第 34 卷　第 6 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.34　No.6
2005 年 12 月　　Journal　of　UEST　of　China　　Dec. 2005

双线性系统稳态模型的可辨识性分析

刘知贵[1]，尹　辉[2]，黄正良[3]

(1. 西南科技大学信息工程学院　四川 绵阳　621010；2. 绵阳师范学院物理系　四川 绵阳　6210003；
3. 西南交通大学信息科学与技术学院　成都　610031)

【摘要】双线性模型描述的工业过程的稳态优化控制的稳态模型的建立，是利用优化过程中设定点的阶跃信号作为辨识的输入信息，以获取其稳态模型的强一致性估计，该辨识方法是在$\boldsymbol{F}_i$为可逆的矩阵的假设下进行的，该文就$\boldsymbol{F}_i$是否可逆进行了研究，并给出了双线性模型描述的系统可辨识的充分条件。

关　键　词　双线性系统; 可辨识性; 充分条件

中图分类号　TP11　　　　文献标识码　A

Analysis of Identifiability for Steady-State Models of Bilinear Systems

LIU Zhi-gui[1]，YIN Hui[2]，HUANG Zheng-liang[3]

(1. School of Information Engineering, Southwest University of Science and Technology　Sichuan Mianyang　621010；
2. Department Physics, Mian Yang Teachers College　Sichuan Mianyang　621000；
3. School of Information Science and Technology, Southwest Jiao Tong University　Chengdu　610031)

Abstract　The foundation of Steady-State models for optimizing control of steady-state industrial processes which are described by bilinear models uses the step signals of steady-state as input identification signals in the course of optimizing control and obtain the strong consistency estimations of steady-state models. But only under the hypothesis of the $\boldsymbol{F}_i$ is reversible matrix, the identification technique is used. In the paper, the reversibility of $\boldsymbol{F}_i$ is studied and the sufficient conditions for system identifiability are given.

Key words　bilinear systems;　identifiability;　sufficient conditions

有相当广泛的一类工业过程可用双线性动态模型来描述[1]，而靠机理分析和简单实验数据得到的模型往往带有要估计的未知参数，要获得这些未知参数的一致性估计，并建立动态模型相当困难。但在电力、化工、石油和冶金等工业过程中，对生产起决定作用的是稳态工况。如何建立其稳态模型，为优化控制提供关键性前提条件，是一种稳态优化控制的主要方法[2]。文献[3]针对单输入–单输出的双线性的系统提出了一种获得稳态模型的辨识方法，其可辨识性问题已经解决。针对多变量系统，文献[4-5]提出了获取稳态模型的辨识方法，但可辨识条件没有给出。本文针对多变量系统稳态模型的辨识给出其可辨识充分条件。

1　问题的描述

考虑由如下输入–输出模型描述的双线性系统的稳态行为：

收稿日期：2003 – 10 – 30
基金项目：国家自然科学基金资助项目(69674003)
作者简介：刘知贵(1966 –)，男，在职博士生，教授，主要从事自动控制理论、计算机技术及应用方面的研究.

$$y = \boldsymbol{A}u + \sum_{i=1}^{m} u_i \boldsymbol{B}_i y \tag{1}$$

式中 $y \in R^n$，$u \in R^m$ 分别为系统的输出和输入；$\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}_i$ $(i = 1, 2, \cdots, m)$ 分别为 $n \times m$ 阶和 $n \times n$ 阶的未知矩阵。$\boldsymbol{A}$ 可按列写成分块矩阵 $\boldsymbol{A} = (\boldsymbol{A}_1, \boldsymbol{A}_2, \cdots, \boldsymbol{A}_m)$ 的形式。式(1)又可改写成：

$$y = \sum_{i=1}^{m} \boldsymbol{A}_i u_i + \sum_{i=1}^{m} u_i \boldsymbol{B}_i y \tag{2}$$

为确定 $\boldsymbol{A}_i$ 和 $\boldsymbol{B}_i$，将系统分解成 m 个单输入–多输出系统，输入信号 $u = (0, \cdots, 0, \sigma_i, 0, \cdots, 0)$，由式(2)可得：

$$y = \boldsymbol{A}_i \sigma_i + \sigma_i \boldsymbol{B}_i y \tag{3}$$

让 σ_i 变化，从 σ_{i0} 变到 σ_{in}，σ_{ij} 互不相同且不为零，对于 j 有：

$$y_{ij} = \boldsymbol{A}_i \sigma_{ij} + \sigma_{ij} \boldsymbol{B}_i y_{ij} \qquad j = 0, 1, \cdots, n \tag{4}$$

