

# CHIPIC软件的电磁场计算方法

狄 隽，祝大军，刘盛纲

(电子科技大学物理电子学院 成都 610054)

**【摘要】**基于CHIPIC是一个高功率微波电磁粒子模拟软件，电磁场的数值计算模块是其核心模块，介绍了CHIPIC软件中电磁场计算的基本方法，以及在其基础上改进而来的时偏算法；同时还对以上两种计算方法所适用的不同物理模型进行了讨论，并对所编制电磁场数值计算模块的正确性进行验证，结果证明CHIPIC的计算结果是正确的。

**关键词** CHIPIC软件；时域有限差分法；粒子模拟；时偏算法

中图分类号 O411.3 文献标识码 A

## Electromagnetic Field Algorithms of CHIPIC Code

DI Jun, ZHU Da-jun, LIU Sheng-gang

(School of Physical Electronics, UEST of China Chengdu 610054)

**Abstract** CHIPIC is a particle-in-cell(PIC)software which is used to solve the high power microwave electromagnetic field problems, the electromagnetic field algorithm is a key module to it. This paper gives its basic electromagnetic field algorithms-center difference algorithm and time-biased difference algorithm. The simulation results of CHIPIC code are in accord with the MAGIC code.

**Key words** CHIPIC code; finite-difference time-domain method; particle-in-cell; time-biased algorithm

微波电磁领域随着计算机的高速发展，大量地应用数值模拟方法来分析和解决问题。CHIPIC是应用于高功率微波器件研究领域的电磁粒子模拟软件，其适用的研究和设计范围包括：微波放大器、加速器元件、束流传输、微波等离子体加热及离子源等。CHIPIC的一个重要模块是电磁场数值计算模块。当模拟中存在高速运动的粒子时，其产生的粒子噪音会影响结果的正确性，所以CHIPIC针对该情况改进了原有的电磁场计算方法并提出了时偏算法，时偏算法在模拟的过程中对场量进行了修正使结果符合真实的物理过程。

## 1 CHIPIC软件的电磁场计算方法

### 1.1 电磁场的中心差分算法

CHIPIC的场算法建立在Maxwell方程组和粒子运动方程的基础之上：

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -\nabla \times \mathbf{E} & \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left[ \frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{B}) - \mathbf{J} \right] \\ \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} & \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad \mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \\ \frac{\partial \mathbf{p}}{\partial t} = q [\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}] & \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{v} \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{m} \end{cases} \quad (1)$$

中心差分算法是CHIPIC的基本算法，采用时域有限差分法结合粒子模拟方法<sup>[1, 2]</sup>，在空间和时间上分别

进行离散处理并求解。空间上采用Yee网格的划分形式,以中心差分代替微分,使式(1)成为代数方程组;时间上采用“蛙跳格式”,通过时间步进求解各个物理量。

## 1.2 电磁场的时偏算法

在中心差分算法的基础上,提出了时偏的差分算法<sup>[3]</sup>,简称时偏算法。

### 1.2.1 基本场方程

式(1)中的磁场旋度方程对时间离散,可得:

$$\mathbf{E}^{n+1} = \mathbf{E}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon \mu} \left[ \nabla \times (a_1 \mathbf{B}^{n+\frac{3}{2}} + a_2 \mathbf{B}^{n+\frac{1}{2}} + a_3 \mathbf{B}^{n-\frac{1}{2}}) - \mathbf{J}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2)$$

式(2)在一个时间步长内进行迭代<sup>[3-5]</sup>,可得:

$$\mathbf{E}^{n+1,i} = (1 - \tau_i) \mathbf{E}^{n+1,i-1} + \tau_i \mathbf{E}^{n,i} + \tau_i \frac{\Delta t}{\varepsilon \mu} \left[ \nabla \times (a_1 \mathbf{B}^{n+\frac{3}{2},i-1} + a_2 \mathbf{B}^{n+\frac{1}{2},i-1} + a_3 \mathbf{B}^{n-\frac{1}{2},i-1}) - \mathbf{J}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (3)$$

