

一种适用于ARQ系统的码率兼容IRA码

高宏峰¹, 刘万贵², 许宗泽¹

(1. 南京航空航天大学信息科学与技术学院 南京 210016; 2. 太极计算机股份有限公司 北京 100083)

【摘要】 提出用不规则重复累积(IRA)码构造码率兼容码。该码由删除法和扩展法两种方法构造。扩展法由高码率IRA码为母码,以RA码为扩展子码,克服了删除法在删除率较高时性能下降的缺点。仿真结果表明,RC-IRA码在HARQ系统中的吞吐率接近码率兼容turbo码,但译码复杂度远远低于Turbo码。

关键词 重复累积码; 码率兼容码; 混合自动重复请求

中图分类号 TN911 文献标识码 A

Rate-Compatible Irregular Repeat-Accumulate Codes for ARQ schemes

GAO Hong-feng¹, LIU Wan-gui², XU Zong-ze¹

(1. College of Information Science & Technology, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics Nanjing 210016;

2. Taiji Computer Corporation Limited Beijing 100083)

Abstract This paper focuses on construction of efficient rate-compatible irregular repeat accumulate (RC-IRA) codes over a wide rate range. Puncturing approach is the conventional approach. But the asymptotic performance shows that it only works well when the amount of puncturing is small. To extend the dynamic rate range, a special extending approach is proposed. Repeat-accumulate codes are used to produce padded parity bits. Combined the two approaches, RC-IRA codes are constructed. Simulation results show that the throughput of RC-IRA codes applied to ARQ system have performance close to that of turbo ARQ system, yet with lower decoding complexity.

Key words irregular repeat accumulate codes; rate compatible codes; hybrid automatic repeat request

混合ARQ/FEC技术,由于结合了前向纠错(Forward Error Correction, FEC)方式的高效性和自动重复请求(Automatic Repeat Request, ARQ)的高可靠性,越来越受到广泛的重视和应用。提高ARQ/FEC系统吞吐率的关键因素在于ARQ策略和强大的码率兼容(Rate Compatible, RC)码。在ARQ策略确定时,灵活的码率非常重要。码率兼容码的高码率嵌套于低码率中,可以仅用一对编译码器进行编译码。目前,RC码主要使用BCH码、卷积码和Turbo码、LDPC码^[1~4]。BCH码和卷积码容易实现,但没有接近信道容量的性能。Turbo码与LDPC码性能优越,但Turbo码译码、LDPC码编码复杂度高。

重复累积(Repeat Accumulate, RA)码是具有线性时间编码和译码的特点的好码^[5]。不规则重复累积(Irregular Repeat Accumulate, IRA)码是反息节点度数不相等的RA码^[6],它的性能接近Shannon限。本文构造了码率兼容IRA(RC-IRA)码,并将它应用于ARQ/FEC系统中。一般构造码率兼容码的方法为删除法,高码

率码由低码率码通过删除校验位产生。然而通过密度进化可知^[5], RC-IRA码在删除率增大时其渐近性能下降, 只适合删除率较低的情况下使用。本文提出新的构造方法——扩展法, 该方法与删除方法相反, 低码率码由高码率码扩展而生成, 其扩展部分由RA码构成。由删除法与扩展法结合构造的RC-IRA码码率可以在较大范围内变化, 而且具有较强的纠错能力。

1 IRA码编译码算法

图1为IRA码的Tanner图, 它具有参数 $(f_1, f_2, \dots, f_j; a)$, 其中 $f_i \geq 0$, $\sum_i f_i = 1$, $i=1, 2, \dots, J$, a 为正整数, 一般情况下

$f_1=0$ 。IRA码具有两种节点: 变量节点和校验节点。变量节点分为信息节点和奇偶节点。左边 K 个变量节点为信息节点, 中间为 $r = (k \sum_i i f_i) / a$ 个校验节点, 右边 r 个变量节点为奇偶节点。 f_i 为连接 i 个校验节点的信息节点比例系数, a 为校验节点连接信息节点的个数。IRA码也常用 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_j; a)$ 表示。 λ_i 为度数为 i 的信息节点边所占的比例, λ_i 与 f_i 具有关系: $f_i = (\lambda_i / i) / (\sum_j \lambda_j / j)$ 。设 $x_0 = 0$, 从信息节点发出的 r 个值, 经过交织后, 得到的值为 $(v_1, v_2, \dots, v_{ra})$, 则奇偶节点输出 (x_1, x_2, \dots, x_r) 由 $x_j = x_{j-1} + \sum_{i=1}^a v_{(j-1)a+i}$, $j=1, 2, \dots, r$ 决定。

