第 34 卷　第 3 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.34　No.3
2005 年 6 月　　Journal　of　UEST　of　China　　Jun. 2005

多因素行为证券组合投资决策方法

马永开，唐小我
(电子科技大学管理学院　成都　610054)

【摘要】在现有的行为证券组合理论中，所建立的行为证券组合投资决策模型仅具有理论价值，无法应用于组合投资管理实践；另外其求解算法过于复杂，以至于无法解决大规模行为组合投资决策问题。考虑到因素模型能将各种证券的收益和固定的几个因素的变化联系起来，引入了因素模型对已有的行为证券组合投资决策模型进行了简化，建立了多因素行为证券组合投资决策模型，给出了其算法。

关　键　词　因素模型;　行为证券组合;　投资决策
中图分类号　O224;　F832. 5　　　文献标识码　A

Multi-Factor Decision-Making Methods for Behavioral Portfolio Choice

MA Yong-kai，TANG Xiao-wo
(School of Management, UEST of China　Chengdu　610054)

Abstract　Models in the existing behavioral portfolio theory can’t be applied to portfolio management because of either their idealization or their complexity. Considering that the factor-model may relate return of a security with factors predetermined, this paper sets up the multi-factor decision-making model for behavioral portfolio choice by introducing a factor model into the existing model so that the process of behavioral portfolio choice can be simplified.

Key words　factor model;　behavioral portfolio;　investment decision

在行为金融理论中，行为证券组合原理是建立在文献[1]中预期理论之上的一个框架体系，它认为投资者的资产结构应该是金字塔式的分层结构(这里的层就是心理账户)，每一层对应投资者的一个目标，投资者对其资产分层进行管理。在金字塔式的分层结构中，底层是投资者为避免贫穷而设立的。

文献[2]的研究发现共同基金公司为投资者定制的证券组合是行为证券组合，文献[3]还用行为证券组合框架体系解释为什么美国投资者的证券组合中持有外国股票的比例偏低。文献[4]根据文献[5]的SP/A理论和文献[1]的预期理论结合起来创立了行为证券组合理论体系，并将其和Markowitz的证券组合理论进行了比较。

文献[4]在创立行为证券组合理论体系的过程中，为其进行理论分析而建立的行为证券组合投资决策模型不是缺乏实用性，就是难以求解。文献[6]在行为证券组合框架体系下，从实用性角度建立了行为证券组合投资决策方法。但是，随着投资对象数目和每种证券的未来价值状态的增加，价值空间中价值向量的个数迅速增加，会大大增加文献[6]建立的行为证券组合投资决策模型的求解难度。

如何能使行为组合投资决策的价值空间中价值向量的个数不随投资对象数目的增长而迅猛增长呢？一个自然的想法是使用多因素模型。但是，多因素模型在行为金融理论框架下能否成立呢？事实上，行为资产定价理论和标准金融的资本资产定价理论都表现为同一种形式。它们的差别在于，行为资产定价理论认

收稿日期：2004 – 12 – 27
基金项目：四川省软科学重点基金资助项目(032R025–017)
作者简介：马永开(1963 –)，男，硕士，教授，主要从事金融工程和微观经济分析方面的研究.

为影响资产均衡收益的多种因素中既有风险因素又有非风险因素，而标准金融的资本资产定价理论认为影响资产均衡收益的多种因素应该都是风险因素。如文献[7, 8]认为市场证券组合、公司的规模、账市比都是风险因素，但文献[9]认为公司的规模和账市比是非风险因素。对于投资者们来说，他们不管影响资产均衡收益的因素是风险因素还是非风险因素，只关心模型对资产均衡收益的解释能力怎么样，以及模型的使用是否方便等。大量的实证研究结果表明，多因素模型对资产均衡收益具有很强的解释能力[10]。

