

## 任意细线结构瞬态响应的高效求解

胡俊, 雷霖, 王湃, 聂在平

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】** 将时域电场积分方程法和普朗尼方法结合, 求解了任意细线结构的瞬态电磁响应问题。时域电场积分方程法用以计算早期响应, 普朗尼方法从早期响应中提取极点, 得到后期响应。避免了传统时域积分方程在后期响应求解的不稳定性, 提高了瞬态响应求解的效率。以线天线、环天线为例, 计算了在高斯脉冲激励下的电流响应。

**关键词** 时域积分方程; 普朗尼方法; 瞬态响应; 细线结构

**中图分类号** O441 **文献标识码** A

## Efficient Solution of Transient Response from Arbitrary Thin Wire Structure

Hu Jun, Lei Lin, Wang Pai, Nie Zaiping

(School of Electrical Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** Prony's method has been combined with time domain integral equation (TDIE) to solve transient response from arbitrary thin wire structure. Early-time response is calculated by TDIE. Prony's method is used to extract the pole from early-time response, the late-time response can be calculated efficiently. The present method avoids tedious computations in conventional TDIE, the efficiency of solving the transient response is speed up greatly. The current distributions on conducting straight wire and a circular loop excited by a Gaussian pulse are computed.

**Key words** time domain integral equations; Prony's method; transient response; thin wire structure

目标瞬态电磁散射特性是瞬态电磁场领域备受关注的重要课题, 对于超宽带短脉冲的冲击雷达系统分析设计、时域测量技术、电磁兼容设计等具有重要意义。采用时域积分方程法(Time Domain Integral Equation, TDIE)求解三维目标瞬态电磁散射具有频域积分方程法无可替代的优越性<sup>[1]</sup>。频域积分方程法必须反复计算不同频率响应, 再用快速傅里叶变换FFT技术变换到时域, 计算效率较低。采用渐近波估计(Asymptotic Wave Evaluation, AWE)技术可以实现频率响应的快速计算<sup>[2]</sup>, 但对于窄脉冲宽带或超宽带的三维目标时域散射依然效率不高。与传统时域有限差分方法FDTD相比, 时域积分方程法不需要进行空间离散和设置吸收边界条件, 未知量仅分布在导体表面。通常, 时域积分方程的求解基于时间步进法(Marching-On-In-Time Method, MOT), 其优点是思想简单, 容易数值实现。但是, 时间步进法在大多数情况下会出现后期不稳定性, 尤其在计算后期响应时需要耗费相当的计算时间。近年来, 已有学者提出基于时间积分处理的隐式时域积分方程方法用以克服后期不稳定性, 获得了良好的效果<sup>[3]</sup>。采用基于时间平均修正算法的TDIE也能克服诸如细线结构等目标的后期不稳定性<sup>[4]</sup>, 但仍然很费时。近年来, 非线性算法广泛用于时域响应外推计算, 如普朗

收稿日期: 2003-02-27

基金项目: 国防科研基金项目

作者简介: 胡俊(1973-), 男, 博士, 副教授, 主要从事计算电磁学方面的研究。

尼方法<sup>[5]</sup>。本文将普朗尼方法和时域积分方程方法进行混合求解。时域积分方程法仍基于对时间微分处理的时间步进法,但只用以计算早期响应;利用普朗尼方法从早期响应中提取极点,得到后期响应。这种方法避免了传统时域积分方程在后期响应计算的不稳定性,而且大大节省了计算机运算时间,提高了瞬态响应求解的效率。最后以线天线、环天线为例,计算了它们在高斯脉冲激励下的电流响应。数值结果证明了本文方法的有效性。

## 1 时域电场积分方程法

考虑到本文处理的目标是导电细线结构,故采用时域电场积分方程法TDEFIE求解。根据电流连续性方程与理想导体表面切向总电场为零的边界条件,可得到时间微分型的时域电场积分方程

$$\hat{s} \cdot \left( \frac{\partial \mathbf{E}^i}{\partial t} \right) \hat{s} \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ \frac{\mathbf{m}_0}{4\pi} \int_L \frac{I(\mathbf{r}', t)}{R} \hat{s}' dl' \right] - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \hat{s} \cdot \nabla \left[ \int_L \frac{\partial I(\mathbf{r}', t) / \partial t'}{R} dl' \right] \quad (1)$$

