

基于状态观测器噪声干扰的混沌控制与同步

郝加波, 张志远

(达县师范高等专科学校物理系 四川 达州 635000)

【摘要】提出了一种基于状态观测器参数控制噪声干扰下的混沌数字通信控制方法。利用一混沌系统驱动另一混沌系统产生理想的输出波形,将该控制方法用于混沌控制;根据噪声干扰下的系统方程构造出状态观测器,并将该状态观测器用于具有测量噪声、输入噪声干扰的混沌系统和Lorenz混沌系统的控制;改变观测器的作用范围,可以将混沌系统稳定到固有的区域内。仿真结果证实了该控制方法的有效性。

关键词 状态观测器; 混沌系统; 噪声干扰; 混沌同步

中图分类号 TN914.3 文献标识码 A

Chaotic Control and Synchronism with Noise Interference Based on State Observation

HAO Jia-bo, ZHANG Zhi-yuan

(Department of Physics, Daxian Teachers College Sichuan Dazhou 635000)

Abstract The control method of state modulator is used to control chaos in the paper. The state controller is constructed on the basis of the system equation in the presence of noise interference and used to control the chaotic Lorenz system interfered by measure and input noise. As the operation range of state observation is changed, the method can stabilize the original equilibrium point or stabilize the systems to the new equilibrium point. The simulation results prove that the method is effective.

Key words state observation; chaotic system; noise interference; chaotic synchronization

混沌控制在通信、信息科学、生命科学、医学等领域有巨大的应用潜力和发展前途,目前已经成为非线性科学中的一个研究热点。近年来国内外提出了一些典型有效的混沌控制方法,但主要是针对未受随机干扰和噪声干扰的混沌系统的控制,对非确定性系统和环境情况下的混沌系统的控制涉及较少^[1-4]。实际上,系统经常处于随机干扰及噪声环境之中,所以有必要研究受随机干扰和噪声干扰的混沌系统的控制问题。

本文基于状态观测器控制方法,利用混沌系统存在可测量噪声和输入噪声时的系统方程构造出状态观测器,对非线性混沌系统进行输出反馈,通过改变观测器的作用范围,使混沌系统原有的不稳定状态被稳定到新的区域之内。

1 状态观测器设计

状态观测器要求得到混沌控制系统所有的状态反馈。而实际上,在得到状态反馈时,状态观测器也会受到测量噪声的干扰。状态观测器就是要从带有测量噪声的检测状态中获得状态的最优估算,以便于控制。

收稿日期: 2005-05-18

基金项目: 四川省重点科研项目(04A195)

作者简介: 郝加波(1969-),男,硕士,讲师,主要从事普通物理和计算机线性科学方面的研究;张志远(1964-),男,博士,教授,主要从事普通物理和非线性科学方面的研究。

1.1 公式与求解

考虑如下系统^[5]：

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + Bu + Fw \\ y = Cx + v \end{cases}$$

式中 x 为系统的变量； A 和 F 均为不含状态变量的 $n \times n$ 系统矩阵； B 和 C 均为不含状态变量的 $n \times 1$ 系统矩阵； w 为随机噪声干扰输入， u 为引入的信号输入， v 为传感器带来的随机可测噪声，且均为矢量； y 为最后的输出结果。系统模型框图如图1所示。

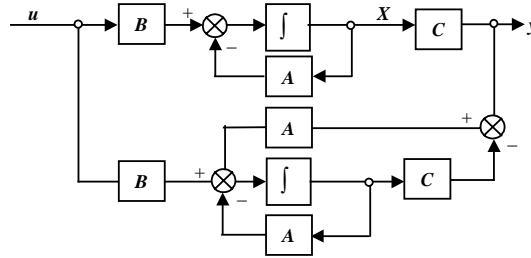


图1 系统模型框图

本文对噪声过程的系统特性做出假设，即假设测量噪声和输入噪声都是具有零均值和已知方差、协方差的高斯白噪声过程，需要做的是求取带有噪声的测量估算，使得误差的方差最小。

令 $\hat{x}(t)$ 为估计值、 $\tilde{x}(t)$ 为误差、 $\tilde{x}'(t)$ 为矩阵 $\tilde{x}(t)$ 的转置矩阵，系统的性能指标为：

$$J = E\{\tilde{x}'(t)\tilde{x}(t)\} \tag{2}$$

式中 E 为统计测试参数， $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 。为了得到一个渐进稳定的最小方差状态观测器，假设 (C, A) 是完全可观测的，矩阵 R_0 是正定实对称常数矩阵，存在常数矩阵 H_0 、 H'_0 和 Q_0 ，使得 $H_0 H'_0 = Q_0$ ，且 (A, H_0) 是可稳定的。在上述假设条件下，状态观测器由下式给出，即：