因此，本文将因素模型引入到行为证券组合投资决策模型中，建立了只需建立一个价值空间的行为证券组合投资决策模型，目的是简化文献[6]建立的行为证券组合投资决策模型。

1 基于因素模型的行为证券组合投资决策模型重构

设投资者为各心理账户中设置的期望财富水平分别为 $A_1, A_2, \cdots, A_t$，以及未来财富不低于此期望水平的概率分别为 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_t$。投资者为第 i 个心理账户选择了K_i个投资对象，这K_i个投资对象的价格组成的价格向量记为 $\boldsymbol{c}_i = (c_{i1}, c_{i2}, \cdots, c_{iK_i})^{\mathrm{T}}$；其中第 x 种证券的投资期末价值所有可能取值组成的集合(简称为价值集)为 $S_x = \{v_{x1}, v_{x2}, \cdots, v_{x\,m_x}\}$(假定各种证券的投资期末价值所有可能取值只有有限个，这和证券市场上证券价格的变动情况是相符的)，$x = 1, 2, \cdots, m_x$；此 K_i 种证券在投资期末的价值空间为这些投资对象在投资期末的价值空间 $X_i = \{\boldsymbol{s}_{i1}, \boldsymbol{s}_{i2}, \cdots, \boldsymbol{s}_{in_i}\}$(同时假设价值向量 $\boldsymbol{s}_{ij}$ 的出现概率为 p_{ij}，j =1, 2, ⋯, n_i)；$p_{i1} + p_{i2} + \cdots + p_{in_i} = 1$。投资者在该心理账户的投资向量为 $\boldsymbol{w}_{(i)}$，初始投资额为 W_{0i}，$i = 1, 2, \cdots, t$。文献[6]提出了下面的多心理账户的行为证券组合投资决策模型：

$$\max \ U = \sum_{i=1}^{t} k_i E(W_i) = \sum_{i=1}^{t} (k_i \sum_{j=1}^{n_i} p_{ij} \boldsymbol{s}_{ij}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(j)})$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \Pr ob\{W_i \geq A_i\} \geq \alpha_i \quad i = 1, 2, \cdots, t \\ \boldsymbol{c}_i^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)} \leq W_{0i} \quad i = 1, 2, \cdots, t \\ W_{01} + W_{02} + \cdots + W_{0t} \leq W_0 \\ W_{01}, W_{02}, \cdots, W_{0t} \geq 0 \end{cases} \tag{1}$$

式中 W_0 为投资者期初投资总额；t 为投资者的心理账户个数；W_j 为第 j 心理账户的未来财富；$E(W_j)$为第 j 心理账户的未来期望财富，$j = 1, 2, \cdots, t$；$k_1, k_2, \cdots, k_t$ 分别为各心理账户的未来期望财富的权系数，满足 $k_1 + k_2 + \cdots + k_t = 1$ 且 $k_1, k_2, \cdots, k_t \geq 0$。

设 $\boldsymbol{\Gamma}_i$ 是由 X_i 的满足如下条件的子集组成的集合：子集中所有价值向量出现的概率之和大于或等于 α，而且如果从子集中任意去掉一个价值向量，余下的所有价值向量出现的概率之和一定小于 α。从文献[6]的释例可以看出，求解模型(1)的算法步骤是建立在笛卡儿乘积 $\boldsymbol{\Gamma}_1 \times \boldsymbol{\Gamma}_2 \times \cdots \times \boldsymbol{\Gamma}_t$ 的元素之上的，因此，如果任何一个心理账户的价值空间中元素增加或投资者心理账户数目增加，求解模型(1)算法的复杂性将成倍地增加。为此，下面引入因素模型对模型(1)进行改造，目的是简化模型的求解算法。设单位证券收益的因素模型为：

$$\tilde{r}_i = a_i + \beta_{i1} I_1 + \beta_{i2} I_2 + \cdots + \beta_{iS} I_S + \varepsilon_i \tag{2}$$

式中 I_j 是影响证券i收益率的第j个指数的值；β_{ij} 是证券i的收益率对第j个指数的敏感度(beta值)；a_i 是影响证券i收益率的所有指数值都为0时证券i的预期收益水平；ε_i 是随机误差项，其 $E(\varepsilon_i) = 0, V(\varepsilon_i) = \delta_{\varepsilon i}^2$。则第$i$个心里账户的未来财富为：

$$W_i = \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)} + I^{\mathrm{T}} B_{(i)}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)} + \boldsymbol{\varepsilon}_{(i)}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)} \tag{3}$$

式中 $\bar{\alpha}_{(i)}$ 是投资者为第i个心理账户选择的 K_i 个投资对象的收益因素模型中非系统期望收益组成的 K_i 维列向量；$\boldsymbol{\varepsilon}_{(i)}$ 是投资者为第i个心理账户选择的 K_i 个证券的收益因素模型中随机扰动项组成的 K_i 维列向量；I 是影响证券收益的S个因素的收益组成的S维列向量；$B_{(i)} = (\beta_{mn})_{K_i \times S}$，$\beta_{mn}$ 是第m种证券收益变化相对于第n个因素变化的灵敏度因子(m =1, 2, ⋯, K_i; n =1, 2, ⋯, S)。式(3)两边取期望值有：

$$E(W_i) = \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)} + E(I^{\mathrm{T}} B_{(i)}^{\mathrm{T}} \boldsymbol{w}_{(i)}) \tag{4}$$

