第 34 卷 第 6 期 电子科技大学学报 Vol.34 No.6
2005 年 12 月 Journal of UEST of China Dec. 2005

圆弧插补的半点最小偏差法

彭亚娜，黄大贵
(电子科技大学机械电子工程学院 成都 610054)

【摘要】在数控轮廓加工中，圆弧插补被广泛的运用。针对圆弧插补算法的精度与效率问题，对比最小偏差用于圆弧插补时，存在着插补算法程序复杂且执行速度不高的缺点，提出使用半点最小偏差法来实现圆弧的插补，并讨论了四象限圆弧插补的统一编程问题，该算法简单，插补精度高，明显地提高了插补的效率。

关 键 词 数控; 插补; 算法; 最小偏差法
中图分类号 TG54; TG53 文献标识码 A

An Efficient Min-Error Interpolation Algorithm for Circular

PENG Ya-na，HUANG Da-gui
(School of Electromechanical Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract The circular interpolation is widely used in NC manufacturing of curve contours. Because the Min-error interpolation method for the circular interpolation is complicate and low efficiency, the problem of precision and efficiency about circular interpolation algorithm are discussed in this paper. A revised interpolation algorithm based on Min-error interpolation method is proposed, and the problem of unified programming in four quadrants is discussed. The revised interpolation algorithm has the advantages of simplicity, good path precision and short running time.

Key words numeric control; interpolation; algorithm; min-error interpolation method

在微机数控(Numeric Control, NC)系统中，“ 插补 ” 实质上是根据零件轮廓的有限信息[1-2]，计算出刀具一系列的加工点，完成所谓的数据 “ 密化 ” 工作。一个插补算法的优劣由2个方面的因素来表现：(1) 插补的精度；(2) 插补的速度。精度高低决定最终产品的加工质量，速度的大小决定了产品生产的效率。

所谓的最小偏差法[3-4]，就是保证每走一步的偏差是最小的，即是在各种可能的进给方式中，通过偏差比较，选用最小的方式进给，因此其算法的精度高。但最小偏差在对圆弧进行插补时，每步都要先试算三个方向的偏差再比较绝对值进行选择，因而算法复杂，执行速度不高。本文将对圆弧插补实行改进的半点最小偏差法，其速度将大大提高。

1 半点最小偏差法原理

1.1 条件约定

首先约定条件：圆心在原点，半径为 R，可能的进给方向如图 1、2 所示。

(1) 仅在 X 方向进一步，可为 B 点或 C 点。仅在 Y 方向进一步，可为 B 点或 C 点。按其不同进给方向和不同的象限，原则是靠近圆心的即 B 点，另一方向则为 C 点；(2) 在 X 和 Y 方向都进一步，即 A 点；(3) 建

收稿日期：2003 –12 –22
作者简介：彭亚娜(1975 –)，女，硕生，主要从事自动控制方面的研究.

立辅助点，N_1 或 N_2 仅为 X 方向进半步且在 Y 方向进一步的点，或者为在 Y 方向进半步且在 X 方向进一步的点，按其不同进给方向和不同的象限，原则是靠近圆心的即 N_1 点，否则为 N_2 点。

