程$\overline{\boldsymbol{Y}}(k+1)=\overline{\boldsymbol{A}}\overline{\boldsymbol{Y}}(k)+\boldsymbol{W}(k+1)$；这样可有$\overline{\boldsymbol{Y}}(k)=\sum_{i=0}^{k-k_1-1}\overline{\boldsymbol{A}}_i\boldsymbol{W}(k-i)+\overline{\boldsymbol{A}}_{k-k_i}\overline{\boldsymbol{Y}}(k_1)$；取数学期望可得

$$E\overline{\boldsymbol{Y}}(k)=\sum_{i=0}^{k-k_1-1}\overline{\boldsymbol{A}}_iE\boldsymbol{W}(k-i)+\overline{\boldsymbol{A}}_{k-k_i}E\overline{\boldsymbol{Y}}(k_1)$$

假设4：存在k_2使得$E(\overline{Y}^T(k_2)\overline{Y}(k_2))$为有限值。由假设3、文献[10]的定理5.6.3和定理5.5.1可得

$$\lim_{k\to\infty} E\overline{\boldsymbol{Y}}(k) = \lim_{k\to\infty}\sum_{i=0}^{k}\overline{\boldsymbol{A}_i}E\boldsymbol{W}(k-i)$$

于是

$$\lim_{k\to\infty} Ey(k) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}_0^*\boldsymbol{H} - \sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{A}_i^* + \boldsymbol{B}_i^*\boldsymbol{H})]^{-1}\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{D}_i^*\boldsymbol{Q} \tag{12}$$

故有

$$\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\overline{\boldsymbol{Y}}(k+i) = (\boldsymbol{I}-\overline{\boldsymbol{A}})^{-1}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{W}(k+i) + (I-\overline{\boldsymbol{A}})^{-1}\frac{1}{M}\overline{\boldsymbol{A}}(\overline{\boldsymbol{Y}}(k)-\overline{\boldsymbol{Y}}(k+M))$$

由假设4可知，$\overline{Y}(k)$ 是一个二阶矩过程，可有

$$\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\overline{\boldsymbol{Y}}(k+i) = \lim_{M\to\infty}(\boldsymbol{I}-\overline{\boldsymbol{A}})^{-1}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{M}\boldsymbol{W}(k+i)$$

故有

$$\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N}y(k+i) = [\boldsymbol{I} - \boldsymbol{B}_0^*\boldsymbol{H} - \sum_{i=1}^{n}(\boldsymbol{A}_i^* + \boldsymbol{B}_i^*\boldsymbol{H})]^{-1}\sum_{i=0}^{n}\boldsymbol{D}_i^*\boldsymbol{Q} \tag{13}$$

比较式(12)、(13)可知

$$\lim_{k\to\infty} Ey(k) = \lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{i=1}^{N}y(k+i) \qquad (\text{a.s}) \tag{14}$$

当假设1、2、3成立时，则过程的输出 $y(k)$ 是一个渐近平稳过程，且均值具有各态遍历性。

为了获取集中稳态模型未知矩阵 F 的强一致性估计，可采用如下辨识步骤：

本文选择 m 个向量 $\boldsymbol{s}_i \in C$ $i\in(1,m)$ 使得 $\boldsymbol{Q}^{(i)}$ 形成 m 个线性无关的向量，进行 m 次阶跃信号试验，测量其稳态输出值 $y^i(k),(k=T,T+1,\cdots,T+M, i=1,2,\cdots,m)$，这样由式(11)、(14)可得到如下关系

$$\lim_{k\to\infty} E\overline{\boldsymbol{Y}}^i(k) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{Q}^{(i)} \tag{15}$$

于是有

$$\boldsymbol{F} = \lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(\overline{\boldsymbol{Y}}^1(k),\cdots,\overline{\boldsymbol{Y}}^m(k))(Q^{(1)},\cdots,Q^{(m)})^{-1}\text{，}(\text{a.s})$$

$\boldsymbol{F}$ 的强一致估计

$$\boldsymbol{F}_M = \frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{M+T}(\overline{\boldsymbol{Y}}^1(k),\cdots,\overline{\boldsymbol{Y}}^m(k))(Q^{(1)},\cdots,Q^{(m)})^{-1} \tag{16}$$

因为在辨识 F 的过程中，只需要过程的稳态数据，因而T可取得较大，而过程进入稳态后，再采样。但这种集中模型涉及到大量的信息交换,各子过程要将稳态采样数据送到集中计算单元，因而增大了成本，也不利于分散控制，为此下面将介绍分散辨识方法。

2　分散辨识

首先，将 y_i 和 u_i 表示成 Q_i 的线性组合，由式(8)和式(11)可得到

$$y_i = \sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{F}_{ij}Q_j \tag{17}$$

$$u_i = \sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{H}_{ij}y_j = \sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{H}_{ij}[\sum_{s=1}^{N}\boldsymbol{F}_{js}Q_s] = \sum_{s=1}^{N}[\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{H}_{ij}\boldsymbol{F}_{js}]Q_s = \sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{E}_{ij}Q_j \tag{18}$$