在式(3)中，$\boldsymbol{\varepsilon}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)}$ 是第i个心里账户证券组合的随机扰动项，其均值为零。由于证券组合具有分散非系统风险的功能，$\boldsymbol{\varepsilon}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)}$ 对第i个心里账户的未来财富 W_i 的影响较小，舍去该项，就得到 W_i 的近似表达式如下：

$$W_i \approx \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + I^{\mathrm{T}}B_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} \tag{5}$$

设影响证券收益率的第j个指数 I_j 在投资期末所有可能取值组成的集合(简称为指数值集)为 $V_i=\{I_{i1},I_{i2},\cdots,I_{im_i}\}$，$i=1,2,\cdots,S$。此 S 种证券在投资期末的价值空间为 $\Omega=V_1\times V_2\times\cdots\times V_S$ (这里的 Ω 是 $V_1,V_2,\cdots,V_S$ 的笛卡尔积，我们设定其中的元素是 S 维列向量，并把其中每个向量称为证券组合的指数值向量)，则 Ω 中指数值向量有 $K=m_1\times m_2\times\cdots\times m_S$ 个，设 Ω 中任意一个指数值向量 $\boldsymbol{v}_j$ 出现的概率为 p_j ($j=1,2,\cdots,K$)，则式(4)可表示为：

$$E(W_i) = \bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + \boldsymbol{w}_{(i)}^{\mathrm{T}}B_{(i)}\left(\sum_{j=1}^{K} p_j\boldsymbol{v}_j\right) \tag{6}$$

将式(6)代入模型(1)的目标函数中得到：

$$U = \sum_{i=1}^{t} k_i\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + \left(\sum_{i=1}^{t} k_i\boldsymbol{w}_{(i)}^{\mathrm{T}}B_{(i)}\right)\left(\sum_{j=1}^{K} p_j\boldsymbol{v}_j\right) \tag{7}$$

将式(7)和式(5)代入模型(1)有：

$$\begin{aligned}&\max U = \sum_{i=1}^{t} k_i\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + \left(\sum_{i=1}^{t} k_i\boldsymbol{w}_{(i)}^{\mathrm{T}}B_{(i)}\right)\left(\sum_{j=1}^{K} p_j\boldsymbol{v}_j\right)\\ &\text{s.t.}\begin{cases}\Pr ob\{\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + I^{T}B_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} \geq A_i\} \geq \alpha_i & i=1,2,\cdots,t\\ \boldsymbol{c}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} \leq W_{0i} \quad i=1,2,\cdots,t\\ W_{01}+W_{02}+\cdots+W_{0t} \leq W_0\\ W_{01},W_{02},\cdots,W_{0t} \leq 0\end{cases}\end{aligned} \tag{8}$$

其中没有说明的符号同模型(1)。模型(8)就是本文提出的基于因素模型的行为证券组合投资决策模型。和模型(1)相比，模型(8)仅涉及一个价值空间，而模型(1)可能涉及多个价值空间(只要两个心理账户证券组合中包含不同的证券作为投资对象，这两个心理账户对应的价值空间就不一样)。另外，模型(8)涉及的唯一价值空间仅和影响证券收益的诸因素有关，这些因素一经确定，与其相关的价值空间也就随之而定了；而模型(1)要求每个心理账户对应一个价值空间，每个价值空间中的元素个数会随着证券组合中证券数目的增加而增加。因此，虽然模型(8)从形式上比模型(1)复杂，但其求解算法要简单得多。

需要说明的是，模型(8)没有考虑对每个心理账户的收益对各种指数变动的灵敏度因子的控制。事实上，只要在模型约束条件中增加条件就可以达到目的，而且不增加模型求解难度，但增加了模型参数设置难度。

2　模型的求解算法

由于证券组合在投资期末的价值空间 Ω 中的指数值向量只有有限个，而且在投资期末有且仅有一个指数值向量出现，所以，求解模型(8)的算法步骤和模型(1)类似，具体如下：

1) 找出所有满足下列条件的 Ω 的 t 类子集：第 j 类子集中所有价值向量出现的概率之和大于或等于 α_j，而且如果从子集中任意去掉一个价值向量，余下的所有价值向量出现的概率之和一定小于 α_j，设这些子集分别为 $T_{j1},T_{j2},\cdots,T_{jk_j}$，$j$ =1, 2, ⋯, t。

