

多峰需求情形下的产量决策问题研究

钱云光, 唐小我

(电子科技大学管理学院 成都 610054)

【摘要】在单峰需求情形下最优产量确定的基础上, 针对厂商面对多峰不确定情形下的需求情况, 研究了多峰需求情形下最优产量的决策问题, 建立了多峰需求情形下最优产量确定的决策模型, 得到了多峰需求情形下最优产量确定的决策方法, 这对产品定价特别是电力行业的定价决策具有实用性。

关键词 不确定性; 需求函数; 高峰定价; 产量确定

中图分类号 F016.0; F272.3 文献标识码 A

Research on Production Determining under Demand with Multi-Peak-Load

Qian Yunguang, Tang Xiaowo

(School of Management Science, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract Basing on the methods of production determining to the peak-load demand, the paper studies the models of production determining according to the demand that the manufacture facing with uncertain multi-peak-load. The paper establishes the model of production determining under demand with multi-peak-load and presents the methods of production determining under demand with multi-peak-load. The methods can apply to the production pricing especially to the electric power industry.

Key words uncertainty; demand function; peak-load pricing; production determining

对厂商而言, 决定产品的最优产量和价格的最重要因素是市场需求, 文献[1~4]在给定需求函数的前提下研究了产品的最优定价问题, 而需求不确定情形下产品产量和定价决策是非常困难的, 特别是当市场需求存在一定的概率分布的高峰期和非高峰期。文献[5]给出了厂商面临一个高峰期和非高峰期需求的情形下, 厂商最优产量的决策方法。但没有考虑一般情况下的高峰定价问题, 本文将对多峰需求情形下厂商最优产量的决策问题进行研究。

1 多峰需求情形下产量决策模型

1.1 单峰需求情形下产量决策及其结论

厂商在存在一个高峰期和非高峰期的情形(单峰需求)下进行最优产量决策时, 假定市场对某产品的需求函数为线性函数 $p = a - bq$, 其中 p 为产品价格, q 为市场对该产品的需求量, 成本函数 $C = cQ$, 其中 Q 为产品产量, C 为产量为 Q 时的总成本, c 为产品的边际成本, 为固定常数。文献[5]研究了 b 发生变动时的产品最优产量的决策问题。假设 q 为高峰期需求函数出现的概率, 则非高峰期需求函数出现的概率为 $1 - q$ 。

收稿日期: 2003-01-14

基金项目: 国家杰出青年科学基金资助项目(79725002)

作者简介: 钱云光(1975-), 男, 博士生, 讲师, 主要从事价格理论方面的研究。

在需求高峰期厂商按 $p_h = a - b_h q_h$ 进行定价, 在需求非高峰期厂商按 $p_l = a - b_l q_l$ 进行定价(其中 $b_l > b_h$), 则厂商在单峰需求情形下的定价策略为

$$p = \begin{cases} p_h = a - b_h q_h & \text{高峰期} \\ p_l = a - b_l q_l & \text{非高峰期} \end{cases} \quad (1)$$

厂商实际生产该产品 Q , 制定的销售价格为 p , 这时厂商生产该产品获得的期望利润 $\hat{p}(Q, p)$ 与产量 Q 、高峰期的需求量 q_h 、非高峰期的需求量 q_l 有关, 具体的期望利润为

$$\hat{p}(Q, p) = \hat{p}(Q, q_h, q_l) = \mathbf{q}(a - b_h q_h) q_h + (1 - \mathbf{q})(a - b_l q_l) q_l - cQ \quad \text{s.t. } q_h \leq Q; q_l \leq Q \quad (2)$$

厂商可以通过选择产量 Q 取得最大期望利润, 由式(2) $\max \hat{p}(Q, q_h, q_l)$ 。可得到以下结论:

- 1) 在单峰需求情形下, 必有 $q_l \leq q_h \leq Q$ 。
- 2) 在单峰需求情形下的最优产量为

$$Q^* = \begin{cases} q_h^* = \frac{a - c}{2b_h} > q_l^* = \frac{a - c}{2b_l} & \frac{b_l - b_h}{b_l} > \frac{c}{a\mathbf{q}} \\ q_h^* = q_l^* = \frac{a - c}{2[\mathbf{q}b_h + (1 - \mathbf{q})b_l]} & \frac{b_l - b_h}{b_l} < \frac{c}{a\mathbf{q}} \end{cases}$$

1.2 多峰需求情形下产量决策模型

1.1节介绍了单峰需求情形下厂商最优产量的决策问题, 但市场的需求往往随着时间而波动, 如市场对电能的需求在一天中的不同时期的差异就很大, 存在着多个不同的峰值, 且每个峰值的出现具有不确定性,