IRA码译码采用的是信息传递算法, 又称BP算法, 属于一种循环译码技术。BP算法中, 所有信息为概率密度的对数似然比(LLR)。信息传递开始时, 从变量节点发出的信息为信道观测值LLR, 然后循环地对变量节点和校验节点的信息进行更新, 在迭代若干次后, 对信息节点 u 的输入信息求和 $s(u)$, 作出译码判决, 若 $s(u) > 0$, 信息位 $u=1$; 否则, $u=0$ 。IRA码译码算法详见文献[5]。

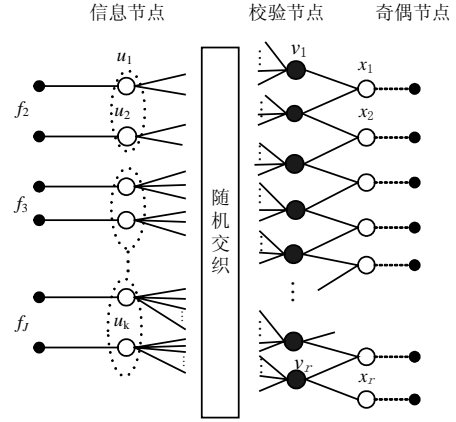


图1 IRA码编码器的Tanner

2 吞吐率分析

吞吐量定义为信息无错误传输所需的平均码率, 是对ARQ系统效率有效衡量。设 p_i 为第 i 次译码成功但前 $i-1$ 次译码失败的概率, 则 $p_i = (1 - F_i) \prod_{j=0}^{i-1} F_j$, F_i 为第 i 次传输时的误字率。吞吐率 η 为^[4]:

$$\eta = k_0 / (N_0 + \sum_{i=1}^{\infty} p_i N_i) = R_0 / (1 + F_0 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{N_i}{N_0} (1 - F_i) \prod_{j=1}^{i-1} F_j) \quad (1)$$

式中 k_0 为信息长度; N_0 为初始传输码长; R_0 为初始码率; F_0 为初始误字率; M_i 为第 i 次传输帧的长度; $N_i = \sum_{j=1}^i M_j$ 。可以看到初始误字率 F_0 对吞吐率起着重要的作用, 因为只有当初次传输失败时, 才进行其他次的传输。当 $F_0 \rightarrow 0$ 时, $\eta \rightarrow R_0$ 达到系统最高可能的码率。误字率对FEC/ARQ系统取得高吞吐率起关键的作用, 所以选择性能强大的码非常重要。

3 码率兼容IRA码

3.1 删除法

删除法在码率兼容码生成过程中, 广泛被采用。通过删除, 在低码率母码中生成一系列高码率码。在IRA码编码后, 对校验码按删除率 ρ 进行删除, 然后发送到通信信道上。译码器将删除部位的信号看成0, 然后进行译码。IRA码删除后的性能可以用密度进化的方法来估计。对加性白色高斯噪声AWGN信道, 译码器接收端的概率密度为:

$$p(x) = (1 - \rho) N\left(\frac{2}{\sigma^2}, \frac{4}{\sigma^2}\right) + \rho \delta(x) \quad (2)$$

式中 ρ 为删除率, σ 为信道噪声方差, $N(\cdot)$ 为高斯分布。

高斯估计是在对高斯信道中译码器渐进性能进行估计的有效方法^[5], 它是密度进化的简化算法。本文根据高斯方法对IRA码的渐近性能进行了估计。表1是以码率为1/3的IRA码为母码, 删除率分别为0.1、0.2、0.3、

0.4、0.5时阈值与对应信道容量的比较。IRA码的参数为： $\lambda_2=0.054\ 484$ 、 $\lambda_3=0.104\ 315$ 、 $\lambda_6=0.126\ 755$ 、 $\lambda_{10}=0.229\ 816$ 、 $\lambda_{11}=0.016\ 484$ 、 $\lambda_{27}=0.450\ 302$ 、 $\lambda_{28}=0.017\ 842$ ， $a=4$ 。可以看到当删除率较低时，信道容量与IRA码的阈值的相差较小。随着删除率的增加，信道容量与IRA码的阈值之差增大。在删除率为0.1时，两者之差为0.78 dB；在删除率为0.5时，两者之差为3.6 dB。因此，IRA码在删除率较高的情况下，性能有较大幅度的降低。因此，在构造IRA码率兼容码时，删除法应在码率较高、删除率较低的情况下使用。

