·通信与信息工程·

连分式法全局预测单电台跳频码频率

张　森，肖先赐

(电子科技大学电子工程学院　成都　610054)

【摘要】在跳频电台跳频系统动力学方程未知的情形下，通过拓展多项式逼近到有理分式逼近理论，并借鉴混沌系统相空间重构思想，利用连分式法建立了跳频码频率非线性全局预测模型，用此模型重构跳频系统的动力学方程，实现对其频率特性分析，达到了预测目的。理论分析和仿真实验表明：连分式法能够有效预测一些跳频电台的频率，该方法预测精度高，并且能得到显式的预测表达式。

关　键　词　连分式;　重构;　全局预测;　跳频码

中图分类号　TN975　　　文献标识码　A

Global Prediction of the Frequency Hopping for a Radio Set Based on Continued Fractions

ZHANG Sen，XIAO Xian-ci

(School of Electronic Engineering, UEST of China　Chengdu　610054)

Abstract　After developing the polynomial approximation method to the rational-fraction approximation's in theory, a non-linear predictable global model for the system of a radio set is built based on the continued-fraction approximation and the phase-space reconfiguration while the dynamic model can't be known for the system of a radio set. We can analyze the characteristic and gain the prediction of frequency hopping by substituting the model for the equation of frequency hopping code. The results of theoretic analysis and computer simulation have proved this method is practically feasible. We can predict it accurately comparatively and get an explicit expression.

Key words　continued fraction;　reconfiguration;　global prediction;　frequency hopping code

跳频通信技术主要用于军事通信，如战术跳频电台，抗干扰通信等。跳频系统发射端的载频受伪随机码的控制，不断地改变。对于干扰信号，事先不知道跳频系统的载频变化规律，经接收机接收，不容易进入中频频带内，也就不能形成有效的干扰[1]。

连分式是一个古老的数学分支，随着科技的发展，其应用范围不断扩大。以连分式为工具的数值逼近方法已引起人们的关注[2]。然而，把连分式用于预测跳频电台频率，国内外还没有公开报道。本文在文献[3]研究连分式法重构混沌系统的基础上，研究构造连分式法预测跳频码频率。

1　预测原理

假设某一跳频电台系统，可以用一维映射 $x_{n+1}=f(x_n)$ 来描述其动力学特性。

对于实际问题往往不能事先确知函数 $f(x)$ 的表达式，只能得到部分观测点：$\{x_i \mid i=1,2,\cdots,N\}$。

由于跳频电台频率结构具有高度非线性，有些具有混沌特性[4-5]。于是本文借鉴混沌系统相空间重构的思想[6-7]，利用有限的观测数据构造一个高精度的连分式有理函数 $L(x)$，使之能很好地逼近跳频电台的动力学系统函数$f(x)$，从而达到预测目的。

引理　(Weierstrass定理)[2] 设 $f(x)$ 是区间$[a,b]$上的连续函数,则对于任意的正数ε,总存在多项式$S(x)$，使得：$|f(x)-S(x)|<\varepsilon,\ \forall x\in[a,b]$。

收稿日期：2005－04－20
项目基金：国防科研基金资助项目；四川省青年基金资助项目(2005B045)
作者简介：张　森(1972－)，男，博士生，副教授，主要从事通信与信息系统方面的研究.

定理1[3]：设 $f(x)$ 是区间 $[a,b]$ 上的连续函数，则对于任意的正数 ε，总存在有理分式函数 $R(x)=P(x)/Q(x)$，使得：$|f(x)-R(x)|<\varepsilon, \forall x\in[a,b]$。

定理1从理论上肯定了闭区间上的连续函数总可以用有理分式以任意的精度来逼近。由Bernstein法[2]证明Weierstrass定理的过程知道：如果精度要求高，则用来逼近的Bernstein多项式的次数一般也很高，这往往不是很实用。实际问题中可根据需要对有理分式截断处理使其满足一定的精度即可。