表1 b_i 的分布律

b_i 的取值	概率值
b_1	q_1
b_2	q_2
...	...
b_n	q_n

下面研究当市场需求存在多个不确定峰值时的厂商最优产量决策问题。

在多峰需求情形下, 假设市场对某产品的需求函数为线性函数 $p = a - b_i q_i$, 其中 p 为产品价格, q_i 为不同峰值时市场对该产品的需求量, b_i 为各不同峰值需求函数的斜率。假定 q_i 为各峰值需求函数出现的概率, 其分布律如表1所示, 其中 $\sum q_i = 1$, $b_1 > b_2 > \dots > b_n$, 成本函数为 $C = cQ$ 。

这时, 在多峰需求情形下厂商将按照各峰值需求函数 $p_i = a - b_i q_i$ 进行定价, 则厂商在多峰需求情形下的定价策略

$$p = \begin{cases} p_1 = a - b_1 q_1 \\ p_2 = a - b_2 q_2 \\ \vdots \\ p_n = a - b_n q_n \end{cases} \quad (3)$$

厂商实际生产该产品 Q 单位, 制定的销售价格为 p , 由于厂商的定价策略为式(3), 所以这时厂商生产该产品获得的期望利润 $\hat{p}(Q, p)$ 与产量 Q 、各高峰时期 q_i 有关, 具体的期望利润

$$\hat{p}(Q, p) = \hat{p}(Q, q_i) = \sum_{i=1}^n q_i (a - b_i q_i) q_i - cQ \quad \text{s.t. } q_i \leq Q; i \in (1, n) \quad (4)$$

厂商可以通过选择产量 Q 取得最大期望利润, 即 $\max \hat{p}(Q, q_i)$, 下面研究模型(4)的求解。

2 多峰需求情形下产量决策模型求解及结论

2.1 多峰需求情形下产量决策模型的求解

由单峰需求分析得到非高峰期的需求量一定不超过高峰期的需求量, 这个结论同样适用于多峰需求情形下的产量决策问题研究, 即 $q_{i+1} \leq q_i$ 。所以仅讨论以下三种情况:

- 1) $q_1 < q_2 < \dots < q_n \leq Q$

厂商进行最优产量决策时, 选择 $Q = q_n$ 进行决策。由式(4)可得

$$\begin{cases} \frac{\partial \hat{p}}{\partial q_n} = q_n(a - 2b_n q_n) - c = 0 \\ \frac{\partial \hat{p}}{\partial q_i} = q_i(a - 2b_i q_i) = 0 \quad i \in (1, n-1) \end{cases} \quad (5)$$

由式(5)可得厂商的最优产量为

$$\begin{cases} Q^* = q_n^* = \frac{a - c}{2b_n} \\ q_i^* = \frac{a}{2b_i} \quad i \in (1, n-1) \end{cases} \quad (6)$$

由于 $q_1 < q_2 < \dots < q_n = Q$, 所以: $q_n^* > q_{n-1}^*$, 由式(6)可得限制条件为

$$\frac{b_{n-1} - b_n}{b_{n-1}} > \frac{c}{a q_n}$$

2) 当 $\frac{b_{n-1} - b_n}{b_{n-1}} > \frac{c}{a q_n}$ 时, $Q = q_{n-1}$, 厂商进行最优产量决策时, 必然存在 $q_j = Q < q_{j+1}$, 这时 Q 界于两个峰值高峰需求函数 $p_j = a - b_j q_j$ 和 $p_{j+1} = a - b_{j+1} q_{j+1}$ 之间, 此时选择 $Q = q_j$ (其中 $1 < j < n$) 进行决策, 这时 $q_1 < q_2 < \dots < q_{j-1} < q_j = q_{j+1} = \dots = q_n$ 。则此时厂商的期望利润

$$\hat{p}(Q, q_i) = \sum_{i=1}^{j-1} q_i(a - b_i q_i) q_i + \sum_{i=j}^n q_i(a - b_i q_i) q_j - c q_j \quad (7)$$

由式(7)可得厂商的最优产量为

$$\begin{cases} Q^* = q_i^* = \frac{a \sum_{i=j}^n q_i - c}{2 \sum_{i=j}^n (q_i b_i)} \quad i \in (j, n) \\ q_i^* = \frac{a}{2b_i} \quad i \in (1, j-1) \end{cases} \quad (8)$$