1.2　原理

(1) 首先以第 II 象限的逆时针圆弧为例，第 i 步的插补点为 $M_i(X_i, Y_i)$，计算此点的加工误差为：

$$F_i = X_i^2 + Y_i^2 - R^2 \tag{1}$$

取 N_1 点做第 1 次的判断并简化：

$$F(N_1) = (X_i - 0.5)^2 + (Y_i - 1)^2 - R^2 = F_i - X_i - 2Y_i + 1 \tag{2}$$

若 $F(N_1)>0$ 时，则第 i+1 步偏差公式(B 点)：

$$F_{i+1} = (X_i - 1)^2 + Y_i^2 - R^2 = F_i - 2X_i + 1 \tag{3}$$

否则为 A 点或者 C 点。

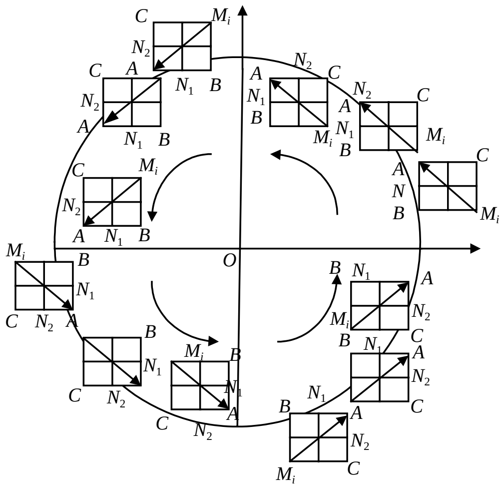

图 1　逆时针方向插补原理图

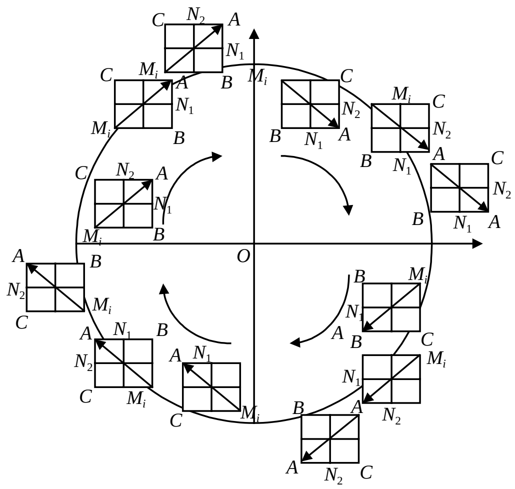

图 2　顺时针方向插补原理图

(2) 取 N_2 点做第 2 次的判断将其简化：

$$F(N_2) = (X_i - 1)^2 + (Y_i - 0.5)^2 - R^2 = F_i - 2X_i - Y_i + 1 \tag{4}$$

若 $F(N_2)>0$ 时，则第 i+1 步偏差公式(A 点)：

$$F_{i+1} = (X_i - 1)^2 + (Y_i - 1)^2 - R^2 = F_i - 2X_i - 2Y_i + 2 \tag{5}$$

否则为 C 点，则第 i+1 步偏差公式：

$$F_{i+1} = X_i^2 + (Y_i - 1)^2 - R^2 = F_i - 2Y_i + 1 \tag{6}$$

2　统一圆弧四象限插补公式

根据以上的插补原理描述，可总结得出顺圆和逆圆的各象限偏差计算公式以及其位置走向，计算公式如表 1 所示。表 1 中 $+X$ 、$+Y$ 、$-X$ 、$-Y$ 表示当下一点的偏差为相应 A、B、C 中任意一点时其实际加工的走向。由表 1 总结得出各偏差计算的统一公式：P 与 Q 是根据圆弧所处的象限和加工时顺逆方向来确定, 其值可以是 $+X_i$、 $+Y_i$、 $-X_i$、 $-Y_i$。

