

整周模糊度动态快速求解

范胜林, 赵伟, 袁信

(南京航空航天大学自动化学院 南京 210016)

【摘要】提出了一种整周模糊度动态快速解算方法。该方法结合了最小二乘分组搜索方法和整数高斯变换方法,减少了备选整周模糊度的组合数。通过采用多种检验方法剔除不正确的模糊度组合,使整周模糊度的解算具有较高的可靠性和较短的时间。且无论在动态还是静态的情况下,整周模糊度解算时间均比较小。

关键词 GPS全球卫星定位系统; 整周模糊度; 最小二乘; 载波相位; Kalman滤波器

中图分类号 V249 文献标识码 A

A Fast Search Algorithm For Carrier Phase Integer Ambiguity

FAN Sheng-lin, ZHAO Wei, YUAN Xin

(College of Automation Engineering of Nanjing university of Aeronautics & Astronautics Nanjing 210016)

Abstract In this paper, a fast search algorithm for carrier phase ambiguity is presented. The algorithm makes use of the least-square searching and integer Gaussian transform, and the number of ambiguity candidates is reduced. Five methods is applied to eliminate the incorrect ambiguity candidates. The reliability of the algorithm is improved and the searching time is reduced. Experiment results show that the algorithm can achieve fast search ability either under static condition or under kinematic condition.

Key words GPS ; integer ambiguity; least-square; carrier phase; Kalman filter

在全球卫星定位系统(Global Position System, GPS)姿态及定向系统中,只有解出初始整周模糊度,才能计算出基线向量在所选定的坐标系中的位置矢量,从而进行航向、姿态角的求解。准确和快速地解算整周模糊度,无论对于高精度动态定位,或GPS姿态及定向系统都是极其重要的。对该问题的研究人们最初是利用静态方法,使GPS接收机在待定点收集大量的数据之后进行处理,静态解算模糊度。随着对GPS技术应用的进一步深入,动态环境下实时而准确的解算出模糊度已成为目前国际上竞相研究开发的重要课题^[1],为此,许多学者提出了很多解决方法^[2]。本文提出了一种在动态环境下求解初始整周模糊度的方法,该方法由于采用了较多种类的检验方法,因而每一种检验方法的阈值可以取得稍大一些,以避免剔除真解。动态情况下接收机与卫星之间的几何关系变化较大,在确定出备选整周模糊度组合后,载体的动态有利于不正确模糊度组合的剔除,因而在动态情况下能够较快的解算出模糊度。

1 整周模糊度的快速求解算法

1.1 备选整周模糊度解集确定

利用GPS双差载波相位测量时,其数学模型为:

$$DD = HR_n + IN + V \quad (1)$$

收稿日期: 2003-04-23

基金项目: 国防预研基金资助项目

作者简介: 范胜林(1967-),男,博士后,副教授,黑龙江嫩江人,主要从事导航、制导与控制方面的研究。

式中 DD 为双差载波相位, H 为由天线到卫星的方向矢量线性组合矩阵, R_n 为基线矢量, N 为初始整周模糊度向量, V 为观测噪声。

为了解算式(1)中的整周模糊度, 首先不考虑整周模糊度的整数性质, 将模糊度扩展为状态量, 利用 Kalman 滤波技术估计模糊度的浮点解, 并根据所获得的浮点解及其误差协方差阵确定模糊度的置信区间(搜索范围)。

取状态向量为:

$$X = \begin{bmatrix} x & y & z & \frac{dx}{dt} & \frac{dy}{dt} & \frac{dz}{dt} & N_1 & N_2 & \cdots & N_n \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中 x 、 y 、 z 为基线向量在地理坐标系中的分量; $\frac{dx}{dt}$ 、 $\frac{dy}{dt}$ 、 $\frac{dz}{dt}$ 为基线向量在地理坐标系中的三个分量的变化速度; N_1 N_2 \cdots N_n 为 n 个整周模糊度, 即式(1)中向量 N 的 n 个分量。则有状态方程:

$$\frac{dX}{dt} = AX + W \quad (3)$$

式中

$$A = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & \frac{1}{t} I_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} & 0_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$W = [0 \ 0 \ 0 \ e \ e \ e \ 0 \ 0 \ 0] \quad (5)$$