两边除以 σ_{ij}，从而有：

$$y_{ij} / \sigma_{ij} = \boldsymbol{A}_i + \boldsymbol{B}_i y_{ij} \tag{5}$$

$$y_{ij} / \sigma_{ij} - y_{i0} / \sigma_{i0} = \boldsymbol{B}_i (y_{ij} - y_{i0}) \qquad j = 1, 2, \cdots, n \tag{6}$$

记 $\boldsymbol{E}_i$ 和 $\boldsymbol{F}_i$ 分别如下：

$$\boldsymbol{E}_i = (y_{i1}/\sigma_{i1} - y_{i0}/\sigma_{i0}, y_{i2}/\sigma_{i2} - y_{i1}/\sigma_{i1}, \cdots, y_{in}/\sigma_{in} - y_{i0}/\sigma_{i0}) \tag{7}$$

$$\boldsymbol{F}_i = (y_{i1} - y_{i0}, y_{i2} - y_{i1}, \cdots, y_{in} - y_{i0}) \tag{8}$$

由式(6)可得到：

$$\boldsymbol{E}_i = \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{F}_i \tag{9}$$

如果 $\boldsymbol{F}_i$ 可逆，则有：

$$\boldsymbol{B}_i = \boldsymbol{E}_i \boldsymbol{F}_i^{-1} \tag{10}$$

由式(5)可得到：

$$\boldsymbol{A}_i = y_{ij} / \sigma_{ij} - \boldsymbol{B}_i y_{ij} \tag{11}$$

即利用阶跃辨识信号，可确定 $\boldsymbol{A}_i$ 和 $\boldsymbol{B}_i$，从而可得到整个稳态模型。由此可看出 $\boldsymbol{F}_i$ 可逆是系统可辨识的一个重要前提条件，下面来分析在什么条件下可保证 $\boldsymbol{F}_i$ 的可逆性。

2 可辨识性分析

先假定 $\boldsymbol{B}_i$ 有 n 个互不相同的特征根 $\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n$，对应的特征向量为 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n$，作矩阵 $\boldsymbol{P} = (\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_n)$，由线性代数常识可知 $\boldsymbol{P}$ 是可逆的，并且有：

$$\boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{P} = \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n) \tag{12}$$

在式(3)两边左乘 $\boldsymbol{P}^{-1}$，可得到：

$$\boldsymbol{P}^{-1} y = \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i \sigma_i + \sigma_i \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{B} y = \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i \sigma_i + \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{B} \boldsymbol{P} \boldsymbol{P}^{-1} y \sigma_i = \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i \sigma_i + \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n) \boldsymbol{P}^{-1} y \sigma_i \tag{13}$$

记 $\boldsymbol{W} = \boldsymbol{P}^{-1} y$，于是有：

$$\boldsymbol{W} = \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i \sigma_i + \mathrm{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \cdots, \lambda_n) \boldsymbol{W} \sigma_i \tag{14}$$

从而可得到：

$$\boldsymbol{W} = \mathrm{diag}\left(\frac{\sigma_i}{1 - \lambda_1 \sigma_i}, \frac{\sigma_i}{1 - \lambda_2 \sigma_i}, \cdots, \frac{\sigma_i}{1 - \lambda_n \sigma_i}\right) \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i \tag{15}$$

再假定 $\lambda_i \sigma_j \neq 1$，$i = 1, 2, \cdots, m$，$j = 0, 1, \cdots, n$。当 σ_i 从 σ_{i1} 变化到 σ_{in} 时，由式(15)可得到对应的 $\boldsymbol{W}_1, \boldsymbol{W}_2, \cdots, \boldsymbol{W}_n$。下面证明这 n 个向量线性无关。假若存在常数 $k_1, k_2, \cdots, k_n$ 值，得 $k_1 \boldsymbol{W}_1 + k_1 \boldsymbol{W}_1 + \cdots + k_n \boldsymbol{W}_n = 0$。即有：

$$\mathrm{diag}\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_1 \sigma_{ij}}, \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_2 \sigma_{ij}}, \cdots, \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_n \sigma_{ij}}\right) \boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i = 0 \tag{16}$$

进一步假定 $\boldsymbol{P}^{-1} \boldsymbol{A}_i$ 的每一个分量不为零，那么必有：

$$\mathrm{diag}\left(\sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_1 \sigma_{ij}}, \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_2 \sigma_{ij}}, \cdots, \sum_{j=1}^{n} \frac{k_j \sigma_{ij}}{1 - \lambda_n \sigma_{ij}}\right) = 0 \tag{17}$$