一次判据：

$$F(N_1) = F_i - 2P + Q + 1 \tag{7}$$

二次判据：

$$F(N_2) = F_i - P + 2Q + 1 \tag{8}$$

分别走向 A、B、C 点时下一点的偏差公式：

B 点时：

$$F_{i+1} = F_i - 2P + 1 \tag{9}$$

A 点时：

$$F_{i+1}=F_i-2P-2Q+2 \tag{10}$$

C 点时：

$$F_{i+1}=F_i-2Q+1 \tag{11}$$

表1 顺圆及逆圆的各象限偏差计算公式

方向	象限	辅助点 N_1	辅助点 N_2	$F_{i+1}(A)$	$F_{i+1}(B)$	$F_{i+1}(C)$
逆圆	Ⅰ	$F_i–2X_i+Y_i+1$	$F_I–X_i+2Y_i+1$	$F_I–2X_i+2Y_i+2$	$F_i–2X_i+1$	F_i+2Y_i+1
				$–X+Y$	$–X$	$+Y$
逆圆	Ⅱ	$F_i–X_i–2Y_i+1$	$F_i–2X_i–Y_i+1$	$F_i–2X_i–2Y_i+2$	$F_i–2Y_i+1$	$F_i–2X_i+1$
				$–X–Y$	$–Y$	$–X$
逆圆	Ⅲ	$F_i+2X_i–Y_i+1$	$F_i+X_i–2Y_i+1$	$F_i+2X_i–2Y_i+2$	F_i+2X_i+1	$F_i–2Y_i+1$
				$+X–Y$	$+X$	$–Y$
逆圆	Ⅳ	$F_i+X_i+2Y_i+1$	$F_i+2X_i+Y_i+1$	$F_i+2X_i+2Y_i+2$	F_i+2Y_i+1	F_i+2X_i+1
				$+X+Y$	$+Y$	$+X$
顺圆	Ⅰ	$F_i+X_i–2Y_i+1$	$F_i+2X_I–Y_i+1$	$F_i+2X_i–2Y_i+2$	$F_i–2Y_i+1$	F_i+2X_i+1
				$+X–Y$	$–Y$	$+X$
顺圆	Ⅱ	$F_i+2X_i+Y_i+1$	$F_i+X_i+2Y_i+1$	$F_i+2X_I+2Y_i+2$	F_i+2X_i+1	F_i+2Y_i+1
				$+X+Y$	$+X$	$+Y$
顺圆	Ⅲ	$F_i–X_i+2Y_i+1$	$F_i–2X_i+Y_i+1$	$F_i–2X_i+2Y_i+2$	F_i+2Y_i+1	$F_I–2X_i+1$
				$–X+Y–X+Y$	$+Y$	$–X$
顺圆	Ⅳ	$F_i–2X_i–Y_i+1$	$F_i–X_i–2Y_i+1$	$F_i–2X_i–2Y_i+2$	$F_i–2X_i+1$	$F_i–2Y_i+1$
				$+X+Y$	$+X$	$+Y$

3 自动的过象限处理

分别设置 X 与 Y 两轴的过象限标志位 PX 和 PY，所做的程序处理是记录前点值 $M_i(X_i，Y_i)$与后点值 $M_{i+1}(X_{i+1},Y_{i+1})$，分别判断，当每经过一次 X 轴或 Y 轴时，其前后点相应的 X 或相应的 Y 相乘必小于等于 0，此时则置相应的过象限标志位为 1。其程序中可作如下的操作：(1) 当 X_i 与 X_{i+1} 乘积小于等于 0，则 PX=1；(2) 当 Y_i 与 Y_{i+1} 乘积小于等于 0，则 PY=1。

4 圆弧插补终点的判断

4.1 判 据

对于终点判断，本文提出它的判别条件是：当前点与终点的距离差小于1的时候判断其到达终点。但要注意在整圆插补时，要先进行一步插步，再作判断，方能正确地运行程序。

4.2 终点判别的效率[5]

如果在每一点插补时都对终点做出判断，这样插补算法的效率是较低的。于是可以利用所定义的过象限标志位 PX 和 PY 来帮助简化运算，提高效率。具体做法是：当开始插补和对每一象限起点开始插补时，也即当开始插补以前和当 PX 或 PY 置 1 的时候，比较当前点是否与终点处于同一象限。如果是处于同一象限，才会进行终点判别，然后对终点象限标志进行置位。

5 半点最小偏差法在四象限圆弧插补中的应用

根据上述的半点最小偏差法原理，加之以上的总结得出的四个象限的统一偏差计算的公式和终点判别的优化，自动过象限处理的优化，由此构建了图3所示的圆弧插补的流程图。由流程图可以看出，在第一次

