

二阶伏特拉滤波器RLS算法改进

陈凯亚, 王敏锡

(西南交通大学电磁场与微波技术研究所 成都 610031)

【摘要】分析了二阶伏特拉滤波器的一种快速RLS算法, 针对其存在的收敛速度与收敛精度之间的矛盾, 构造了遗忘因子函数并取代该算法中的固定遗忘因子, 得到改进的RLS算法。提出了遗忘因子函数的构造原则并分析了相关参数的选取方法。算例表明: 改进的RLS算法能解决收敛速度与收敛精度之间的矛盾, 有效地加快了收敛速度。

关键词 RLS算法; 自适应滤波算法; 二阶伏特拉滤波器; 遗忘因子; 最小二乘准则

中图分类号 TN911 文献标识码 A

A Modified RLS Algorithm for Second-Order Volterra Filter

CHEN Kai-ya, WANG Min-xi

(Inst. of Electromag. Field and Microwave Tech, Southwest Jiaotong Univ. Chengdu 610031)

Abstract A fast RLS algorithm for second-order Volterra filter is analyzed. And the contradiction between speed and accuracy of convergence is revealed. The modified RLS algorithm is presented by substituting constant forgetting-factor with function of forgetting-factor constructed in this paper. The rules for constructing forgetting-factor function and the method for selecting parameters is discussed. Finally, a numerical example shows that the modified RLS algorithm result in faster convergence speed by solving the contradiction between speed and accuracy.

Key words recursive least squares algorithm; adaptive filtering algorithm; second-order Volterra filter; forgetting-factor; least squares criterion

伏特拉滤波器是一种具有广泛应用前景的非线性滤波器, 除用于高速通信信道外, 还应用于射频功率放大器的研究中^[1,2]。随着现代通信对于射频功率放大器的要求越来越高, 不断提高伏特拉滤波器的算法性能也显得尤为重要。目前, 针对伏特拉滤波器自适应滤波算法的研究还较少。文献[3]中提出了一种针对二阶伏特拉滤波器的快速的递归最小二乘(Recursive Least Squares, RLS)算法, 该算法具有快速收敛性与良好的跟踪能力。该算法的快速性能在于其较普通RLS算法的计算量小^[4], 但其收敛速度由于受到收敛精度的制约仍然较慢。本文针对该算法的这一不足之处, 根据遗忘因子的取值大小对收敛速度与收敛精度影响很大的特点, 利用误差与迭代次数的信息构造了一个遗忘因子函数。本文将遗忘因子函数引入快速RLS算法中, 在计算量增加很少的情况下, 获得了很高的收敛精度与更快的收敛速度。算例结果表明了这一点。

收稿日期: 2003-06-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60272003)

作者简介: 陈凯亚(1973-), 男, 博士生, 主要从事软件无线电中功率放大器方面的研究。

1 二阶伏特拉滤波器的快速RLS算法

自适应滤波算法在信号处理方面应用广泛。RLS算法以其快速的收敛性受到越来越多的关注。一个二阶伏特拉滤波器的形式如下:

$$y(n) = h_0 + \sum_{i=0}^{N-1} a_i(n)x(k-i) + \sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=i}^{N-1-i} b_{i,j}(n)x(k-i)x(k-j) \quad (1)$$

式中 h_0 为一常数, $a_i(n)$ 为一阶伏特拉核, $b_{i,j}(n)$ 为二阶伏特拉核, N 为记忆长度。输入向量为:

$$\mathbf{X}_k^T = [x(k), x^2(k), x(k)x(k-1), \dots, x(k)x(k-N+1), x(k-1), x^2(k-1), x(k-1)x(k-2), \dots, x(k-N+1), x^2(k-N+1)] \quad (2)$$

n 时刻的系数向量为:

$$\mathbf{W}_n^T = [a_0(n), b_{0,0}(n), b_{0,1}(n), \dots, b_{0,N-1}(n), a_1(n), b_{1,1}(n), b_{1,2}(n), \dots, a_{N-1}(n), b_{N-1,N-1}(n)] \quad (3)$$

通过矩阵求逆引理得到RLS算法。该算法的计算量为 $O(N^4)$, 其主要计算负担集中在矩阵迭代更新公式。文献[2]引入前向预测误差 $f_n(k)$ 及后向预测误差 $b_n(k)$, 减少了迭代更新公式的计算量, 由此推导出的快速RLS算法将计算量降低到 $O(N^3)$ 。其公式如表1所示。