式中  $I(\mathbf{r}', t)$  为细线结构轴线近似的线电流密度,  $\hat{s}'$  为沿轴线切线方向的单位矢量。  $R = \sqrt{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2 + a^2}$  为距离,  $a$  为细线结构半径。  $t = t - \frac{R}{c}$  为延迟时间。时域基函数采用三角形函数  $T_j(t)$ , 空域基函数采用脉冲基函数  $f_n(\mathbf{r})$ , 将未知电流展开为

$$I(\mathbf{r}, t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=1}^{N_s} I_n^j f_n(\mathbf{r}) T_j(t) \quad (2)$$

式中  $I_n^j$  为第  $j$  个时刻取样点在空间第  $n$  小段上的电流值。

运用直线段中心近似与  $T_j(\mathbf{t}_{mn}^i)$  性质, 最终方程可简化成

$$I_m^{i+1} A_{mm} = V_{m,i} - \sum_{n=1}^{N_s} \sum_{j=-\infty}^i I_n^j \left\{ \hat{s}_m \cdot \hat{s}_n A_{mn} [T_j(\mathbf{t}_{mn}^{i+1}) - 2T_j(\mathbf{t}_{mn}^i) + T_j(\mathbf{t}_{mn}^{i-1})] - \left( \frac{c\Delta t}{\Delta l} \right)^2 [T_j(\mathbf{t}_{m,n+1}^i) A_{m,n+1} - 2T_j(\mathbf{t}_{mn}^i) A_{mm} + T_j(\mathbf{t}_{m,n-1}^i) A_{m,n-1}] \right\} \quad (3)$$

式中

$$A_{mn} = \int_l \frac{f_n(\mathbf{r}')}{R_m} dl' = \int_{r_{n-1/2}}^{r_{n+1/2}} \frac{1}{R_m} dl' \quad (4)$$

$$V_{m,i} = \frac{4\pi}{\mathbf{m}_0} (\Delta t)^2 \hat{s}_m \cdot \frac{\partial \mathbf{E}^i}{\partial t} \quad (5)$$

从上式可以明显看出, 方程右边只包含  $t = t_i$  时刻之前的电流。因此, 在  $t = t_{i+1}$  时刻的各点电流可由前些时刻的已知电流和激励所决定, 从而按照时间步进, 就得到各点在各个时刻的电流值。

由上可见, 时间步进不需要矩阵方程求解, 易于数值实现。但也存在以下缺点:

1) 必须满足条件  $\Delta t \ll R_{mn}/c$  ( $m \neq n$ ), 这种限制在有些情况下很难达到; 若求较长时间的响应, 导致时间步进的次数太多, 计算量和存储量猛增。

2) 随着时间步进, 可能出现计算误差积累。时间步进的后期, 可能出现不稳定性, 造成结果的发散。

## 2 晚期响应计算

对于一个特定目标的瞬态电磁响应, 感应电流响应可以表示成<sup>[6]</sup>

$$I(t) = \sum_{m=1}^M A_m \exp(s_m t) \quad (6)$$

式中  $s_m$  是待求的复频域极点,  $A_m$  是相应的幅度,  $M$  是该特定目标所具有的极点数目。代入已经计算得到的早期响应序列, 有

$$I(t_n) = I_n = \sum_{m=1}^M A_m \exp(s_m n \Delta t) \quad n=1, 2, \dots, N \quad (7)$$

式中  $\Delta t$  是早期采样序列的时间间隔,  $t_n = n \Delta t$ 。  $N$  为采样点数, 要求  $N \gg 2M$ 。应用普朗尼方法可以方便地求解上述非线性方程组<sup>[5]</sup>, 具体思路见文献[6]。

在求得  $A_m$ 、 $s_m$  后, 利用式(6)可求出任意  $t$  时刻的电流响应。由此可见, 该方法不但可避免晚期响应求解的费时计算, 而且大大提高了求解效率。但是, 如果计算的早期响应太短, 采样序列不能包含足够的信息量, 将得不到正确的晚期响应。