2) 在上面找出的每一类子集中任取一个子集，得到 Ω 的子集序列：$T_{1l_1},T_{2l_2},\cdots,T_{tl_t}$ ($1\leq l_j\leq k_j$; j =1, 2, ⋯, t)，然后在 $T_{1l_1},T_{2l_2},\cdots,T_{tl_t}$ 上建立一个线性规划模型如下：

$$\begin{aligned}&\max U = \sum_{i=1}^{t} k_i\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + \left(\sum_{i=1}^{t} k_i\boldsymbol{w}_{(i)}^{\mathrm{T}}B_{(i)}\right)\left(\sum_{j=1}^{K} p_j\boldsymbol{v}_j\right)\\ &\text{s.t.}\begin{cases}\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} + I_i^{\mathrm{T}}B_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} \geq A_i & I_i^{\mathrm{T}}\in T_{il_i};\ i=1,2,\cdots,t\\ \boldsymbol{c}_i^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)} \leq W_{0i} \quad i=1,2,\cdots,t\\ W_{01}+W_{02}+\cdots+W_{0t} \leq W_0\\ W_{01},W_{02},\cdots,W_{0t} \geq 0\end{cases}\end{aligned} \tag{9}$$

求解模型(9)得到最优解 $\boldsymbol{w}^{(l_1,l_2,\cdots,l_t)}$ $(1\le l_j \le k_j; j=1, 2, \cdots, t)$。

3) 将投资向量 $\boldsymbol{w}^{(l_1,l_2,\cdots,l_t)}$ $(1\le l_j \le k_j; j=1, 2, \cdots, t)$分别代入

$$U=\sum_{i=1}^{t}k_i\bar{\boldsymbol{\alpha}}_{(i)}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}_{(i)}+\left(\sum_{i=1}^{t}k_i\boldsymbol{w}_{(i)}^{\mathrm{T}}B_{(i)}\right)\left(\sum_{j=1}^{K}p_j\boldsymbol{v}_j\right)$$

和最大目标函数值对应的投资向量就是模型(8)的最优解。

如果上面的算法过程无解，就要调整模型(8)中的参数 α 和A，或者增加初始投资额W_0。关于模型(8)中的参数选择问题，参见文献[6]，这里不再叙述。同时，考虑到以上算法比文献[6]中的算法简单，以及本文篇幅限制，不再举例。

3 结 束 语

本文引入因素模型对文献[6]中从实用性角度建立的行为证券组合投资决策方法进行了改造，建立了可以简化行为证券组合投资决策过程的基于因素模型的行为证券组合投资决策方法。然而，在这个领域还有许多问题值得研究。例如，怎样确定证券未来价值，以及证券组合价值向量的出现概率；文献[4]的BPT和本文中对证券未来价值都进行了离散化处理，如果不进行离散化处理，行为投资者又应如何进行投资决策呢？等等。

参 考 文 献

[1] Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: an analysis of decision making under risk[J]. Econometrica, 1979, 47: 263-291

[2] Fisher K, Statman M. Investment advice from mutual fund companies[J]. Journal of Portfolio Management, 1997, 24(1): 9-25

[3] Statman M. Foreign stocks in behavioral portfolio[J]. Financial Analysts Journal, 1999, 55: 12-16

[4] Shefrin H, Statman M. Behavioral portfolio theory[J]. Journal of Financial and Quantitative Analysis, 2000, 35(2): 127-151

[5] Lopes L. Between hope and fear: the psychology of risk[J]. Advance in Experimental Social Psychology, 1987, 20: 255-295

[6] 马永开, 唐小我. 行为证券组合投资决策方法研究[J]. 系统工程学报, 2003, 18(1): 71-76

[7] Fama E F, French K R. Common risk factors in the returns on stocks and bonds[J]. Journal of Financial Economics, 1993, 33: 3-56

[8] Fama E F, French K R. Multifactor explanations of asset pricing anomalies[J]. Journal of Finance, 1996, 51: 55-84

[9] Brennan Michael J. Tarun chordia, and avanidhar subrahmanyam. alternative factor specifications, security characteristics and the cross-section of expected stock returns[J]. Journal of Financial Economics, 1998, 49(3): 345-373

[10] 范龙振, 余世典. 中国股票市场的三因子模型[J]. 系统工程学报, 2002, 17(6): 537-546

编 辑 许宣伟