

## 时滞反馈混沌同步及其抗噪优越性

陈 滨, 刘光祜, 张 勇

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

**【摘要】**噪声抑制是混沌同步通信急于要解决的关键问题之一。混沌系统的反馈同步一般采用非时滞反馈方式, 该文提出了混沌系统时滞反馈同步抑噪的方法, 并以Lorenz混沌系统为例, 证明了驱动系统和响应系统均为Lorenz混沌系统时, 采用时滞反馈控制, 驱动系统和响应系统同步稳定的充分条件。文中将时滞反馈控制同步用于噪声抑制, 表明效果比一般同步方式好很多。通过模拟存在信道噪声的情况下, 采用Lorenz系统用参数调制进行信号传输, 证实了时滞反馈同步的抗噪优越性。

**关键词** Lorenz系统; 时滞反馈; 混沌同步; 参数调制

**中图分类号** TN918; O332 **文献标识码** A

## Time Lag Feedback Chaos Synchronization and Its Advantage for Noise Reduction

CHEN Bin, LIU Guang-hu, ZANG Yong

(School of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** Noise reduction is one of the key questions needed to be solved in chaos synchronization communication. The feedback synchronization of chaotic systems commonly is non-time-lag feedback synchronization. In this paper, we present a method of time lag feedback synchronization of chaotic systems. Taking Lorenz chaotic system as a example, we have proved the sufficient condition of synchronization stability by time lag feedback control method between driver system and response system, when driver system and response system are all Lorenz system. Then, taking the method of time lag feedback synchronization to eliminate noise effect, indicate that it is much better than common synchronization method. By simulating Lorenz system parameter modulation signal transmission through the channel existing noise, we can see the noise reduction advantage of time lag feedback chaos synchronization.

**Key words** Lorenz system; time lag feedback; chaos synchronization; parameter modulation

近来, 利用混沌系统的同步信号作为载波进行保密通信受到学术界的广泛关注<sup>[1~3]</sup>, 目前, 主要存在保密性和抗噪性两大问题<sup>[3~5]</sup>。低维和简单调制的混沌通信系统的抗噪性较强, 但保密性差; 高维和复杂调制的混沌通信系统的保密性较好, 而抗噪性差。这些问题严重阻碍了混沌同步通信的实用化。本文将提出时滞混沌同步方法, 还以Lorenz系统为例证明了时滞混沌同步的稳定充分条件, 并通过仿真证实了其噪声抑制的优点。

### 1 时滞反馈混沌同步的稳定性

以Lorenz混沌系统为例, 证明时滞反馈混沌同步的稳定性。

驱动系统:

收稿日期: 2004-11-10

作者简介: 陈 滨(1971-), 男, 博士生, 主要从事混沌保密通信方面的研究。

$$\begin{cases} \frac{dx(t)}{dt} = \sigma[y(t) - x(t)] \\ \frac{dy(t)}{dt} = -x(t)z(t) + \rho x(t) - y(t) \\ \frac{dz(t)}{dt} = x(t)y(t) - \beta z(t) \end{cases} \quad (1)$$

响应系统:

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \sigma[y_1(t) - x_1(t)] + u(t) \\ \frac{dy_1(t)}{dt} = -x_1(t)z_1(t) + \rho x_1(t) - y_1(t) \\ \frac{dz_1(t)}{dt} = x_1(t)y_1(t) - \beta z_1(t) \end{cases} \quad (2)$$

式中  $\sigma, \rho, \beta$  为Lorenz系统的参数;  $u(t)$  为同步控制信号

$$u(t) = \sum_{i=0}^l k_i [x(t-ih) - x_1(t-ih)] \quad (3)$$

式中  $k_i \in \mathbb{R}$ ;  $h$  为正数。令误差为:

$$\begin{cases} e_x(t) = x(t) - x_1(t) \\ e_y(t) = y(t) - y_1(t) \\ e_z(t) = z(t) - z_1(t) \end{cases} \quad (4)$$

由驱动系统和响应系统构成的误差系统可表示为:

$$\begin{cases} \frac{de_x(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} - \frac{dx_1(t)}{dt} = \sigma[e_y(t) - e_x(t)] - \sum_{i=0}^l k_i e_x(t-ih) \\ \frac{de_y(t)}{dt} = \frac{dy(t)}{dt} - \frac{dy_1(t)}{dt} = [\rho - z(t)]e_x(t) - e_y(t) + e_x(t)e_z(t) - x(t)e_z(t) \\ \frac{de_z(t)}{dt} = \frac{dz(t)}{dt} - \frac{dz_1(t)}{dt} = -\beta e_z(t) - e_x(t)e_y(t) + y(t)e_x(t) + x(t)e_y(t) \end{cases} \quad (5)$$