由式(1)可得系统的观测方程:

$$Z = H'X + V \quad (6)$$

式中 $Z = DD$, $H' = [H \ 0_{3 \times 3} \ I_{n \times n}]$ 。

将式(3)、(6)离散化, 可得 kalman 滤波模型:

$$X_k = F_{k/k-1} X_{k-1} + G_{k/k-1} W_{k-1} \quad W_k * N(0, Q_k) \quad (7)$$

$$Z_k = H_k' X_k + V_k \quad V_k * N(0, R_k) \quad (8)$$

对于式(7)、(8)可以采用标准的卡尔曼滤波器进行估计

$$\hat{X}_{k/k-1} = F_{k/k-1} \hat{X}_{k-1/k-1} \quad (9)$$

$$\hat{X}_{k/k} = \hat{X}_{k/k-1} + K_k [Z_k - H_k \hat{X}_{k/k-1}] \quad (10)$$

$$K_k = P_{k/k-1} H_k^T [H_k P_{k/k-1} H_k^T + R_k]^{-1} \quad (11)$$

$$P_{k/k-1} = F_{k/k-1} P_{k-1/k-1} F_{k/k-1}^T + G_{k/k-1} Q_{k-1} G_{k/k-1} \quad (12)$$

$$P_{k/k} = [I - K_k H_k] P_{k/k-1} \quad (13)$$

$P_{0/0}$ 、 $X_{0/0}$ 初值的选取取决于对基线向量和初始模糊度范围的了解, 基线分量及其变化速度分量初值可取为零, 方差初值根据载体的动态情况选择, 整周模糊度分量初值可取为伪距双差观测值, 方差初值根据伪距的测量精度选择。

如果系统动态模型建立得比较准确(如静态时或载体运动规律已知时), 则当卡尔曼滤波器稳定后, 整周模糊度估计值一般具有较高的精度, 可以直接取与其最接近的整数作为整周模糊度, 但一般需要较长的时间才能得到正确的模糊度, 对于实时性要求较高的场合不适用。实际应用时一般是当 Kalman 滤波达到一定的精度时, 根据整周模糊度的浮点解 \hat{N} 及其方差 $Q_{\hat{N}}$, 在一定的置信水平下, 确定出整周模糊度的置信区间, 然后在此区间内通过搜索的方法找出整周模糊度。

根据整周模糊度的浮点解 \hat{N} 及其方差 $Q_{\hat{N}}$, 则整周模糊度 N 的求解应使下式最小:

$$J = (\hat{N} - N) P_N^{-1} (\hat{N} - N) \quad N \in Z^m \quad (14)$$

由于 N 的整数特性, 一般采用搜索的方法求解。整周模糊度的理想搜索空间应由下式确定:

$$(N - \hat{N})^T P_N^{-1} (N - \hat{N}) < c^2 \quad (15)$$

这是一个以 \hat{N} 为中心的 n 维椭球体, 它的形状由 P_N 确定, c^2 是阈值。由于式(5)是一个二阶约束条件, 实际计算时不容易实现, 通常用每个模糊度参数的置信区间式(16)来代替式(15)。

$$N_i \in \left[\text{round}(\hat{N}_i - k\sqrt{Q_{ii}}) \quad \text{round}(\hat{N}_i + k\sqrt{Q_{ii}}) \right] \quad (16)$$

式中 Q_{ii} 是 P_N 的第 i 行、第 i 列元素, K 为对应于不同置信水平的置信系数。由式(16)确定的置信区间实际上是 n 维空间上包含式(15)确定的置信椭球体且与坐标轴方向平行的正交多面体。由于模糊度参数之间的相关性, 使得置信椭球体的最长轴与最短轴相差较大, 置信多面体比模糊度参数置信椭球体大得多。为削弱模糊度浮点估计值的相关性, 使置信椭球体各主轴尽可能与坐标轴平行, 并且使变换后模糊度的整数性质不变, 本文采用了整数高斯变换的方法。