为了估计可分模型的未知矩阵 $\boldsymbol{B}_i$ 和 $\boldsymbol{D}_i$，首先来估计 $\boldsymbol{F}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{E}_{ij}$。将式(7)、(12)、(13)联立比较可得如下关系

$$\boldsymbol{F}_{ii} = \boldsymbol{D}_i + \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_{ii} \qquad i\in\overline{1,N} \tag{19}$$

$$\boldsymbol{F}_{ij} = \boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_{ij} \qquad j\neq i \text{ 且 } j\in\overline{1,N} \tag{20}$$

如果能获得 $\boldsymbol{F}_{ij}$ 的强一致性估计 $\boldsymbol{F}_{ij}(M)$ 以及 $\boldsymbol{E}_{ij}$ 的强一致性估计 $\boldsymbol{E}_{ij}(M)$，代入到式(22)可得到关系为 $\boldsymbol{F}_{ij}(M) = \boldsymbol{B}_i(M)\boldsymbol{E}_{ij}(M)$，$j\neq i$，且 $j\in\overline{1,N}$。

如果式(20)有解，且唯一，则其解 $\boldsymbol{B}_i(M)$ 必是 $\boldsymbol{B}_i$ 的强一致性估计。将 $\boldsymbol{B}_i(M)$ 代入式(19)，则可得 $\boldsymbol{D}_i(M) = \boldsymbol{F}_{ii}(M) - \boldsymbol{B}(M)\boldsymbol{E}_{ii}(M)$。这里有一个可辨识的问题,如果式(23)的解唯一，则系统是可辨识的，否则

系统是不可辨识的。下面研究如何获取 $\boldsymbol{F}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{E}_{ij}$ 的强一致估计 $\boldsymbol{F}_{ij}(M)$ 和 $\boldsymbol{E}_{ij}(M)$。

对于第 i 个子过程选择 m_i+1 个设定值 $s_i^k \in C_i$，使得 $W_i \underline{\underline{\Delta}}(Q_i^1-Q_i^0,\cdots,Q_i^{m_i}-Q_i^0)$ 为可逆矩阵。将 m_i+1 个设定点的阶跃信号，逐渐加到第 i 个子过程。而其他子过程的设定点维持在一个固定的设定值(如第 j 个子过程维持在 Q_j)。整个辨识过程分成两个阶段来，下面将分别介绍。

第一阶段　将第 i 个子过程的关联输入/输出的采样值送到相应的第 i 个局部估计单元。由式(15)和(17)可得

$$\lim_{k\to\infty} Ey_i^s(k)=y_i^s=\boldsymbol{F}_{ii}Q_i^s+\sum_{j\neq i}\boldsymbol{F}_{ij}Q_j \qquad s\in\overline{0,m_i},\ i\in\overline{1,N} \tag{21}$$

于是有

$$\lim_{k\to\infty}(Ey_i^s(k)-Ey_i^0(k))=\boldsymbol{F}_{ii}(Q_i^s-Q_i^0) \tag{22}$$

由式(21)、(22)可得

$$\boldsymbol{F}_{ii}=\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(y_i^1(k)-y_i^0(k),\cdots,y_i^{m_i}(k)-y_i^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1}=\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{F}_{ii}(M) \qquad (\text{a.s})$$

由此可得 $\boldsymbol{F}_{ii}$ 的强一致估计

$$\boldsymbol{F}_{ii}(M)=\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(y_i^1(k)-y_i^0(k),\cdots,y_i^{m_i}(k)-y_i^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1} \tag{23}$$

对于关联输入，同样有

$$\boldsymbol{E}_{ii}=\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(u_i^1(k)-u_i^0(k),\cdots,u_i^{m_i}(k)-u_i^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1}=\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{E}_{ii}(M) \qquad (\text{a.s})$$

由此可得 $\boldsymbol{E}_{ii}$ 的强一致估计

$$\boldsymbol{E}_{ii}(M)=\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(u_i^1(k)-u_i^0(k),\cdots,u_i^{m_i}(k)-u_i^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1} \tag{24}$$

将第 j 个子过程的关联输入和输出送到第 j 个局部估计单元，得 $\lim Ey_i^s(k)=\boldsymbol{F}_{ji}Q_i^s+\sum_{t\neq i}^{N}\boldsymbol{F}_{jt}Q_t$，于是有

$$\boldsymbol{F}_{ji}=\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(y_i^1(k)-y_j^0(k),\cdots,y_j^{m_i}(k)-y_j^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1}=\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{F}_{ji}(M) \qquad (\text{a.s})$$

同理得强一致估计

$$\boldsymbol{F}_{ji}(M)=\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(y_i^1(k)-y_j^0(k),\cdots,y_j^{m_i}(k)-y_j^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1} \tag{25}$$

同样可知

$$\boldsymbol{E}_{ji}=\lim_{M\to\infty}\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(u_j^1(k)-u_j^0(k),\cdots,u_j^{m_i}(k)-u_j^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1}=\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{E}_{ji}(M) \qquad (\text{a.s})$$