3.2 扩展法

与删除法相反，扩展法以高码率码为母码，通过增加校验位，产生一系列低码率码。扩展法不仅可以克服在删除率较大时性能大幅下降的缺点，而且可以降低编译码复杂度。在删除方法中，不管校验位是否使用，编码器都要生成全部的校验位，译码器把删除校验位输入信息看成0，然后进行完全译码。而扩展方法仅需对发送的校验位进行编译码，因此降低了编译码算法的复杂度。

表1 码率1/3的IRA码及其生成子码渐近性能

删除率	码率	信道容量 E_s/N_0	阈值 E_s/N_0
0	0.333	-5.27	-5.07
0.1	0.370	-4.67	-3.89
0.2	0.416	-3.63	-2.53
0.3	0.470	-3.14	-1.23
0.4	0.555	-2.10	0.57
0.5	0.667	-0.70	2.90

IRA码的扩展如图2所示，以IRA码为母码，G1、G2、G3表示扩展码部分，它由若干重复数为1的RA码组成，逐步降低码率。该结构最高码率为 R_0 ，扩展码对输入的 M_i 位数据进行编码，形成 M_i 位校验位。RC-IRA码系列的码率为 $R_0 > R_1 > R_2 > \dots > R_L$ ， $R_i = k / (N_0 + \sum_{j=1}^i M_j)$ ， $i=1, 2, \dots, L$ 。扩展码

的结构如图3所示，它是重复数为1的RA码，信息节点度数为1，校验节点度数为3而不是 $a+2$ 。因此，扩展码的编译码复杂度低于IRA码。

IRA码的性能取决于信息节点参数 λ_i 和 a 确定，如果参数发生变化，将使性能发生变化。在增加扩展码时，IRA码校验节点的度数 a 不变，信息节点的度数分布产生了变化。为了使信息节点的度数不发生太大变化，本文限制每个信息节点度数的增加小于等于1。这样，扩展法使RC-IRA码码率变化范围为： $R_L \leq R \leq R_0$ 。

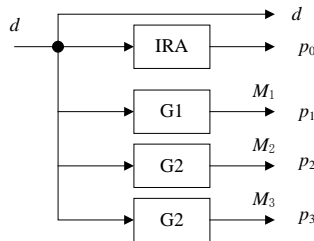


图2 IRA码扩展结构

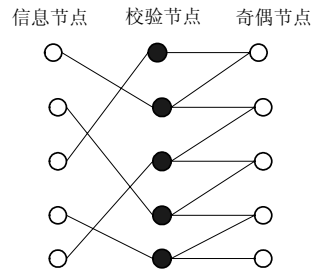


图3 扩展码结构

3.3 RC-IRA码的构造

为了使码率在大范围内变化，本文将删除法和扩展法相结合，构成RC-IRA码。在构成RC-IRA码时，先选择一个码率较高的IRA码作为母码。根据删除法设取得系列更高码率的码，一般删除率应小于0.3。再在母码的基础上，应用扩展法对IRA码进行扩展，得到系列低码率码。

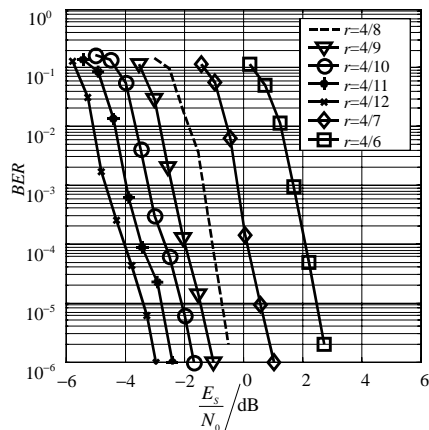


图4 RC-IRA码的误码率

4 仿真研究

为了研究RC-IRA码的性能，进行了仿真研究。其仿真参数为：母码为码率 $r=1/2$ 的IRA码，参数为 $\lambda_3=0.252\ 744$ ， $\lambda_{11}=0.081\ 476\ 2$ ， $\lambda_{12}=0.327\ 162$ ， $\lambda_{46}=0.184\ 589$ ， $\lambda_{48}=0.154\ 029$ ， $a=8$ ，输入数据长度 $k=1\ 000$ ，BPSK调制，AWGN信道。通过扩展方法构造码率为4/9、4/10、4/11、4/12的子码，通过删除方法构造码率为4/7、4/6的子码，每次增加或减少的校验位长度为250。仿真结果如图4、5所示。图4、图5分别为RC-IRA