原点( $e_x(t) = e_y(t) = e_z(t) = 0$ )是该误差系统的平衡点。选取Lyapunov函数

$$V(t) = \frac{1}{2}[e_x^2(t) + e_y^2(t) + e_z^2(t)] + \sum_{i=1}^l A_i \int_{t-ih}^t e_x^2(s) ds \quad (6)$$

式中  $A_i$  为常数, 且  $A_i \in \mathbb{R}$ ,  $A_i > 0$ 。可见,  $V(t) \in \mathbb{R}$ , 且  $V(t) \geq 0$ 。对  $V(t)$  求导可得:

$$\frac{dV(t)}{dt} = e_x(t) \frac{de_x(t)}{dt} + e_y(t) \frac{de_y(t)}{dt} + e_z(t) \frac{de_z(t)}{dt} + \sum_{i=1}^l A_i [e_x^2(t) - e_x^2(t-ih)]$$

将式(4)、(5)代入, 化简得:

$$\begin{aligned} \frac{dV(t)}{dt} = & - \left\{ \left[ \sigma + k_0 - \sum_{i=1}^l A_i - \frac{1}{4}(\sigma + \rho - z(t))^2 - \frac{y^2(t)}{4\beta} - \sum_{i=1}^l \frac{k_i^2}{4A_i} \right] e_x^2(t) + \sum_{i=1}^l \left[ \frac{k_i}{2\sqrt{A_i}} e_x(t) + \sqrt{A_i} e_x(t-ih) \right]^2 + \right. \\ & \left. \left[ \frac{1}{2}(\sigma + \rho - z(t))e_x(t) - e_y(t) \right]^2 + \left[ \frac{y}{2\sqrt{\beta}} e_x(t) - \sqrt{\beta} e_z(t) \right]^2 \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

Lorenz混沌系统取值范围有界, 当下列条件

$$k_0 - \sum_{i=1}^l \frac{k_i^2}{4A_i} > -\sigma + \sum_{i=1}^l A_i + \frac{1}{4}[\sigma + \rho - z(t)]^2 + \frac{y^2(t)}{4\beta} \quad (8)$$

满足时, 有  $\frac{dV(t)}{dt} < 0$ 。根据Lyapunov稳定性原理, 此时误差系统渐近稳定, 即  $t \rightarrow \infty$  时, 驱动系统与响应系统达到同步。

## 2 时滞混沌同步与一般同步方法的抗噪性对比

以Lorenz系统为例,驱动系统和响应系统分别如式(1)和(2)所示。选取参数,  $\sigma = 10$ ,  $\rho = 28$ ,  $\beta = 8/3$ , 此时,系统处于混沌态。

对于一般混沌同步系统,采用跟踪及抗噪性能较好的线性反馈同步,同步控制信号为:

$$u_0(t) = k [x(t) - x_1(t)] \quad (9)$$

式中 当  $k = 80$  时,同步跟踪性能和抗噪性能都比较好,比较均衡,因此取  $k = 80$ 。对于时滞反馈混沌同步系统,选取同步控制信号为:

$$u_l(t) = \sum_{i=0}^l k_i [x(t-ih) - x_1(t-ih)] \quad (10)$$

选取  $l = 19$ ,  $k_i = 4$ ,  $i = 0, 1, \dots, 19$ , 这样,总增益也为80。同时选取  $h = 5 \times 10^{-4}$ 。

采用Lorenz混沌系统,对上述不同的同步方法分别进行同步仿真实验,并在同步控制信号中加入相同信噪比的高斯加性白噪声,相当于在通信系统的信道中加入白噪声。

图1表示系统同步误差  $e_x(t) = x(t) - x_1(t)$  的比较,可见,时滞反馈同步系统的稳态同步误差要小得多,幅度仅为一般同步的约1/5,说明其噪声抑制功能较强。

综上所述可以看出,时滞反馈同步系统的抗噪性能好。

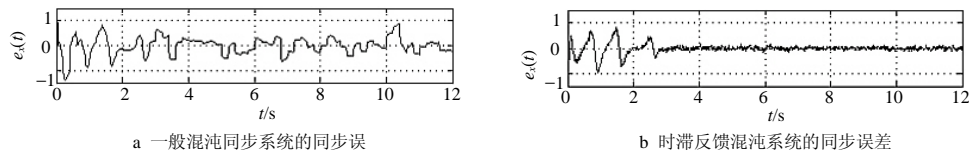


图1 一般同步与时滞反馈同步受相同噪声影响的同步误差比较

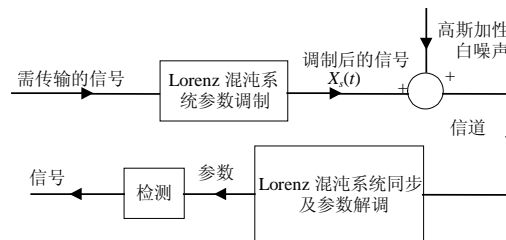


图2 基于Lorenz系统的混沌参数调制通信系统的结构图

## 3 时滞反馈同步与一般同步在通信系统中的性能对比

选取前述的Lorenz系统,模拟采用参数调制法通过信道进行信号传输<sup>[6]</sup>,在传输信道中加入高斯加性白噪声,在接收端分别采用与第2节相同的一般同步以及时滞反馈同步,并解调恢复传输的信号。结构框图如图2所示。