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \tag{3}$$

式中 L 为状态估计观测器的增益矩阵， P_0 为常数矩阵，且 $L = P_0 C R_0^{-1}$ ， P_0 可由下式求得，即：

$$A P_0 + P_0 A' + F Q_0 F' - P_0 C R_0^{-1} C P_0 = 0 \tag{4}$$

若在原有假设的基础上再假设系统的噪声过程是相关的，就可得到更一般形式的观测器，即设噪声扰动输入与测量噪声是相关的，可得到一个方差矩阵为：

$$E \left\{ \begin{bmatrix} w(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w'(t) & v'(t) \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} Q_0 & N_0 \\ N'_0 & R_0 \end{bmatrix} \delta(t - \tau) \tag{5}$$

式中 w' 、 v' 分别为 w 、 v 的转置矩阵， N_0 为常数矩阵，在这种情况下，最优状态观测器求解方程变成：

$$\begin{cases} L = (P_0 C' + N_0) R'_0 \\ A P_0 + P_0 A' + F P_0 F' - (P_0 C' + N_0) R_0^{-1} (P_0 C' + N_0)' = 0 \end{cases} \tag{6}$$

对二次型状态观测器的解作如下代换，可得到最优状态观测器的解，即：

$$A \rightarrow A', B \rightarrow B', Q \rightarrow F Q_0 F', R \rightarrow R', N \rightarrow N_0, K \rightarrow L', P \rightarrow P_0$$

根据以上结果知式(3)为状态观测器的方程，即 $\dot{\hat{x}} = A \hat{x} + Bu + L(y - C \hat{x})$ 为状态观测器方程，该方程式中无控制项存在。

2 受扰系统状态控制器的设计原理及方法

在最优控制中，若同时考虑测量噪声和输入噪声对系统的影响，受噪声扰动的系统方程的性能指标为^[6]：

$$J = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} E \left\{ \int_{-T}^T (x' Q x + u' R u) dt \right\} \tag{7}$$

式中 T 为时间参数, 可求得该系统的最优控制器方程为^[5]:

$$\frac{d\hat{x}}{dt} = [A - BK - LC]\hat{x} + Ly \quad (8)$$

式中 K 为无噪声干扰时的最优二次型调节器反馈增益矩阵。设噪声干扰下非线性混沌系统的方程为^[5]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + Fw \\ y = Cx + v \end{cases} \quad (9)$$

式中 $f(x) = (f_1, f_2, \dots, f_n)^T$ 为混沌系统的非线性项, 且 f_i 为连续函数。利用式(9)对受扰混沌系统进行控制的方法为: (1) 根据混沌系统的方程得到矩阵 A 和 C , 并根据测量噪声和输入噪声的性质, 获得 Q_0 和 R_0 的信息及矩阵 F 。(2) 按照上述设计状态观测器的方法选择矩阵 Q , R 和 B , 求取调节器的增益矩阵 K 。如何选取矩阵 B 决定了控制作用的大小、作用范围以及控制结果, 矩阵 B 中的元素选取要满足 $A - BK$ 的所有特征值小于 0 这个限制条件。在已知 Q_0 、 R_0 和 F 的情况下, 求解方程(9), 并据式(8)获得状态估计观测器的增益 L 。(3) 对混沌系统方程(9)加入反馈量 $\hat{u} = -K\hat{x}$ 进行反馈控制。

因此, 采用这种控制方法后总的系统方程为^[7]:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + f(x) + Fw - BK\hat{x} \\ y = Cx + v \\ \frac{d\hat{x}}{dt} = [A - Bk - LC]\hat{x} + Ly \end{cases} \quad (10)$$

3 Lorenz混沌系统的调制及仿真

混沌的Lorenz系统在噪声干扰下的方程可表示为^[8-10]:

$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = \sigma(x_2 - x_1) + w \\ \frac{dx_2}{dt} = \rho x_1 - x_2 - x_1 x_3 \\ \frac{dx_3}{dt} = x_1 x_2 - \beta x_3 \\ y = x_1 + x_2 + x_3 + v \end{cases} \quad (11)$$

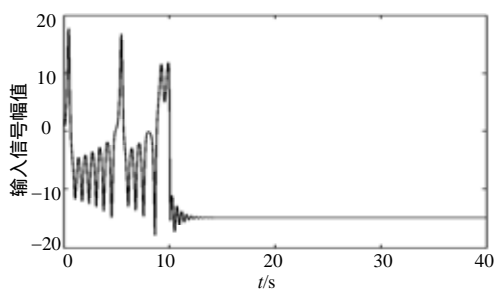
式中 $\sigma = 10$, $\rho = 28$, $\beta = 8/3$ 。按照以上设计出的状态观测器对系统进行控制, 可以将系统稳定到原系统新的平衡点或区域内。

