

# 需求不确定下三度价格歧视模型及算法

余凌凌, 唐小我, 马永开

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

**【摘要】**针对现有垄断厂商定价理论与实践之间的差距,提出了一种需求不确定情形下的垄断厂商三度差别定价决策方法,以需求确定性下的垄断厂商三度差别定价决策模型为基础,建立新的决策模型,并利用计算机模拟和仿真技术求解决策模型。演示系统过程和结果表明,该方法扩充了现代厂商定价理论,增加了现代厂商定价理论的实用性。

**关键词** 需求不确定性; 成本不确定性; 垄断; 计算机模拟

**中图分类号** F016.0; F272.3 **文献标识码** A

## Model of Third-Degree Price Discrimination in Uncertain Demand and Simulation

Yu Lingling, Tang Xiaowo, Ma Yongkai

(School of Management Science, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** The article puts forward a approach of third-degree price discrimination decision of monopolist in uncertain demand, according to the disparity between the existing theory of price of monopolist and their practice. A new decision model was found based on the third-degree price discrimination decision model in certain demand. Sametime the article gives us a way of solving the decision model by computer simulation. And it analyses the results of simulation, the results show that this method expand the theory of price of monopolist and improve the utilization of the theory as well.

**Key words** uncertainty of demand; uncertainty of cost; monopoly; computer simulation

现实生活中厂商面临的需求和成本的不确定性,造成了现代经济理论中的价格理论(在给定需求函数和成本函数的前提下研究产品的最优定价问题)和厂商定价实践之间的差距。为了使厂商定价理论更接近于现实,对需求不确定性下的产品定价方法的研究显得尤为迫切和重要。文献[1, 2]研究了消费者口味不确定情形下零售厂商定价问题。文献[3~5]在需求函数可以发生随机扰动的情形下,研究了垄断厂商的产品生产容量的设计和产品定价问题。本文分两种情形讨论了需求不确定性下三度差别定价决策模型,并利用计算机求解决策模型,对实际问题进行了比较逼真的模拟。

## 1 没有容量限制的三度差别定价决策模型及其求解

### 1.1 建立决策模型

为了得到一般性的三度差别定价决策模型,先作如下假定:设垄断厂商的某产品拥有两个相互隔离的子市场A和B,子市场A对产品的需求函数为 $q = f_A(p) + q_A$ ,子市场B对产品的需求函数为 $q = f_B(p) + q_B$ ( $f_A(p)$ 和 $f_B(p)$ 是已知的、可微的确定型需求函数, $q_A$ 和 $q_B$ 分别为子市场A和子市场B需求

收稿日期:2003-01-17

基金项目:国家杰出青年科学基金资助项目(79725002)

作者简介:余凌凌(1979-),女,硕士生,主要从事产业组织论方面的研究。

函数的随机扰动项,其联合分布率如表1所示),垄断厂商生产该产品的成本函数为 $C = C(Q)$ (这里假定 $C(Q)$ 是可微函数,边际成本为固定常数 $C$ )。垄断厂商为子市场A和子市场B制定销售价格 $p_A$ 和 $p_B$ ,然后接受订单,按订单组织生产并把期望销售收入最大化作为其定价目标。垄断厂商实际生产该产品 $Q$ 单位,产量 $Q = (f_A(p_A) + q_A) + (f_B(p_B) + q_B)$ ,厂商利润为

$$\pi(p_A, p_B) = p_A[f_A(p_A) + q_A] + p_B[f_B(p_B) + q_B] - C[f_A(p_A) + q_A + f_B(p_B) + q_B]$$

期望利润,即模型1为

$$\hat{\pi}(p_A, p_B) = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n s_{ji} \{p_A[f_A(p_A) + q_{Ai}] + p_B[f_B(p_B) + q_{Bj}] - C[f_A(p_A) + q_{Ai} + f_B(p_B) + q_{Bj}]\}$$

期望利润的最大值为

$$\max\{\hat{\pi}(p_A, p_B)\}$$

表1  $q_A$ 和 $q_B$ 的联合分布率

	$q_A$ 的取值			
	$q_{A1}$	$q_{A2}$	...	$q_{An}$
$q_{B1}$	$s_{11}$	$s_{12}$	...	$s_{1n}$
$q_{B2}$	$s_{21}$	$s_{22}$	...	$s_{2n}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$q_{Bm}$	$s_{m1}$	$s_{m2}$	...	$s_{mn}$