混沌驱动系统依然采用式(1),在分量  $X(t)$  中的参数  $\sigma$  上进行信号调制,  $\sigma = 10$  对应信号1,  $\sigma = 9$  对应信号0。响应系统的动力方程

$$\begin{cases} \frac{dx_1(t)}{dt} = \sigma(t)[y_1(t) - x_1(t)] + u(t) \\ \frac{dy_1(t)}{dt} = -x_1(t)z_1(t) + \rho x_1(t) - y_1(t) \\ \frac{dz_1(t)}{dt} = x_1(t)y_1(t) - \beta z_1(t) \\ \frac{d\sigma(t)}{dt} = -m\sigma(t)[y_1(t) - x_1(t)] \end{cases} \quad (11)$$

式中  $m=0.05$ ; 对于一般同步  $u(t)$  为(9)式的  $u_0(t)$ ; 时滞反馈同步  $u(t)$  为(10)式的  $u_f(t)$ 。

在传输信道中加入相同的高斯加性白噪声的情况下, 采用时滞反馈同步得到仿真结果如图3所示, 可见, 可以很好地恢复出传输的信号。图4是采用一般混沌同步, 在其他条件相同的情况下, 解调得到的参数, 可见此时根本不能恢复出传输的信号。

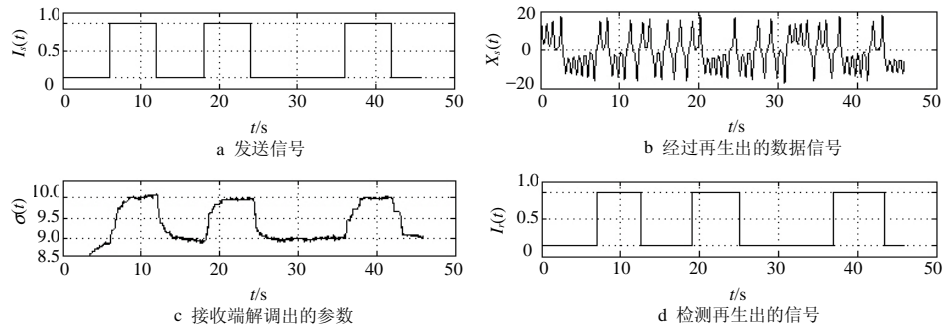


图3 采用时滞反馈混沌同步的参数调制通信的仿真结果

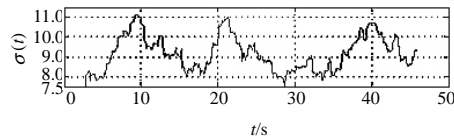


图4 采用一般混沌同步的参数调制通信解调出的参数

## 4 结论

噪声抑制是混沌同步通信急于要解决的关键问题之一。本文以Lorenz混沌系统为例, 通过证明时滞混沌同步的稳定性, 并采用仿真与一般混沌同步方法比较, 证实了时滞混沌同步具有很强的抗噪性, 并且能够很好地运用于混沌同步通信系统之中, 增强系统的抗噪性能。

从本方法的通信过程上可以看出, 此方法不仅适用于低维和简单调制的混沌系统, 而且同样适用于高维和复杂调制的混沌同步通信系统。时滞反馈同步没增加系统传输的同步信号量, 且系统的复杂度并没有增加太多, 由于可调的系统参数增多, 可以灵活调整参数来适应不同的情况。

## 参 考 文 献

- [1] Pecora L M, Carrol T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Phys Rev Lett, 1990, 64(8): 821-824
- [2] Carrol T L, Pecora L M. Synchronizing chaotic circuits[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems, 1991, 38(4): 453-456
- [3] Carrol T L. Noise-robust synchronized chaotic communications[J]. IEEE Trans. Circuits and Systems I, 2001, 48(12): 1 519-1 522
- [4] Kocarev L, Parliz U. Generalized synchronization, predictability, and equivalence of unidirectionally coupled dynamical systems[J]. Phys Rew Lett, 1996, 76(11): 1 816-1 819
- [5] Parliz U, Junge L, Kocarev L. Synchronization-based parameter estimation from time series[J]. Phys Rew E, 1996, 54(6): 6 253-6 259
- [6] Maybhate A, Amritkar R E. Use of synchronization and adaptive control in parameter estimation from a time series[J]. Phys Rew E, 1999, 59(1): 284-293