对 P_N 的整数高斯变换步骤如下:

- 1) 对 P_N 进行上三角变换: $P_N = U_1 D_{U_1} U_1^T$, 并对上三角矩阵 U_1 中各元素取整后求逆得到 Z_{U_1} ;
- 2) 计算上三角整数高斯变换后的方差阵: $P_{Z_{U_1}} = Z_{U_1} P_N Z_{U_1}^T$;
- 3) 对 $P_{Z_{U_1}}$ 进行下三角变换: $P_{Z_{U_1}} = L_1 D_{L_1} L_1^T$, 并对下三角矩阵 L_1 中各元素取整后求逆得到 Z_{L_1} ;
- 4) 计算下三角整数高斯变换后的方差阵: $P_{Z_{L_1}} = Z_{L_1} P_{Z_{U_1}} Z_{L_1}^T$;

重复上述过程, 如果迭代 k 次后 Z_{L_1} 变为单位阵, 则计算结束, 可得到整数高斯变换矩阵为:

$$Z = \prod_{i=k}^1 Z_{L_i} Z_{U_i} \quad (17)$$

对于Kalman滤波器中得到的整周模糊度的浮点解 \hat{N} 有整数变换:

$$\hat{Z}_N = Z \hat{N} \quad (18)$$

相应地, \hat{N} 的方差阵变换为:

$$P_{Z_N} = Z P_N Z^T \quad (19)$$

将式(18)、(19)代入式(15)可得变换后的搜索空间:

$$(Z_N - \hat{Z}_N)^T P_{Z_N}^{-1} (Z_N - \hat{Z}_N) < c^2 \quad (20)$$

经过整数高斯变换后, 整周模糊度的浮点估计值一般更为精确, 由于削弱了模糊度估计值之间的相关性, 其方差矩阵变得更加对角化, 模糊度搜索的置信椭球变为接近于球形的置信空间。

为了说明整数高斯变换的效果, 以一个二维方差矩阵为例:

$$P_N = \begin{bmatrix} 25.04 & 30 \\ 30 & 36.04 \end{bmatrix} \quad (21)$$

对其进行整数高斯变换, 变换矩阵和变换后的方差阵分别为:

$$Z = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 6 & -5 \end{bmatrix} \quad P_{Z_N} = \begin{bmatrix} 1.08 & 0.44 \\ 0.44 & 2.44 \end{bmatrix} \quad (22)$$

对于二维的情况, n 维置信椭球体变成了置信椭圆, 图1、2分别为整数高斯变换前、后的置信椭圆(取 $c^2 = 10$)。从图中可以看出, 变换前的置信椭圆很扁, 变换后的置信椭圆则变得接近于圆的形状。若取包含椭圆且与坐标轴方向平行的最小正方形作为搜索空间, 则变换前的组合数为 $37 \times 37 = 1\,147$ 组, 变换后只有 $7 \times 9 = 63$ 组, 搜索的组合数大大减少。

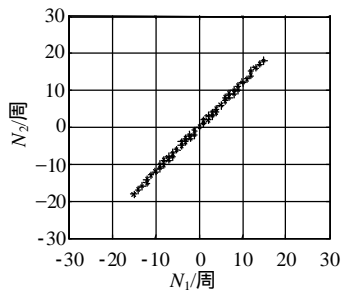


图1 整数高斯变换前的置信椭圆

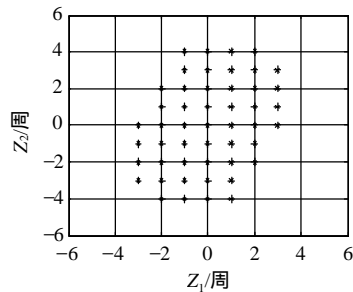


图2 整数高斯变换后的置信椭圆

为进一步减少备选整周模糊度组合，将所有的使用卫星分为两组：选4颗卫星作为主组，用来确定模糊度的搜索空间，其余卫星作为从组，用于模糊度的检验。

对选为主组的4颗卫星，取其双差模糊度的浮点估计值及其方差阵进行高斯变换，得变换后的模糊度估计值 \hat{Z}_N 及方差阵 P_{ZN} ，将对主组双差模糊度按式(16)确定的置信空间中的所有组合作为备选整周模糊度解集。