## 1.2 求解决策模型

由于求解模型1中的解析解比较困难,本文采用计算机模拟方法来求解<sup>[6]</sup>。

首先建立一个与实际相关的数学模型,然后利用计算机相关语言实现数学模型的求解<sup>[7, 8]</sup>。模型1是一个已经建立好的数学模型,稍微扩展一下就可得到一个与实际相关的数学模型。厂商需求函数为 $q_A = 7.3 - 0.7p_A + q_A$ 和 $q_B = 10 - p_B + q_B$ 。成本函数为 $c = 7 + 2Q$ ( $Q = q_A + q_B$ )。假设 $q_A$ 和 $q_B$ 为离散分布的随机变量,其概率分布满足 $s_{ji} > 0, \sum_{j,i} s_{ji} = 1$ 。A、B两个市场的产品价格 $p$ 在1~10之间波动,波幅为0.5左右,用计算机模拟求解得到的结果如表2所示。

表2 模拟结果

	最大期望利润	子市场A最优价格	子市场B最优价格
需求确定	21.360	6.0	5.8
需求不确定	3.968	9.0	8.8

结果表明:由于在需求不确定性下垄断厂商面临着决策风险,使用确定性下三度差别定价决策模型确定的销售价格往往不是两个子市场实际最优销售价格,且一定的价格偏差会导致较大的利润偏差,偏差越大给企业带来的损失就越大。

计算机模拟和仿真过程证明了需求不确定下三度差别定价决策模型的可行性,并为现代厂商在实际生产和决策中提供了参考依据,具有一定的实用价值。

## 2 考虑容量计划的三度差别定价决策模型及其求解

### 2.1 建立决策模型

在考虑容量计划的三度差别定价决策模型中,垄断厂商必须按照市场需求来设计生产容量,而需求量由价格决定,故把生产容量设计和产品定价放在一起考虑。

设厂商建立容量为 $K$ 的生产能力需投入的成本为 $I(K)$ ,生产容量范围内的单位产品的成本为常数 $c$ ,生产容量范围以外的单位产品的成本为 $c + h$ ( $h$ 为惩罚成本)。同样,可得垄断厂商的三度差别定价决策模型。

垄断厂商利润为

$$p(p_A, p_B, q_A, q_B) = p_A[f_A(p_A) + q_A] + p_B[f_B(p_B) + q_B] - C(q_A, q_B)$$

其中

$$C(q_A, q_B) = \begin{cases} cQ + I(K) & Q \leq K \\ cQ + h(Q - K) + I(K) & Q > K \end{cases} \quad (Q = f_A(p_A) + q_A + f_B(p_B) + q_B)$$

期望利润的最大值, 即模型2为

$$\max\{\hat{p}(p_A, p_B)\}$$

### 2.2 求解决策模型

同理, 利用计算机模拟求解模型2。由于生产容量的变化影响生产成本的变化, 生产成本的变化又影响期望利润的变化, 故在模拟的过程中, 试着改变生产容量并观察最优价格和最大期望利润的变化。

当垄断厂商的生产容量  $K$  增加到一定程度后, 其最大期望利润不再变化, 测试结果如表3所示。从表3可看出。当生产容量  $K < 42$  时, 厂商无利润; 当生产容量  $K$  增加到一定程度 ( $K > 94$ ) 时, 期望利润不再变化, 而恒为4.2。而生产容量  $K$  在42 ~ 94之间变化时, 期望利润  $d_m$  在0 ~ 4.2之间变化。当最大期望利润为4.2, 其最优价格差  $p_A = 10, p_B = 9.8$ 。

表3 测试结果

$K$	42	43	50	55	60	65	70	75	80	85	90	92	93	94
$d_m$	0	0.1	0.5	0.8	1.1	1.4	1.9	2.4	2.9	3.4	3.9	4.1	4.2	4.2
$p_A$	0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0	10.0
$p_B$	0	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8	9.8

## 3 结束语

需求不确定条件下的生产决策增加了厂商定价理论研究的难度, 但更贴近厂商的定价实践。本文在线性需求函数可以发生随机扰动的情形下, 给出垄断厂商三度差别定价决策方法及其模拟算法, 以扩充现代厂商定价理论, 增加了现代厂商定价理论的实用性。

### 参 考 文 献

- [1] Lazear E P. Retail pricing and clearance sales[C]. American Economic Review, 1986, 76:14-32
- [2] Pashigian B P. Demand uncertainty and sales[C]. American Economic Review, 1988, 78:939-953
- [3] Goex R F. Capacity planning and pricing under uncertain[C]. Working Paper, Otto-Von-University of Magdeburg, 2000
- [4] Goex R F. The impact of cost based pricing rules on capacity planning under uncertainty[C]. Working Paper University of Fribourg, Switzerland-Accounting Department, 2002
- [5] Frank S. Capacity-price competition and financial structure[C]. Working paper, Aachen University of Technology-Department of Finance, 2002
- [6] 王可定, 卢厚清, 周先华. 计算机模拟及其应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 1999
- [7] 王惠刚. 计算机仿真原理及应用[M]. (第二版). 长沙: 国防科技大学出版社, 2000
- [8] 范影乐. MATLAB仿真应用详解[M]. 北京: 人民邮电出版社, 2001

编辑 徐培红