2 预测方法

本文的预测方法的主要步骤为：(1) 构造数据点列；(2) 构造连分式函数；(3) 实现对跳频电台频率预测。

2.1 构造数据点列

根据观测数据集 D_N：$\{x_i \mid i=1,2,\cdots,N\}$，构造一个二维数组：

$$\{(x_i,y_i)\mid y_i=x_{i+1};\quad i=1,2,\cdots,N-1\} \tag{1}$$

在式(1)中，把 x_i 按照从小到大排列，得到一新数组：

$$\{(x_i',y_i')\mid y_i'=x_{i+1}';\quad i=1,2,\cdots,N-1\} \tag{2}$$

再把区间 $[x_1',x_{N-1}']$ 平均分成K个子区间，每个子区间至多选取一个 x_i'，加上点 x_1' 与 $x_{N\text{-}1}'$，这样便得到新数组：

$$\{(x_i',y_i')\mid y_i'=x_{i+1}';\ i=1,2,\cdots\} \tag{3}$$

式(3)就是所要构造的数据点列，其作用是：

(1) 由一维观测数据构造二维数组，为了寻找x_i与y_i之间的函数关系；

(2) 由于 x_i' 严格递增，并且各个数字不会过于接近，避免构造连分式时出现分母趋于零的情形。

2.2 构造预测连分式函数方法

假设给定的数据集为：$\{(x_i,y_i)\mid i=1,2,3,\cdots,N,x_i\text{互异}\}$，重构函数：

$$y_i=L(x_i),\quad i=1,\ 2,\ 3\cdots,\ N$$

根据这N组数据点，利用反差商可以构造渐进连分式 $L(x)$，其构造阶数为N–1。

$$\begin{aligned}L(x)=d(x_1)+(x-x_1)/(d(x_1,x_2)+(x-x_2)/(d(x_1,x_2,x_3)+\cdots+\\(x-x_{N-1})/d(x_1,x_2,\cdots,x_N)))\end{aligned} \tag{4}$$

式中

$$d(x_i,x_j)=\frac{x_j-x_i}{y_j-y_i},i\neq j\quad i,j=1,2,3,\cdots,N \tag{5}$$

$$d(x_i,x_j,x_u)=\frac{x_u-x_j}{d(x_i,x_u)-d(x_i,x_j)},\quad u>j,\ u=2,3,\cdots,n \tag{6}$$

$$d(x_i,\cdots,x_u,x_k,x_l)=\frac{x_l-x_k}{d(x_i,\cdots,x_u,x_l)-d(x_i,\cdots,x_u,x_k)},\quad l>k>u \tag{7}$$

2.3 预测算法步骤

(1) 计算反差商的第i阶；

(2) 计算i阶渐进连分式 $L_i(x)$；

(3) 检验点 (x_{k+i+j},y_{k+i+j}) 是否在 $y=L_i(x), j=1,2,\cdots,N-k-i$，记：

$$h_i=\sum_{j=1}^{N-k-i}g_i(j)$$

式中

$$g_i(j)=\begin{cases}1 & \text{当点}(x_{k+i+j},y_{k+i+j})\text{在}y=L_i(x)\text{上}\\0 & \text{其他}\end{cases}$$

如果h_i≥(N–k–i)/2，则转步骤(5)，否则转步骤(4)；

(4) 若 $(x_{k+i+j_0}, y_{k+i+j_0})$ 是 (x_{k+i}, y_{k+i}) 之后第一个既不在 $y=L_{i-1}(x)$ 上、也不在 $y=L_i(x)$ 上的点，则调换点 $(x_{k+i+j_0}, y_{k+i+j_0})$ 与 (x_{k+i+1}, y_{k+i+1}) 的次序，转步骤(1)重新计算；

(5) 若 $h_i \geq (N-k-i)$，且 $L_i(x)$ 的最简有理分式是正则的，则 $L_i(x)$ 为所求的渐进连分式。

3　仿真实验

3.1　确定预测连分式的阶数

由于实测到的跳频码频率缺少先验知识，因此可用试探性法确定预测连分式的阶数，即逐渐增加连分式的阶数，只要达到一定的预测效率，并且其误差均方根小于某阈值(具体实验根据要求精度而定，例如0.01，0.05等)，就认为达到了预测效果。这主要是由于连分式阶数越高时，预测精度也相应提高。

3.2　实验1

某次实验实测采样得到140个跳频码频率(数据略)，先利用式 $x'(n)=x(n)/\max\limits_{n}\{x(n)\}$ 归一化。在前100个点中，分别构造出2，3，4，5，6阶渐进连分式函数$L(x)$，把后40个点作为预测集；图1是各阶连分式在预测后40个点时的对数误差均方根图，图2是预测效果图。