因而强一致估计

$$\boldsymbol{E}_{ji}(M)=\frac{1}{M}\sum_{k=T+1}^{T+M}(u_j^1(k)-u_j^0(k),\cdots,u_j^{m_i}(k)-u_j^0(k))\boldsymbol{W}_i^{-1} \tag{26}$$

由式(27～30)得到 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{E}$ 的强一致性估计 $\boldsymbol{F}_M$ 和 $\boldsymbol{E}_M$。

第二阶段　这一阶段的主要任务是估计 $\boldsymbol{B}_i$ 和 $\boldsymbol{D}_i$。首先从式(7)、(15)和(17)知

$$y_i=\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{F}_{ij}Q_j=\boldsymbol{B}_iu_i+\boldsymbol{D}_iQ_j=\boldsymbol{D}_iQ_i+\boldsymbol{B}_i\sum_{j=1}^{N}\boldsymbol{E}_{ij}Q_j \tag{27}$$

等式两端进行比较有

$$\boldsymbol{F}_{ii}=\boldsymbol{D}_i+\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_{ii} \qquad i\in\overline{1,N} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{F}_{ij}=\boldsymbol{B}_i\boldsymbol{E}_{ij} \qquad j\neq i\text{，且}\ j\in\overline{1,N} \tag{29}$$

由于式(29)是从式(27)导出来的，其解总是存在的，设其解为 $\hat{\boldsymbol{B}}_i$，代入到式(28)可得到

$$\hat{\boldsymbol{D}}_i=\boldsymbol{F}_{ii}-\hat{\boldsymbol{B}}_i\boldsymbol{F}_{ii} \tag{30}$$

如果，$\hat{\boldsymbol{B}}_i=\boldsymbol{B}_i$，则有 $\hat{\boldsymbol{D}}_i=\boldsymbol{D}_i$。此时称系统是可辨识，在可辨识的情况下，将式(28)、(29)中的 $\boldsymbol{F}$ 和 $\boldsymbol{E}$

换成 $\boldsymbol{F}(M)$ 和 $\boldsymbol{E}(M)$ ，于是有

$$\boldsymbol{F}_{ii}(M)=\boldsymbol{D}_i(M)+\boldsymbol{B}_i(M)\boldsymbol{E}_{ii}(M) \tag{31}$$

$$\boldsymbol{F}_{ij}(M)=\boldsymbol{B}_i(M)\boldsymbol{E}_{ij}(M) \tag{32}$$

由代数方程和连续性以及 $\boldsymbol{F}_{ij}(M)$ 和 $\boldsymbol{E}_{ij}(M)$ 是 $\boldsymbol{F}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{E}_{ij}$ 的强一致性估计可知式(32)也是可解的，并且解也是唯一的(对于充分大的M)，于是有

$$\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{B}_i(M)=\boldsymbol{B}_i \qquad (\mathrm{a.s})$$

$$\lim_{M\to\infty}\boldsymbol{D}_i(M)=\boldsymbol{D}_i \qquad (\mathrm{a.s})$$

这样，我们就获得了可分稳态模型的强一致估计。

3　结　论

针对伴有噪声的非线性大工业过程在线稳态优化问题，如何利用过程的动态信息获得其稳态模型，以便得到其最佳设定值,文献[1～3]虽然提出了解决问题的方法，但都存在很大的弱点。本文在采用文献[5～9]思想基础上，采用分散辨识方法，获取其稳态模型的强一致性估计，并且还给出了稳态模型可辨识的条件。

参 考 文 献

[1] Bamrerger W, Isermann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes[J]. Automatica 1978, 14: 223-230

[2] Garcia C E, Morari M. Optimal operation of integrated processing systems, port I: open-loop optimizing control[J]. AICHE.J., 1981, 27(6): 960-968

[3] Lin J, Wang M, Roberts P D, *et al*. Hierarchical integrated identification and optimization for on-line stochastic optimizing control of large-scale steady-state industrial processes[J]. Int. J. Control, 1991, 53(1):1-44

[4] 陈庆升，万百五. 利用工业过程稳态信息建立稳态模型及其强一致性分析[J]. 控制与决策，1991, 6(2): 90-96

[5] 黄正良，万百五，韩崇昭. 双线性系统稳态模型估计及其强一致分析[J]. 自动化学报, 1995, 21(15): 562-569

[6] 万百五，黄正良. 大工业过程计算机在线稳态优化控制[M]. 北京：科学出版社, 1998

[7] 黄正良，万百五，韩崇昭. 辨识Hammerstein模型的两步法[J]. 控制理论与应用，1995, 12(1): 34-39

[8] 黄正良，吴　坚，万百五. 辨识Wiener模型的一种新方法[J]. 控制理论与应用，1996, 13(3): 1-4

[9] 刘知贵，黄正良. 大工业过程稳态模型的分散辨识[J]. 电子科技大学学报，1999, 28(3)：286-290

[10] 黄　琳. 系统与控制理论中的线性代数[M]. 北京：科学出版社, 1984. 420-441

编　辑　徐安玉