1.2 不正确整周模糊度组合的剔除

确定了备选整周模糊度组合，就需要对其进行检验，剔除不正确的模糊度组合，直到剩下唯一的一组。检验是基于统计规律的判断算法或利用整周模糊度之间的约束条件，本文采用了以下5种检验方法。由于采用的检验方法较多，可以将每一种方法中的阈值取得稍大一些，从而可以避免剔除模糊度真解，且仍可以快速剔除不正确的组合，较好地解决了整周模糊度解算的准确率和解算时间之间的关系。

1) 基线长度的约束。对于GPS姿态及定位定向系统，基线矢量的真实长度可以事先测定。对于备选整周模糊度解集中正确的模糊度组合，计算出的基线向量应与已知基线长度相吻合。因此，如果计算出的基线向量与已知的基线长度不吻合，则删除该模糊度组合。

2) 主从卫星的整周模糊度约束条件检验。利用主组中的三个双差模糊度可以解算出基线向量，利用此基线向量可以求出所有载波相位的整周模糊度，由于模糊度是整数，因此可以对取整后剩余部分进行检验。如果剩余部分数值大于阈值 e_2 ，则删除该模糊度组合。

3) 残差检验。将备选整周模糊度解集中的每一个组合代入式(1)中可得基线向量及残差：

$$\hat{R}_n = (H^T H)^{-1} H^T (DD - IN) \tag{23}$$

$$v = (DD - H\hat{R}_n - IN)^T Q^{-1} (DD - H\hat{R}_n - IN) \tag{24}$$

式中 Q 为双差观测量的误差方差。则对于正确的整周模糊度组合， v 应满足自由度为 $n-3$ 的 χ^2 检验，因此选择合适的门限值 T ，如果 $v > T$ ，则删除该模糊度组合。

4) 累积残差和检验。由于双差观测量存在误差以及使用卫星的分布状况不好，有时在一个历元内根据正确整周模糊度计算的残差不一定是最小。这种情况可以利用连续多个历元的累积残差和进行检验。随着时间的增加，卫星几何分布的变化，错误模糊度的累积残差和与正确模糊度的累积残差和之比越来越大。因此，可以在经过几个历元后，在每一个历元首先找出剩余模糊度解集中累积残差和最小的模糊度组合，然后计算其余模糊度组合的累积残差和与最小累积残差和之比，如果比值大于预先规定的阈值，则删除该模糊度组合。

5) 利用零空间约束条件检验。考虑载波相位双差观测方程式(1)，由于可使用的卫星数目一般大于4，式(1)中矩阵 H^T 的列数一般大于行数。令 $B = null(H^T)$ ，则有：