由图1中知，4，5，6阶连分式的对数误差均方根小于−2(即误差均方根小于0.01)，因此确定预测连分式的阶数为4，构造出的4阶渐进连分式函数$L(x)$为：

$$L(x)=4/63+(x-11/189)/(32/37+(x-43/189)/(37/45+(x-64/189)/(533\ 759\ 955\ 836\ 497\ 63/394\ 982\ 367\ 319\ 012\ 627+16/457\ 508\ 533\ 574\ 145\ 9x))) \tag{8}$$

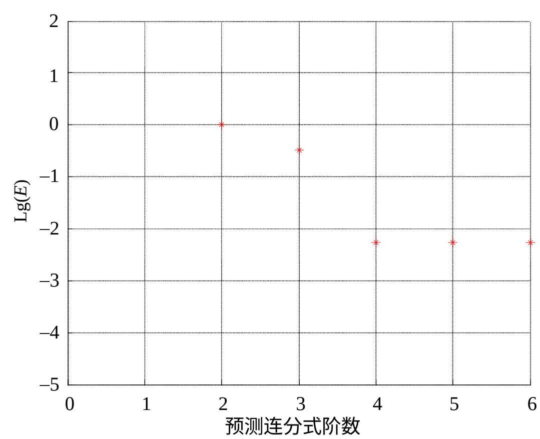

图1　预测阶数与对数误差均方根

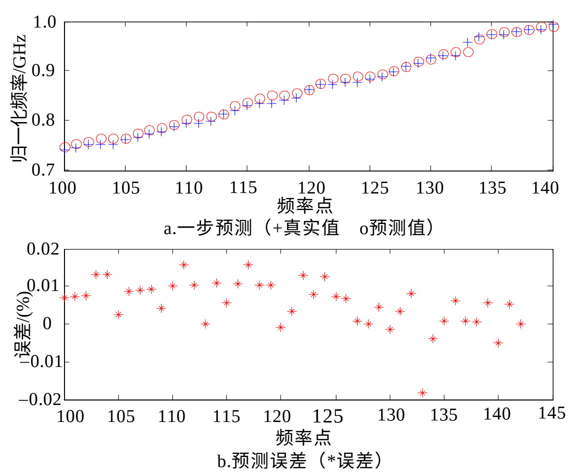

图2　预测效果图

实验结果分析：将真实值 $x(n)$ 介于预测区间 $[x_p(n)-1\%\,x_p(n), x_p(n)+1\%\,x_p(n)]$ 的预测当作有效预测，则有效预测达93.62%，均方根误差为0.004 1。

3.3　实验2

某次实验实测采样得到162个跳频码频率(数据略)。在前120个点中，分别构造出3，4，5，6，7，8，9阶渐进连分式函数$L(x)$，把后42个点作为预测集；图3是各阶连分式在预测后42点时的对数均方根误差图，图4是预测效果图。从图3中可以看出，8，9阶连分式的对数均方根误差对数小于−2(即均方根误差小于0.01)，因此确定预测连分式阶数为8，构造的8阶预测连分式函数$L(x)$如下：