### 3 数值结果与讨论

本节以线天线和环天线为例, 计算了它们的瞬态响应。计算均在PIII800微机上进行。

考虑长度为  $L$ , 半径为  $a$  的一线天线由中心  $d$  电压源激励, 电压脉冲  $U(t) = \exp[-g^2(t-t_{\max})^2]$ 。  $L=1$  m,  $a=5 \times 10^{-3}$  m,  $g=5 \times 10^9$  /s,  $t_{\max}=5.56 \times 10^{-10}$  s。直线段划分为均匀的60段, 时间间隔  $\Delta t = \Delta l / c$ 。图1a给出了线天线中心馈电点处的电流响应结果。采用传统TDIE计算500个时间步, 需费时2 h 39 min。而采用本文方法计算, 时间开销主要是用TDIE计算早期响应, 普朗尼方法提取极点的计算时间很少。取早期100个间距  $2\Delta t$  的时间响应作为样本, 展开项数为40, 仅费时24 min。图1b还给出了文献[6]的结果作对比。由图1可见, 本文方法和传统TDIE均与文献结果吻合很好, 但本文方法比传统TDIE方法大大提高了瞬态响应求解的计算效率。

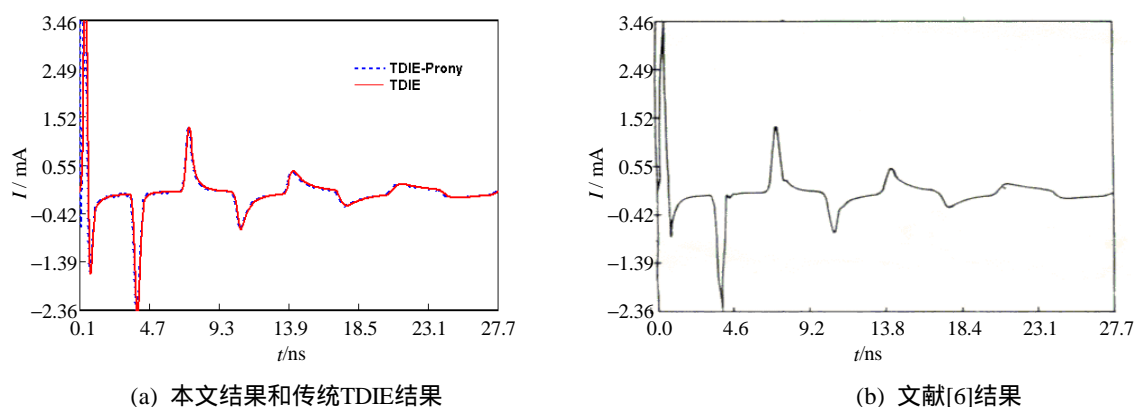


图1 线天线瞬态辐射响应

考虑一位于  $x-y$  平面的环天线, 周长为2 m, 线半径与环半径之比为  $10^{-3}$ 。入射电磁脉冲传播方向垂直于环平面, 入射电场方向为  $x$  方向, 脉冲电场  $E^i(t) = \hat{x} \exp[-g^2(t-t_{\max})^2]$ , 其中  $g=1.5 \times 10^9$  /s,  $t_{\max}=1.43 \times 10^{-9}$  s。环天线均匀划分为60段, 时间间隔  $\Delta t = 0.95\Delta l / c$ 。环天线上距离  $X$  轴  $1/4$  周长处的电流响应如图2所示。图2a为传统TDIE计算的电流响应结果。尽管在前500个时间步长计算的电流响应合理, 但时间步进的后期出现了发散性震荡。图2b给出了基于时间平均修正算法的TDIE和本文方法计算的结果<sup>[4]</sup>。时间平均修正算法能得到稳定解, 但计算750个时间步, 需费时2 h 50 min。而采用本文方法计算, 取早期100个间距  $\Delta t$  的时间响应作为样本, 展开项数为15, 计算750个时间步共费时仅3 min, 此时计算效率大约是直接TDIE方法的57倍。图中结果显示, 本文方法不仅可以克服时间步进法遇到的后期不稳定性, 而且极大地提高了瞬态响应求解的计算效率。