式(1)中电场的旋度方程,时间离散可得:

$$\mathbf{B}^{n+\frac{3}{2},i} = \mathbf{B}^{n+\frac{1}{2},I} - \Delta t (\nabla \times \mathbf{E}^{n+1,i}) \quad (4)$$

联立式(3)、(4)可以进行求解。式中 $n$ 是时间步数, $\tau_i$ 是在一个时间步上第 $i$ 次迭代时的契比雪夫加速因子, $I$ 是在一个时间步上的总迭代次数。根据松弛迭代的特性<sup>[6]</sup>,通过每一个时间步上的 $I$ 次迭代可以很好的抑制由某些数值不稳定性和相对论粒子所引入的高频噪声,对场量进行有效修正。

系数 $a_1, a_2, a_3$ 直接影响计算中对高频噪声的抑制程度和对时间的差分形式,它们应满足以下条件:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 = 1 \\ a_1 \geq a_3 \\ a_2^2 - 4a_1 a_3 \geq 0 \end{cases} \quad (5)$$

当 $a_3=0$ 时,式(3)就不再是时间上的中心差分,而是时偏差分,时偏算法因此命名。切比雪夫加速因子 $\tau_i$ 与 $a_1$ 之间关系如下:

$$\tau_i = 1 / \left[ 1 + \frac{2a_1}{(1-a_1)^2} \left( 1 - \frac{\cos(\frac{\pi(i-1/2)}{I})}{\cos(\pi/2I)} \right) \right] \quad (6)$$

式中 $\tau_i$ 是一个单调减少的序列, $a_1$ 直接影响 $\tau_i$ 的值。

### 1.2.2 时偏算法的稳定性条件

时偏算法的稳定性条件为<sup>[3,7]</sup>:

$$c \Delta t \sqrt{a_2^2 - 4a_1 a_3} \sqrt{\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2}} \leq 1 \quad (7)$$

式中 $c$ 是真空中光速。从上式可以看出,在满足稳定性的前提下,当空间网格大小相同时,时偏算法的时间步长取值可以大于或等于中心差分算法。在进行时偏算法求解时,由于计算时用到 $n+3/2, n+1/2, n-1/2$ 三个时间点的场值,并且在每个时间步上都要进行迭代,所以即使采用比中心差分法还要大的时间步长,

其计算时间和计算机所耗费的存储空间都要大得多。

### 1.2.3 噪声衰减函数

时偏算法的优点就是可以对高频数值噪声进行抑制,对场进行修正,使场解准确,算法中对噪声的衰减过滤程度可由一个与频率相关的单调函数 $P(F)$ 表征<sup>[3]</sup>:

$$P(F) = 1 / \left[ 1 + 4a_1 F c^2 \Delta t^2 \left( \frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} + \frac{1}{(\Delta z)^2} \right) \right] \quad (8)$$

式中 $F$ 是归一化频率。 $F = f / f_{\max}$ 。 $f_{\max}$ 是在满足稳定性条件下网格所能承受的最大频率,可以通过稳定性条件对其进行估算。

由图1所示可以看出:1) 对应同一个 $a_1$ 时,频率低时抑制小,随

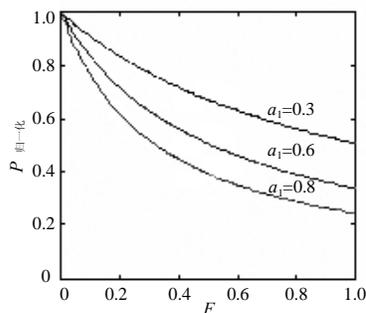


图1  $a_1$ 参数与衰减函数

着频率上升,抑制逐渐加大。2) 对应不同 $a_1$ 时,当 $a_1=0$ 时, $\tau_i=1$ , $P(F)=1$ ,对高频噪声没有任何抑制。随着 $a_1$ 的增大 $P(F)$ 减小,抑制加大。同时 $a_1$ 的取值会直接影响到迭代收敛的速度,随着 $a_1$ 增大,迭代次数 $I$ 要随之增多,计算时间加长。