码的误码率BER和误字率WER的性能,图中虚线为码率为4/8的母码,它左右两边的曲线分别为用扩展法和删除法得到一系列码的性能。

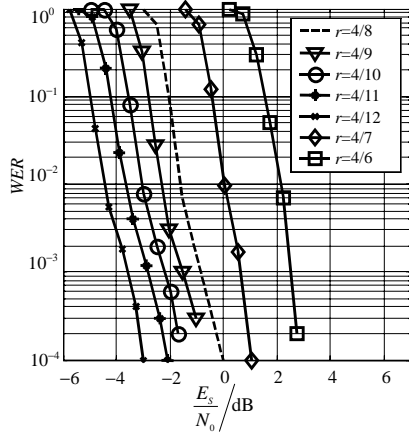


图5 RC-IRA码的误字率

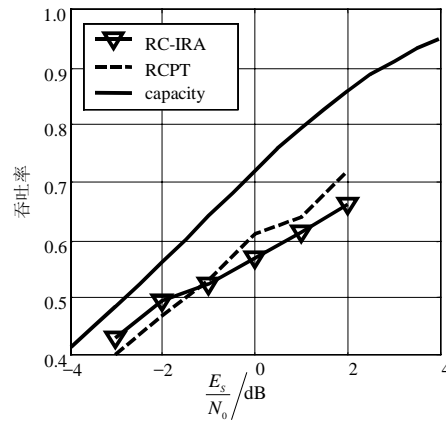


图6 RC-IRA码在ARQ系统中的吞吐量

RC-IRA码在ARQ/FEC系统中的吞吐量可用式(1)求得,上述RC-IRA码在ARQ/FEC系统中的吞吐量如图6所示,图中capacity表示BPSK信道容量,RCPT表示码率兼容Turbo码,RC-IRA表示码率兼容IRA码。从图中可看到,在 $E_s/N_0 < -1$ dB时,RC-IRA码的性能优于RCPT码,与BPSK容量相差不到1 dB; $E_s/N_0 > -1$ dB时,RC-IRA码的性能比RCPT码略差,与BPSK容量相差约2 dB。这是由于在 $E_s/N_0 < -1$ dB时,扩展法使系列码的性能优越,而在 $E_s/N_0 > -1$ dB使用删除法在删除率 >0.1 时系统的性能较大幅度降低所致。

5 结论

本文用IRA码构造码率兼容码,并提出了一种新的构造方法——扩展法。该方法与传统的构造方法删除法结合使码率在较大范围内变化。仿真表明:RC-IRA码在ARQ/FEC系统中的吞吐量性能接近RCPT码,但译码复杂度远远低于Turbo码。

参考文献

- [1] Lin Z, Svensson A. New rate compatible convolutional codes[J]. IEEE Trans Info. Theory, 2000, 46(7): 2 651-2 659
- [2] Mantha R, Kschichang F R. A capacity-approaching hybrid ARQ scheme using turbo codes[C]. In Proc Globecom, Rio de Janeiro, Brazil, 1999. 2 341-2 345
- [3] Rowitch D N, Milstein L B. On the performance of hybrid FEC/ARQ systems using rate compatible punctured turbo(RCPT) codes[J]. IEEE Trans on Comm., 2000, 48(6): 948-959
- [4] Li J, Narayanan K R. Rate-compatible low density parity check codes for capacity-approaching ARQ schemes in packet data communications[C]. In Proc CIIT, Virgin Islands US, 2002. 201-206
- [5] Divsalar D, Jin H, McEliece R. Coding theorems for Turbo-like codes [C]. In Proc. 36th Annual Allerton Conference on Communication Control and Computing, Monticello, IL, USA: 1998. 201-210
- [6] Jin Hui, Khandekar A, McEliece R. Irregular repeat-accumulate codes [C]. In Proc. 2nd International Symposium on Turbo Codes and Related Topics, Brest, France, 2000, 9: 1-8
- [7] Chung SY, Urbanke R, Richardson T J. Analysis of sum-product decoding of low density parity-check codes using a Gaussian approximation[J]. IEEE Trans. Info Theory, 2001, 47(2): 657-670