$$H^T B = 0 \tag{25}$$

$$B^T H = 0 \tag{26}$$

对式(1)两边同时乘以 B^T ，并利用式(26)得：

$$B^T DD = IB^T N \tag{27}$$

在任一历元正确的整周模糊度应满足式(27)所确定的约束条件。因此可对整周模糊度备选解集中的每

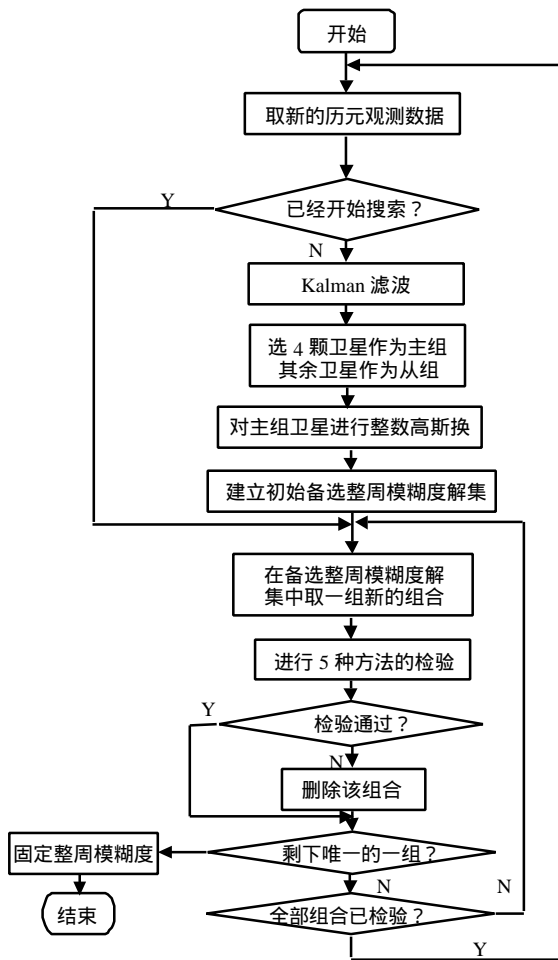


图3 整周模糊度动态快速求解算法框图

一个组合进行检验,若与式(27)的约束条件相吻合,则认为该组合可能是正确的模糊度,予以保留,否则,认为此值不是真正的整周模糊度组合,将其删除。

整周模糊度的动态快速解算流程图如图3所示。

2 实验结果及分析

在采用两块Astech 公司的GG24 OEM板研制的GPS定位定向系统中应用了本文方法,并进行了大量的静态实验和动态跑车实验,部分静态实验结果如表1所示。

动态实验中将两个天线沿大客车的车身方向固定在客车的车顶上,基线长度选为5 m,图4所示为跑车路线图,图中a为车辆的经度,b为车辆的纬度。从A点到B点再原路返回到A点,行车过程中共进行了4次模糊度解算,实验结果如表2所示。

从表1、表2中可以看出:1) 两种基线长度的情况整周模糊度的解算时间没有明显的区别,整周模糊度的解算时间与基线长度无关。2) 在动态情况同样可以达到较好的效果。3) 整周模糊度的解算基本可在150 s内完成。

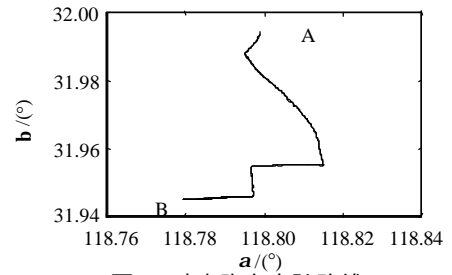


图 4 动态跑车实验路线

表1 静态情况下整周模糊度的解算时间

序号	起始GPS时间/s	使用卫星数/个	模糊度解算时间/s	基线解算/m	实际基线/m
1	385 911	9	90	2.990	3
2	386 311	8	93	2.982	3
5	388 811	7	116	2.996	3
6	389 811	8	134	3.110	3
6	125 350	8	94	4.992	5
7	125 712	8	122	5.006	5

表2 运动情况下整周模糊度的解算时间

序号	起始GPS时间/s	解算时间/s	使用卫星数/个	方位角/(°)	俯仰角/(°)	解算基线/m	实际基线/m
1	200 530	99	6	136.67	0.11	4.996	5
2	200 814	117	6	272.55	0.37	5.009	5
3	201 270	114	6	266.95	-0.60	5.014	5
4	201 430	113	6	87.29	-0.90	4.995	5

参 考 文 献

- [1] Landau H, Euler H J. On-the-fly ambiguity resolution for precise differential positioning[C]. Proceedings ION GPS, 1992. 607-613
- [2] Mohamd A H, Schwarz K P. A simple and economical algorithm for GPS ambiguity resolution on the fly using a whitening filter[J]. Navigation, 1998, 45(3): 221-231

编辑 漆 蓉