表1 快速RLS迭代公式与改进的快速RLS迭代公式

编号	迭代公式	编号	迭代公式
(T.0)	$\alpha_{-1}^{-1}, \mathbf{A}_{-1}, \mathbf{C}_{-1}, \gamma_{-1}, \mathbf{B}_{-1}, \hat{\mathbf{W}}_{-1}$ 初始化	(T.7)	$\mathbf{A}_n = \mathbf{A}_{n-1} - \mathbf{C}_{n-1} \mathbf{f}_{n-1}^T(n)$
(T.1)	$\mathbf{f}_{n-1}(n) = \mathbf{v}_n + \mathbf{A}_{n-1}^T \mathbf{X}_{n-1}$	(T.8)	$\bar{\mathbf{C}}_n = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{C}_{n-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \alpha_n^{-1} \mathbf{f}_n(n) \\ \mathbf{A}_n \alpha_n^{-1} \mathbf{f}_n(n) \end{bmatrix}$
(T.2)	$\mathbf{f}_n(n) = \gamma_{n-1} \mathbf{f}_{n-1}(n)$	(T.9)	$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_n \\ \boldsymbol{\mu}_n \end{bmatrix} = L \bar{\mathbf{C}}_n$
(T.3)	$e_{n-1}(n) = d(n) - \hat{\mathbf{W}}_{n-1}^T \mathbf{X}_n$	(T.10)	$\mathbf{b}_{n-1}(n) = \mathbf{r}_{n-1} + \mathbf{B}_{n-1}^T \mathbf{X}_n$
(T.4.1)	$\lambda(n)$ 为常数	(T.11)	$\mathbf{C}_n = (1 - \mathbf{b}_{n-1}^T(n) \boldsymbol{\mu}_n)^{-1} [\mathbf{m}_n - \mathbf{B}_{n-1} \boldsymbol{\mu}_n]$
(T.4.2)	$\lambda(n) = \frac{1}{2} \left(\exp(-\alpha e(n-1)) + \exp\left(-\frac{1}{n}\right) \right)$	(T.12)	$\gamma_n = (1 - \mathbf{b}_{n-1}^T(n) \boldsymbol{\mu}_n)^{-1} \bar{\gamma}_n$
(T.5)	$\alpha_n^{-1} = \frac{\alpha_{n-1}^{-1}}{\lambda(n)} - \frac{\alpha_{n-1}^{-1} \mathbf{f}_{n-1}(n) \mathbf{f}_{n-1}^T(n) \alpha_{n-1}^{-1}}{\frac{\lambda^2(n)}{\gamma_{n-1}} + \lambda(n) \mathbf{f}_{n-1}^T(n) \alpha_{n-1}^{-1} \mathbf{f}_{n-1}(n)}$	(T.13)	$\mathbf{B}_n = \mathbf{B}_{n-1} - \mathbf{C}_n \mathbf{b}_{n-1}^T(n)$
(T.6)	$\bar{\gamma}_n = \gamma_{n-1} - \mathbf{f}_n^T(n) \alpha_n^{-1} \mathbf{f}_n(n)$	(T.14)	$\hat{\mathbf{W}}_n = \hat{\mathbf{W}}_{n-1} + \mathbf{C}_n e_{n-1}(n)$

备注: 迭代步骤按照编号顺序, 快速RLS迭代公式采用(T.4.1); 改进的快速RLS迭代公式采用(T.4.2)。

2 改进的快速RLS算法

快速RLS算法将RLS算法的计算量减少了一个数量级, 但达到收敛所需的迭代次数仍未减少。通过分析附表中快速RLS算法的迭代公式可知: λ 值越大, \mathbf{C}_n 中各元素就越小, $\hat{\mathbf{W}}_n$ 中各元素的更新幅度就越小, 从而导致收敛速度较慢; 反之, λ 值越小, 收敛速度就越快, 但收敛后会受到噪声的严重影响, 致使收敛精度不高。因而实用中该算法总是采用非常接近于1的 λ 值, 这样虽然获得了较高的收敛精度, 但却限制了收敛速度的进一步提高。LMS算法中收敛速度与收敛精度之间的矛盾可通过采用变步长来解决。文献[5]中的变步长 μ 是 $e(n)$ 的Sigmoid函数。但由于该函数在误差接近于零处变化太大, 因此文献[6]又提出了另一种函数。RLS算法中遗忘因子 λ 同LMS算法中步长 μ 的作用相似, 因而本文也引入了遗忘因子函数来解决这一矛盾。根据 λ 与误差的关系, 可得到调整 λ 值的第一个原则: 当误差 $e(n)$ 较大时, λ 值应较小, 以加快收敛速度; 当误差 $e(n)$ 较小时, λ 值应较大, 以获得较高的收敛精度。满足这一 λ 调整原则的函数为:

$$\lambda(n) = \beta \exp(-\alpha |e(n)|) \quad (4)$$

式(4)采用 $|e(n)|$, 是由于 $|e(n)|^2$ 放大了误差 $e(n)$ 的变化程度, 导致 $\lambda(n)$ 变化幅度较大, 反而不利于快速收敛, 这一点在模拟实验中得到了证实。由于 $|e(n)| \geq 0$, 则 $\beta \exp(-\alpha |e(n)|) \leq \beta$, 且在RLS算法中要求 $0 < \lambda(n) \leq 1$,

故 β 的最佳值为1。选择较大的 α 值, 算法的收敛速度比选择较小的 α 值快, 但 α 值过大, 在初始误差情况下, 会使 $\lambda(n)$ 值过小而导致调整幅度过大, 同样不利于快速收敛。且在收敛后误差 $e(n)$ 所对应的 $\lambda(n)$ 值还可能较小, 导致算法的稳态精度不高。在具体的应用中, 可根据实验来确定 α 的最优值。误差 $e(n)$ 是期望响应与实际响应之差, 从总体上反映了当前权系数与最佳权系数的差距, 故单纯以 $e(n)$ 为参考来调整 $\lambda(n)$ 虽然有其合理性, 但也存在不足之处。可能会出现 $e(n)$ 同两者差距相背离的情况。因此, 还需要有调整 λ 值的第二个原则: 在初始阶段, λ 值应较小, 以加快收敛速度; 当接近收敛时, λ 值应较大, 以获得较高的收敛精度。满足这一 λ 调整原则的函数为:

$$\lambda(n) = \exp\left(-\frac{1}{n}\right) \tag{5}$$

综合式(4)与式(5), 可得遗忘因子函数:

$$\lambda(n) = \frac{1}{2} \left(\exp(-\alpha|e(n)|) + \exp\left(-\frac{1}{n}\right) \right) \tag{6}$$

本文将式(6)引入到快速RLS算法中, 得到改进的快速RLS算法, 其迭代公式如表1所示。

3 算例验证

本文利用二阶伏特拉滤波器来辨识非线性系统, 图1给出了辨识框图。假定待辨识的非线性系统为:

$$y(n) = 1.2x(n) + 1.02x^2(n) - 0.812x(n)x(n-1) - 1.593x(n)x(n-2) + 0.723x(n-1) - 0.57x^2(n-1) - 0.145x(n-1)x(n-2) + 1.435x(n-2) - 0.483x^2(n-2) + v(n)$$

式中 $x(n)$ 是零均值、方差为1的高斯白噪声; $v(n)$ 与 $x(n)$ 是不相关的高斯白噪声, 均值为零, 方差为0.04。图2表示出了第一项权系数 $W_1 = 1.2$ 的收敛曲线, 且每条曲线是由10次独立的运算求平均而得到的。比较 λ 分别取式(6)中的遗忘因子函数、 $\lambda = 0.850$ 与 $\lambda = 0.995$ 的收敛情况, 采用附表中的迭代公式进行计算机模拟的结果显示: 虽然 λ 取较小值 ($=0.850$) 时, 收敛速度快, 但受噪声影响较大, 收敛精度不高; λ 取较大值 ($=0.995$) 时, 受噪声影响很小, 收敛精度高, 但收敛速度慢; 引入遗忘因子函数后, 收敛速度很快, 且受噪声影响很小, 收敛精度高。