把 k_j 看成未知数，由式(17)描述的 n 阶齐次线性方程组的系数矩阵

$$\boldsymbol{D}=\begin{pmatrix} \dfrac{\sigma_{i1}}{1-\lambda_1\sigma_{i1}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_1\sigma_{in}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \dfrac{\sigma_{i1}}{1-\lambda_n\sigma_{i1}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_n\sigma_{in}} \end{pmatrix} \tag{18}$$

其行列式为：

$$|\mathrm{D}|=\frac{\sigma_{i1}}{\prod\limits_{j=1}^{n}(1-\lambda_j\sigma_{ij})}\begin{vmatrix} \prod\limits_{j\neq 1}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{i2}}{1-\lambda_1\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_1\sigma_{in}} \\ \prod\limits_{j\neq 2}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{i2}}{1-\lambda_2\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_2\sigma_{in}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \prod\limits_{j\neq n}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{i2}}{1-\lambda_n\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_n\sigma_{in}} \end{vmatrix} \tag{19}$$

记式(19)右边的行列式为 $\boldsymbol{P}$ 。如果把 σ_{i1} 看成是未知变量，那么 $\boldsymbol{P}$ 是 σ_{i1} 的函数，记为 $\boldsymbol{P}(\sigma_{i1})$ ，即有：

$$P(\sigma_{i1})=\begin{vmatrix} \prod\limits_{j\neq 1}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{i2}}{1-\lambda_1\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_1\sigma_{in}} \\ \prod\limits_{j\neq 2}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{i2}}{1-\lambda_2\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_2\sigma_{in}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \prod\limits_{j\neq n}(1-\lambda_j\sigma_{ij}) & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_n\sigma_{i2}} & \cdots & \dfrac{\sigma_{in}}{1-\lambda_n\sigma_{in}} \end{vmatrix} \tag{20}$$

虽然 $\boldsymbol{P}(\sigma_{i2})$ 的第1列与第2列成比例，所以必有 $\boldsymbol{P}(\sigma_{i2})=0$ ，同理有 $\boldsymbol{P}(\sigma_{ij})=0,\quad j=2,3,\cdots,n$ 。而 $\boldsymbol{P}(\sigma_{21})$ 是 σ_{i1} 的 n 次多项式，并且不恒为零，以及 $\boldsymbol{P}(0)=0$ 。于是 $\boldsymbol{P}(\sigma_{i1})$ 一定是有：

$$\boldsymbol{P}(\sigma_{i1})=\delta\sigma_{i1}(\sigma_{i1}-\sigma_{i2})(\sigma_{i1}-\sigma_{i3})\cdots(\sigma_{i1}-\sigma_{in}) \tag{21}$$

式中　$\delta\neq 0$ 为独立于 σ_{i1} 的常数。综上所述，必可知当 σ_{ij} 互不同时，有 $\boldsymbol{P}(\lambda_{i1})\neq 0$ ，从而 $|\boldsymbol{D}|\neq 0$ 。因此必有：$k_1=k_2=\cdots=k_n=0$ 。所以 $\boldsymbol{W}_1,\boldsymbol{W}_2,\cdots,\boldsymbol{W}_n$ 线性无关，由 $y=\boldsymbol{WP}$ ，可知 $y_{ij}\,(j=1,2,\cdots,n)$ 线性无关。由此可以判定 $y_{i1}-y_{i0},y_{i2}-y_{i1},\cdots,\ y_{in}-y_{i0}$ 线性无关。

从而证明了 $\boldsymbol{F}_i$ 是可逆的，由此就证明了当所有的 $\boldsymbol{B}_i$ 是有 n 个互不相同的特征根时，双线性系统的稳态模型是可辨识的。

3　结　论

本文仅研究了用稳态模型来描述的双线性系统的可辨识问题，如果系统是用动态模型来描述[5]，同理可证明 $\boldsymbol{F}_i$ 的可逆性，这为文献[4-5]提出的辨识方法的可靠性提供了理论依据。

参 考 文 献

[1] 华向明. 双线性系统建模与控制[M]. 上海: 华东化工学院出版社, 1990

[2] Bamberger W, Isermann R. Adaptive on-line steady-state optimization of slow dynamic processes[J]. Automatica, 1978, 14: 223-230

[3] 黄正良, 万百五, 韩崇昭. 双线性系统稳态模型估计及其强一致性分析[J]. 自动化学报, 1995, 21(5): 562-569

[4] 刘知贵, 黄正良, 蒲　洁, 等. 双线性工业过程稳态模型辨识新方法[J]. 电子科技大学学报, 2004, 33(1): 83-86

[5] 刘知贵, 黄正良. 动态双线性工业过程稳态模型的强一致估计[J]. 控制与决策, 2005, 20(1): 99-102

编 辑 漆 蓉