根据上述可知,时偏算法对磁场旋度方程进行时间离散时,通过采用3个时间点上的磁场值取代一般情况下一个时间点上的值,并在同一个时间步上进行多次迭代,这样处理可以有效的对场进行修正,对粒子模拟中由于相对论粒子和一些数值不稳定性所引起的高频噪声进行有效的抑制和过滤,从而使场解准确。

## 2 电磁场算法模块的验证及两种算法模拟结果的对比

在上述理论上,成功开发出CHIPIC软件的电磁场数值计算模块,包括中心差分算法模块和时偏算法模块。

### 2.1 电磁场算法模块的验证

为了验证电磁场计算模块的正确性,采用相对论返波管、磁控管和回旋速调管等微波器件进行了大量模拟,通过另一个成熟的电磁模拟软件MAGIC对CHIPIC的模拟结果进行校验,结果基本一致。以下仅以相对论返波管为例列出一些模拟结果。

#### 2.1.1 返波管结构介绍

阴极通过爆炸式发射产生500 kV、5 kA高能电子束,在2.8 T的轴向磁场约束下,经过波纹慢波结构与高频场发生纵向相互作用。在返波管的出口输出高能微波,如图2所示。

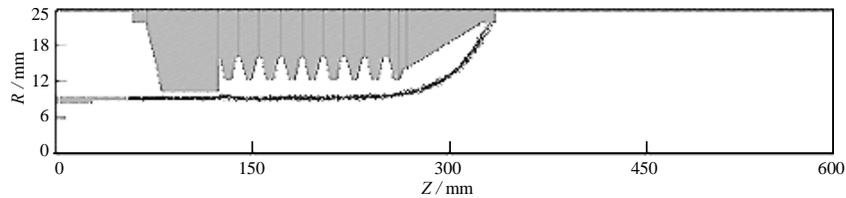


图2 返波管的基本结构及相空间粒子图

#### 2.1.2 与MAGIC的结果比较

在相同的几何结构、发射条件、聚束磁场的条件下,分别使用CHIPIC软件的时偏算法与MAGIC的BIASED算法对器件进行模拟,得到以下结果:

- 1) 出口处,点(591.4 mm, 0.0 mm)到点(591.4 mm, 25 mm)这条直线上观测输出功率图,如图3所示。
- 2) 管内(125.8 mm, 11.4 mm)点处,观测Z方向电场经过FFT后的频谱图,如图4所示。