进行终点判别以前，已对其进行的一次插补，因此其流程对于整圆的插补同样正确。

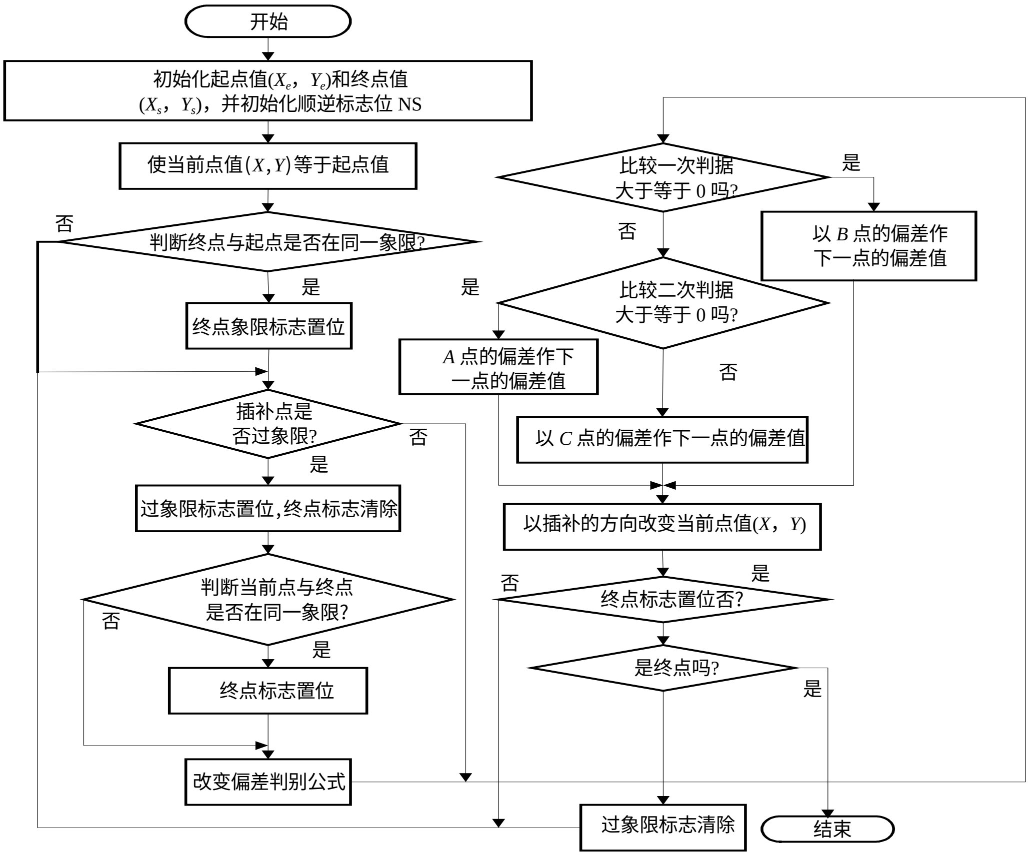

图 3　圆弧插补流程图

6　结 束 语

本文所描述的半点最小偏差法已在开放式数控系统中得到实现。此算法的特点：(1) 半点最小偏差法与以往的最小偏差法的进给方向相同，因而插补精度相当，无任何的算法误差，且其精度误差不超过 0.5 个脉冲当量，以往的算法需要进行三次偏差绝对值的比较，而半点最小偏差法每次插补只需进行低于两次的偏差判断，无需进行绝对值的比较，其算法较最小偏差法简单，插补速度提高了一倍以上；(2) 对四象限圆弧插补公式的统一以及自动过象限处理、终点的判断的优化，也大大提高了数据处理速度。椭圆插补属于二次曲线插补，利用逐点比较法或其它方法直接推导插补公式，这种方法算法复杂,编程也比较困难。希望通过与圆弧插补相似的方法来实现椭圆的插补，前面我们使用了半点最小偏差法来实现圆弧的插补，取得了良好的效果。也将椭圆映射成与之相关的圆弧形式，再推导其基于最小偏差的方法公式，较好地实现椭圆的插补。

参 考 文 献

[1] 王润孝，秦现生．机床数控原理与系统[M]．西安：西北工业大学出版社, 2000

[2] 王永章，杜君文，程国全．数控技术[M]．北京：高等教育出版社, 2001

[3] 贾宝贤．圆弧插补的中点判别法[J]．机械工艺师, 2001, (1): 14-15

[4] 朱巧荣，雷良育，施晓芳．数字积分法插补轨迹仿真软件开发[J]．机床与液压, 2001, (6): 106-108

[5] Han Guk-Chan, Dong-Il Kim, Hyo-Gyu Kim Nam, et al .High speed machining algorithm for CNC machine tools[J]. IECON Proceedings (Industrial Electronics Conference), 1999, 3: 1 493-1 497

编　辑　孙晓丹