选取 $A = [-10 \ 10 \ 0; 28 \ -10 \ 0; 00 \ -8/3]$, $B = [1; 0; 0]$, $Q = [100; 010; 001]$, $R = [1]$, 经过计算得到:

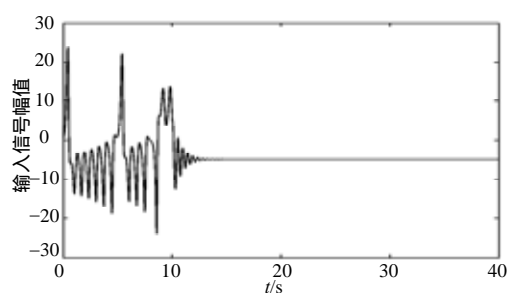
$$K = [23.711 \ 7; 18.490 \ 6; -0.000 \ 0], L = [10.883 \ 6; 17.530 \ 5; 0.000 \ 0]$$

系统运行 30 s 后施加控制作用, 输出信号仿真结果见图 2。

从图 2 可见, 当施加控制作用后, 系统在 5 s 左右稳定到新的平衡点 $(-14.969 \ 0; -4.929 \ 7; 27.670 \ 5)$ 。通过仿真得知, 增大信噪比可以将 Lorenz 系统稳定到其他新的平衡点或系统固有的区域内。



a 输出信号1的时间历程图



b 输出信号2的时间历程图

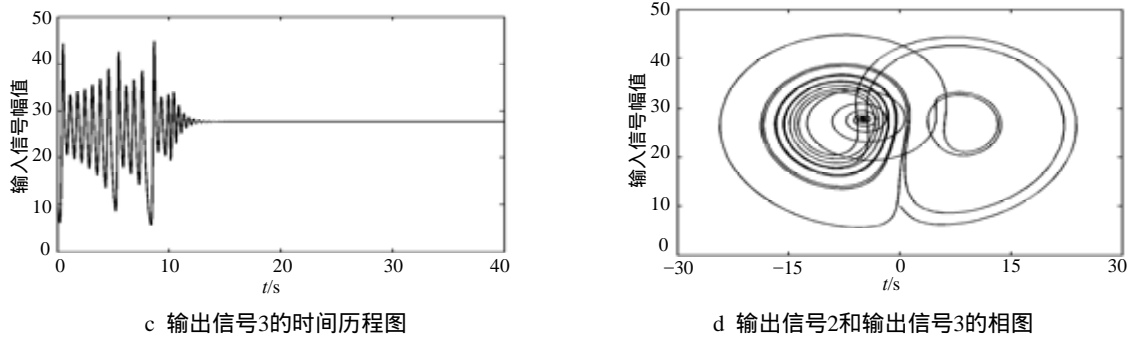


图2 输出信号仿真结果图

4 结 论

本文利用状态观测器的参数控制方法,实现了对噪声干扰下的混沌系统和Lorenz混沌系统的控制。通过灵活地选取控制参数,能够将受扰混沌系统稳定到系统固有的平衡点或区域内。理论研究和数值仿真表明,本文提出的方法在灵活有效地控制混沌的同时,还能够用较小的控制能量来保持较小的误差,在能量与误差两方面实现综合最优。因此,采用这种方法对噪声干扰下的混沌系统实施控制,可以合理地减少控制代价,在工程上具有潜在的应用价值。

参 考 文 献

- [1] 高金峰, 罗先觉, 马西奎, 等. 控制与同步连续时间混沌系统的非线性反馈方法[J]. 物理学报, 1999, 48(09): 1 618-1 626
- [2] 陆朝海, 陆君安. 统一混沌的控制[J]. 物理学报, 2003, 52(02): 281-284
- [3] 谭 文, 王耀南, 刘祖润, 等. 非线性系统混沌运动的神经网络控制[J]. 物理学报, 2002, 51(11): 2 463-2 466
- [4] 岳 东, Yoneyama J. 含不确定性混沌系统的模糊自适应同步[J]. 物理学报, 2003, 52(2): 292
- [5] 李国勇, 谢克明. 控制系统数字仿真与CAD[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003
- [6] 胡寿松. 自动控制原理(第三版)[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999
- [7] 李友善. 自动控制原理(下册)[M]. 北京: 国防工业出版社, 1990
- [8] Nitsche G, Dresslet U. Controlling chaotic dynamical systems using delay coordinates[J]. Physica, 1992, D(58): 153-159
- [9] Bemardo M D. Purely adaptive controller to synchronization and control chaotic system[J]. Physica, 1996, A(214): 7 139-7 145
- [10] Chen G, Lai D. Feedback anti-controller of discrete chaos[J]. Bifurcation and Chaos, 1998, 8(7):1 585-1 590

编 辑 熊思亮