由图3可见,使用CHIPIC软件的模拟结果与MAGIC软件的结果基本一致,从而验证了CHIPIC计算模块的正确性。

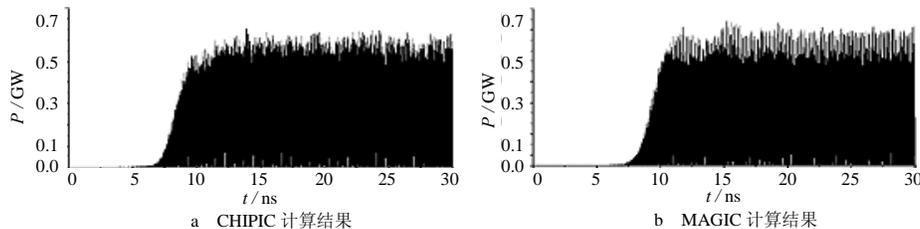


图3 直线上功率时变图

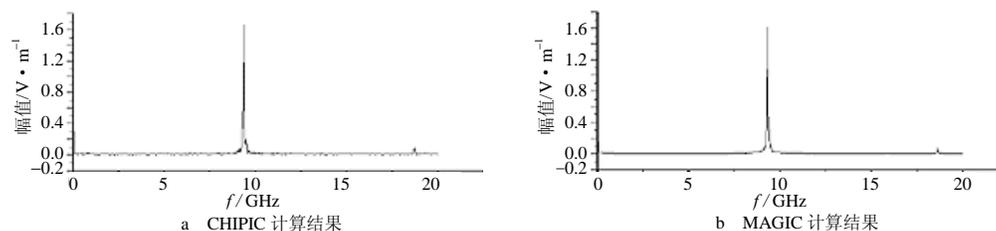


图4 Z向电场FFT频谱图

## 2.2 CHIPIC的中心差分算法与时偏算法的对比

### 2.2.1 中心差分算法和时偏算法的适用性

针对不同情况采用不同的算法是必要的, 存在大量粒子或高速运动的粒子时, 由于高速粒子所引起的噪音和数值不稳定性加大, 这时就需要使用时偏算法, 对场进行修正, 为此所付出的代价就是所花费的计算时间加长。而对于没有粒子或只有低速非相对论粒子的情况, 则可采用中心差分算法, 减少模拟时间。

### 2.2.2 中心差分算法和时偏算法模拟结果对比

在相同的几何结构、发射条件、聚束磁场的条件下, 分别使用中心差分算法和时偏算法对返波管进行了模拟得到以下结果。

在管内(125.8 mm, 11.4 mm)点处, 观测Z方向电场图, 如图5所示。

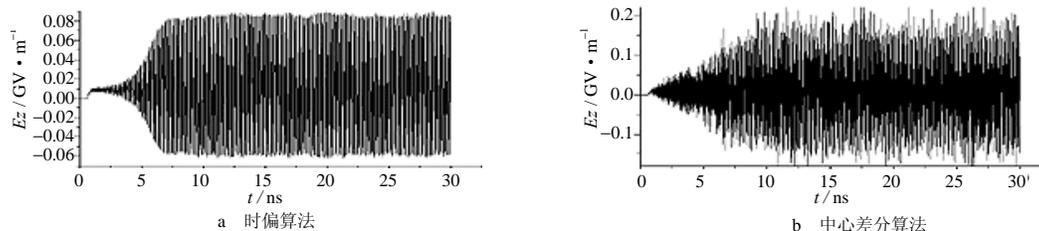


图5 Z方向电场时变图

由图可见: 时偏算法时, 在7 ns左右管内建立了稳定的模式, 电场稳定, 幅值规整, 同时在输出端也有了稳定的微波输出。中心差分算法时, 由于数值计算中高频噪声产生的不良影响, 电场的幅值突变较大, 忽高忽低, 噪声累积到一定程度后, 必将产生错误结果。

## 3 小 结

CHIPIC高功率电磁粒子模拟软件成功开发出了场的时偏算法模块, 对场的算法进行了细化, 针对不同的物理情况采用不同的算法模块, 使得该软件的应用范围更加广大。模拟结果与另一个粒子模拟软件MAGIC相比基本一致, 证明计算模块是正确的。

## 参 考 文 献

- [1] 王秉中. 计算电磁学[M]. 北京: 科学出版社, 2002
- [2] Birdsall K G, Langdon A B. Plasma physics via computer simulation[M]. New York: McGraw-Hill, Inc., 1985
- [3] Goplen B, Ludeking L. User-configurable MAGIC for electromagnetic PIC calculations[J]. Computer Physics Communications, 1995, 87: 54-86
- [4] Stork C. Comparison of richardsons iteration with chebyshev acceleration factors to conjugate[EB/CD]. [http://sep.www.stanford.edu/oldreports/sep57/57\\_29\\_abs.html](http://sep.www.stanford.edu/oldreports/sep57/57_29_abs.html), 2004-05
- [5] Namiki T. A new FDTD algorithm based on alternating-direction implicit method[J]. IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, 1999, 47: 2 003 - 2 007
- [6] 徐长发, 李 红. 偏微分方程数值解法[M]. 武汉: 华中理工大学出版社, 2000
- [7] Zheng F, Chen Z, Zhang J. A finite-difference time-domain method without the Courant stability conditions[J]. IEEE Microwave Guided Wave Letters, 1999, 9: 441- 443