因为 $q_1 < q_2 < \dots < q_{j-1} < q_j = q_{j+1} = \dots = q_n$, 所以: $q_j^* > q_{j-1}^*$, 由式(8)可得限制条件为

$$\frac{\sum_{i=j}^n [q_i(b_{j-1} - b_i)]}{b_{j-1}} > \frac{c}{a} \quad (9)$$

由于 q_i 和 b_i 均可以从表1中得到, 所以可以在计算机上计算得到符合条件的最大的正整数 j 。

3) 当 $1 < j < n$ 都不能满足式(9)时, 取 $j=1$ 时, 厂商进行最优产量决策时, 选择 $Q = q_1$, 这时 $q_1 = q_2 = \dots = q_n$ 。则此时厂商的期望利润为

$$\hat{p}(Q, q_i) = \sum_{i=1}^n q_i(a - b_i q_i) q_1 - c q_1 \quad (10)$$

由式(10)可得最优产量为: $Q^* = q_i^* = \frac{a - c}{2 \sum_{i=1}^n (q_i b_i)}$, 这个结果是式(8)的一个特例。

2.2 多峰需求情形下产量决策的结论

由式(6)、(8)可得多峰需求情形下的最优产量为

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^* = q_n^* = \frac{a-c}{2b_n} q_n \\ q_i^* = \frac{a}{2b_i} \end{array} \right. \quad \frac{b_{n-1}-b_n}{b_{n-1}} > \frac{c}{aq_n}, i \in (1, n)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^* = q_i^* = \frac{a \sum_{i=j}^n q_i - c}{2 \sum_{i=j}^n (q_i b_i)} \\ q_i^* = \frac{a}{2b_i} \end{array} \right. \quad i \in (j, n) \quad \frac{b_{n-1}-b_n}{b_{n-1}} > \frac{c}{aq_n} \max_j \frac{\sum_{i=j}^n [q_i (b_{j-1} - b_i)]}{b_{j-1}} > \frac{c}{a}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} Q^* = q_i^* = \frac{a \sum_{i=j}^n q_i - c}{2 \sum_{i=j}^n (q_i b_i)} \\ q_i^* = \frac{a}{2b_i} \end{array} \right. \quad i \in (1, j-1)$$

3 多峰需求情形下的一个应用——电力峰值定价法

在现实生活中,许多商品的需求都存在不同的高峰期,如电力,由于电力的消耗有明显的高峰期和非高峰期,高峰需求定价在电力行业得到普遍应用,现在较典型的为峰谷二段定价法,即把一天中的电力需求的变化划分为两个时段:高峰期和非高峰期,对于不同时段收取不同的电价。

但在实际生活中,在一天中的不同时段,用户对电能的需求的变化很大,其需求函数存在着多个不确定性的峰值,如果仅按照峰谷二段定价法来确定对电力的供应,不能精确反映每天各时段电力负荷,也不能精确反映供电成本的变化,在此时,供电部门可以根据自己掌握的用户的需求情况实施峰值定价法,即对每个不同峰值时期的电力需求确定不同的价格,在峰值定价法的定价策略下,供电部门按照定价策略(3)来制定价格策略,这时的供电部门的利润为

$$p(Q, p) = \sum_{i=1}^n q_i (a - b_i q_i) q_i - cQ$$

4 结束语

在现实经济生活中,产品的需求存在不同的高峰期,由于高峰期出现的不确定性造成了产品积压现象屡屡发生。许多研究产品定价的文献都是在产量等于需求量的前提下展开的,本文针对市场需求不同峰值出现的不确定性情形,研究了多峰需求情形下厂商最优产量的确定问题,提出了最优产量确定的决策方法。虽然本文是在线性需求函数的基础上进行研究的,但是其决策方法同样实用于非线性需求函数的情况。这个研究对提高产品定价方法的实用性具有重要意义。

参 考 文 献

- [1] Slade M E. Optimal pricing with costly adjustment: evidence from retail-grocery prices[J]. Review of Economic Studies, 1998, 65: 87-107
- [2] Weisman D L. Incentives for discrimination when upstream monopolists participate in downstream markets[J]. Journal of Regulatory Economics, 2001, 20(2): 125-139
- [3] Church J, R Ware. Industrial organization-a Strategic approach[M]. New York: McGraw-Hill, 2000. 155-182
- [4] Tirole J. The theory of industrial organization[M]. Cambridge Mass:MIT Press, 1989. 79-199
- [5] Flath D, Nariu T. Demand uncertainty and price maintenance[EB/OL]. <http://www.gsb.columbia.edu/japan/pdf/wp149.pdf>, 1998-10-12
- [6] 黄 岩, 张国春. 峰荷电价的定价模式分析[J]. 系统工程, 2001, 19(1): 43-46

编 辑 漆 蓉