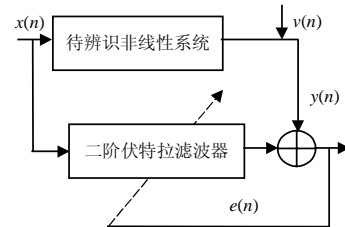


图1 辨识框图

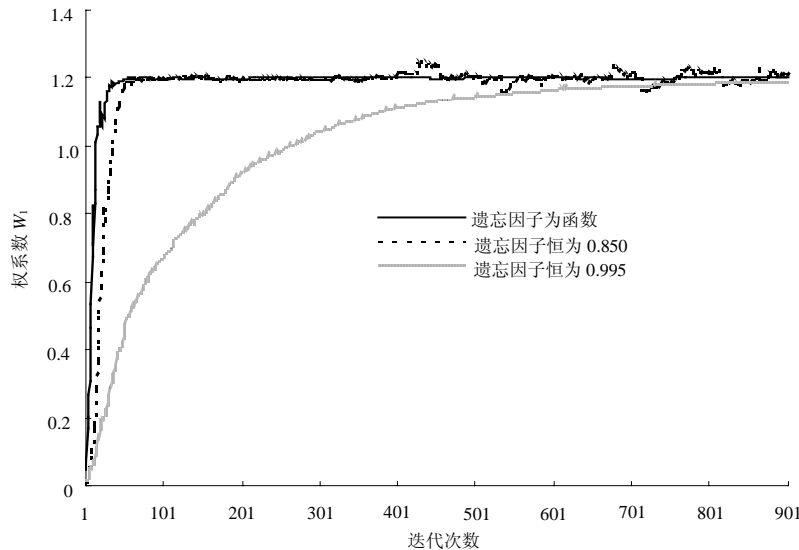


图2 两种算法的性能比较

由于电子枪结构十分复杂, 形状特殊, 对整个电子枪的建模和热计算会耗去设计人员的大量时间和精力。本文通过对电子枪的简化模型进行了温度场和热形变的计算比较, 发现和全模型的热形变结果没有太大的区别。对全模型的计算需要几个小时, 而简化模型的计算只需要几分钟。该结论表明, 电子枪设计人员在计算电子枪的热形变对电子注参数的影响时, 只需要建立简化模型进行计算, 从而减少计算量和计算时间, 这对缩短设计周期是非常有意义的。

参 考 文 献

- [1] ANSYS Inc. ANSYS thermal analysis guide, release 5.6[R]. 2000
- [2] 杨中海, 黄桃, 李斌, 等. 行波管电子光学系统CAD技术进展[J]. 真空电子技术, 2004, (3): 12-15
- [3] Sharma R K, Sinha A K, Gupta R K. Thermal analysis gun for a miniature Helix TWT[J]. IETE Technical Review, 2000, 17 (5): 269-274
- [4] 胥辉. 电子管设计中的热分析[C]. 见: 高能电子学专业委员会第三届学术交流会议论文集(HEE'2003), 厦门, 2003. 143-145
- [5] 郑锦标, 邓衡, 王俊毅, 等. ANSYS在微波电子管中的应用[C]. 高能电子学专业委员会第三届学术交流会议(HEE'2003), 厦门, 2003. 135-140
- [6] 谢镨, 赵兴群, 张国兴, 等. 利用ANSYS模拟和分析电子枪的工作状态[C]. 见: 高能电子学专业委员会第三届学术交流会议(HEE'2003), 厦门, 2003. 124-127
- [7] 姚列明, 杨中海. 行波管电子枪阴极组件的热计算[J]. 强激光与粒子束, 2004, 16(10): 1 317 - 1 320

编辑 漆蓉

(上接第469页)

4 结 论

伏特拉滤波器的快速RLS算法由于采用了固定的遗忘因子, 故不能解决收敛速度与收敛精度之间的矛盾。本文构造了遗忘因子函数并将其引入快速RLS算法中, 得到一种改进的快速RLS算法。算例结果表明, 该算法很好地解决了收敛速度与收敛精度之间的矛盾, 并有效地加快了收敛速度。

参 考 文 献

- [1] Anding Z, Thomas J. An adaptive Volterra predistorter for the linearization of RF high power amplifiers[C]. IEEE MIT-S Digest, 2002, 461-464
- [2] Changsoo E, Edward J. A new Volterra predistorter based on the indirect learning architecture[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1997, 45(1): 223-227
- [3] Junghsi L, John M. A fast recursive least squares adaptive second-order Volterra filter and its performance analysis[J]. IEEE Trans. Signal Processing, 1993, 41(3): 1 087-1 102
- [4] 姚天任, 孙洪. 现代数字信号处理[M]. 武汉: 华中科技大学出版社, 1999
- [5] 覃景繁, 欧阳景正. 一种新的变步长LMS自适应滤波算法[J]. 数据采集与处理, 1997, 12(3): 171-174
- [6] 高鹰, 谢胜利. 一种变步长LMS自适应滤波算法及分析[J]. 电子学报, 2001, 29(8): 1 093-1 097

编辑 许宣伟