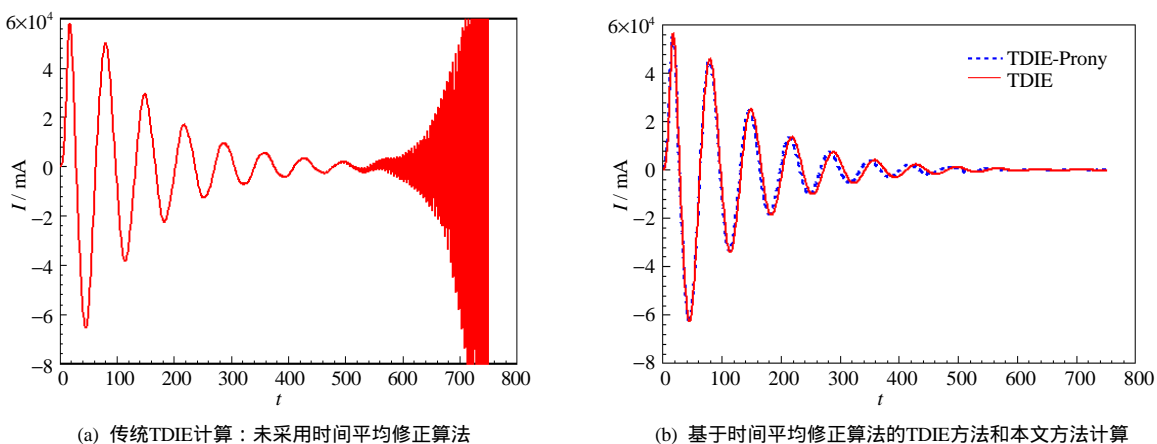


图2 环天线的瞬态电磁散射结果(距离  $X$  轴  $1/4$  周长处的电流响应)

(下转第530页)

### 3 总结

资源的动态协商不是一个新课题,但是主动网络赋予了它新的内涵和活力。资源的动态协商能方便地在主动节点中实现,既能让用户直接参与协商事宜,还能满足一些诸如多媒体通信等业务的需要。此外,它还能在一定的程度上起到简化算法的作用,让问题最好在尽量少的节点内解决,这样既能防止安全问题蔓延,又能减少通信量。本文对主动节点内资源的动态协商进行研究,设计了主动网络的队列模型和通信代价公式,分别用它们作为资源协商的场所和资源动态协商的标准,最后通过仿真实验说明了资源动态协商在队列长度、包延时等方面的优势。

#### 参 考 文 献

- [1] Li Zhongwen, Xiong Guangze. A QoS based allocation and routing algorithm[J]. 电子科技大学学报, 2000, 29(6):625-628
- [2] Yamamoto L, Leduc G. An agent-inspired active network resource trading model applied to congestion control[C]. In: Second International Workshop on Mobile Agents for Telecommunication Applications, (MATA 2000) 2000. 151-169
- [3] Tschudin C. Open resource allocation for mobile code[C]. In: Proceedings of the Mobile Agent' 97 Workshop, Berlin, Germany, 1997. 80-86

编辑 熊思亮

-----  
(上接第498页)

### 4 结束语

本文将时域电场积分方程法TDEFIE和普朗尼方法结合,有效求解了任意细线结构的瞬态电磁响应问题。利用传统时域电场积分方程法计算早期响应,普朗尼方法从早期响应中提取极点,得到后期响应。该方法不但避免了时域积分方程在后期响应求解的不稳定性,而且极大地提高了瞬态响应求解的效率,十分适合任意细线结构瞬态电磁问题的求解。

#### 参 考 文 献

- [1] Rao S M, Sarkar T K, Dianat S A. A novel technique to the solution of transient electromagnetic scattering from thin wires[J]. IEEE Trans-AP, 1986, 34(5):630-634
- [2] Pillage L T, Rohrer R A. Asymptotic wave evaluation for timing analysis[J]. IEEE Trans-CAD, 1990, 9:352-366
- [3] Bluck M J, Walker S P. Time-domain BIE analysis of large three-dimensional electromagnetic scattering problems[J]. IEEE Trans-AP, 1997, 45(5): 894-901
- [4] Vechinski D A, Rao S M. A stable procedure to calculate the transient scattering by conducting surfaces of arbitrary shape[J]. IEEE Trans-AP, 1992, 40(6):661-665
- [5] Hildebrand F B. Introduction to numerical analysis[M]. New York: McGraw-Hill, 1974
- [6] Blaricum M L, Mittra R. A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response[J]. IEEE Trans-AP, 1975, 23(6):777-781

编辑 刘文珍