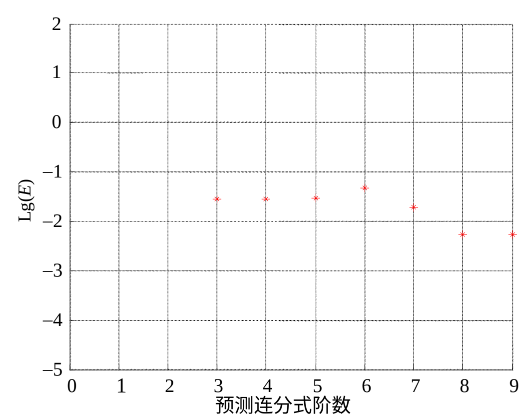

图3　预测阶数与对数误差均方根

$$L(x)=65\ 163/69\ 736+(x-65\ 085/69\ 736)/(741/1\ 492+(x-1\ 431/1\ 516)/(243\ 053\ 981\ 438\ 287\ 5/562\ 949\ 953\ 421\ 312+(x-660\ 89/697\ 36)/(-533\ 694\ 034\ 131\ 772\ 7/922\ 337\ 203\ 685\ 477\ 580\ 8+(x-666\ 55/697\ 36)/(636\ 966\ 081\ 095\ 322\ 1/180\ 143\ 985\ 094\ 819\ 84+(x-673\ 37/697\ 36)/(-249\ 537\ 953\ 371\ 897\ 5/115\ 292\ 150\ 460\ 684\ 697\ 6+(x-8\ 483/8\ 717)/(-279\ 169\ 299\ 974\ 122\ 9/562\ 949\ 953\ 421\ 312+(x-67\ 913/69\ 736)/(-147\ 138\ 180\ 980\ 282\ 699\ 927\ 574\ 611\ 198\ 638\ 786\ 09/839\ 671\ 428\ 173\ 272\ 659\ 543\ 247\ 714\ 090\ 011\ 852\ 8+900\ 719\ 925\ 474\ 099\ 2/501\ 295\ 539\ 254\ 037\ 9x))))))) \tag{9}$$

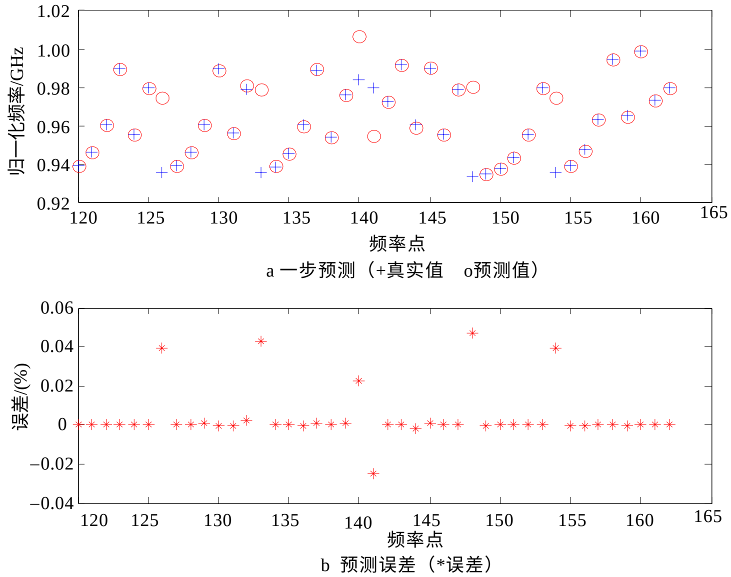

图4 预测效果

经过实验结果分析得到：有效预测达85.71%，预测误差均方根：0.005 4。

4 结 论

对跳频码频率有效预测一直是比较困难的，本文在研究连分式法重构混沌系统基础上，通过建立连分式非线性全局模型重构跳频系统的动力学方程，取得了较好的效果，并得到了如下有用的结论：

(1) 所需样本容量小，只需要小样本数据，并选取一部分观测数据点，基本能达到预测目的；

(2) 计算量小，直接利用部分观测数据，即可构造预测连分式，避免了复杂的数据运算和处理；

(3) 预测效果良好、预测精度高、预测误差较小；

(4) 一般地，构造预测连分式的阶数越高，预测精度越高；

(5) 该预测方法，能够给出未知的动力学方程的近似表达式，这优于其他许多方法。

对于多电台跳频频率的预测，达到较好预测效果将更加困难，涉及的方法也更加复杂。这是下一步要进行的主要工作。

参 考 文 献

[1] 曾兴雯,刘乃安,孙献璞.扩展频谱通信及其多址技术[M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2004: 21-25.
[2] 王仁宏,朱功勤.有理函数逼近及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 24-70.
[3] 张 森,肖先赐.混沌时间序列全局预测新方法——连分式法[J]. 物理学报, 2005, 54(11): 5 062-5 068.
[4] 郭双冰,肖先赐.几种跳频码的混沌动力学特性及预测分析[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 12: 29-32.
[5] 甘建超.混沌信号处理在雷达和通信对抗中的应用[D]. 成都: 电子科技大学, 2003: 131-139.
[6] Takens F. Detecting strange attractors in fluid turbulence[J]. Lecture Notes in Mathematics. Springer-Verlag, 1981, 898: 366-381.
[7] Sauer T, Yorke J A, Casdagli M. Embedology[J]. Dynamical Systems and Turbulence. J. Stat. Phys, 1991, 65: 579-610.

编 辑 徐安玉