

双机TDOA/DD无源定位方法

陆安南

(中国电子科技集团公司第三十六研究所 浙江 嘉兴 314001)

【摘要】利用辐射源信号到达两架飞机的时差(TDOA)与微分多普勒(DD)的组合TDOA/DD对该辐射源进行无源定位,给出了定位算法,推导了定位误差解析表达式。按等时差与等微分多普勒曲线表达式绘制了双机TDOA/DD定位的双曲线与微分多普勒曲线。用定位误差解析表达式,对TDOA/DD定位与测向定位的误差进行了分析和对比,显示了TDOA/DD定位方法的优良性能。

关键词 无源定位; 到达时差; 微分多普勒; 到达频差; 定位误差
中图分类号 TN971 文献标识码 A

Two Aircraft TDOA/DD Passive Localization

LU An-nan

(No.36 Research Institute of China Electronic Technical Corporation Zhejiang Jiaxing 314001)

Abstract A stationary electronic emitter can be located by two aircraft from Time Difference Of Arrival (TDOA) and Differential Doppler(DD) measurements. The algorithm and error analytic expression of localization are given. Several curves of constant TDOA and DD are shown. The comparison of localization based on TDOA and DD is presented. The result indicates the previous approach performance is better.

Key words passive localization; time difference of arrival; differential doppler; frequency difference of arrival; error of localization

对辐射源定位有多种方法,比较常用的方法有测向定位(三角定位)、到达时差(Time Difference of Arrival, TDOA)定位(双曲线定位)、到达频差(Frequency Difference of Arrival, FDOA)定位等,这些方法各有优、缺点。例如测向定位不仅需要专用的测向设备,而且其定位误差不仅与测向误差有关,还与定位基线长度有很大的关系,当使用单机进行测向定位时,要求信号持续时间较长。再如时差定位法至少需要三个接收站,设备量大。为了克服上述定位方法的缺点,人们提出了一些新的定位方法,并加强了对传统定位信息组合应用的研究。出现了各种新的定位方法,如测向与测距(基于相位变化率PRC)定位法和TDOA/DD定位法^[1]。当辐射源发出窄带信号时,TDOA/DD定位法即为TDOA/FDOA定位法,文献[2]研究了双星TDOA/FDOA定位方法在干扰源定位中的应用。TDOA/DD定位法适用于辐射源与两个接收站存在相对运动的场合,使用这种方法的定位系统与时差定位系统相比设备量少,与测向定位系统相比定位精度高。虽然这种定位方法依赖飞机的运动,但与单机测向定位不同的是其定位速度快,属于即时定位法,该方法有很好的应用前景。

1 双机TDOA和DD定位模型

建立如图1所示的坐标系,设两架飞机的距离为 $2d$,在 A_1 和 A_2 的速度矢量分别为 v_1 和 v_2 ,辐射源在 S 。

记 $v_i = \|v_i\|$, $r_i = A_i S$ 那么辐射源 S 到飞机 A_i 的距离为 $r_i = \|r_i\|$, $i = 1, 2$, 令 $\tau_i = r_i/c$, $i = 1, 2$ 。定义TDOA为 $\tau \triangleq (r_2 - r_1)/c$, 其中 $c = 3 \times 10^8$ m/s。即:

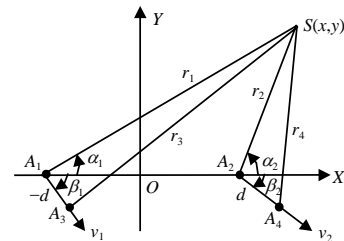


图1 定位坐标系

收稿日期: 2003-10-27

作者简介: 陆安南(1959-), 男, 硕士, 研究员, 主要从事无线电探测与定位方面的研究。

$$\tau = \left(\sqrt{(x-d)^2 + y^2} - \sqrt{(x+d)^2 + y^2} \right) / c \quad (1)$$

而DD为：

$$\xi = \frac{d\tau}{dt} = \left[v_1(\cos\beta_1 \frac{x+d}{r_1} + \sin\beta_1 \frac{y}{r_1}) - v_2(\cos\beta_2 \frac{x-d}{r_2} + \sin\beta_2 \frac{y}{r_2}) \right] / c \quad (2)$$

式中 α_i, β_i 沿逆时针方向为正。如果测量了 τ 和 ξ 的值，并且飞机的位置和速度矢量已知，通过求解由式(1)和式(2)构成的方程组就可以得到辐射源的位置 (x, y) 。式(1)和式(2)可以记为：

$$\tau = h_1(x, y, p_1), \quad \xi = h_2(x, y, p_1, p_2, p_3, p_4, p_5) \quad (3)$$

式中 $p_1 = d$; $p_2 = v_1 \cos\beta_1$; $p_3 = v_1 \sin\beta_1$; $p_4 = v_2 \cos\beta_2$; $p_5 = v_2 \sin\beta_2$ 。

图2a是取 $v_1 = v_2 = v$, $\beta_1 = \beta_2 = 0^\circ$, $d = 1$ 时, 对 $\tau \cdot c$ 分别取 0.8, 0.6, ..., 0, ..., -0.8 和 $\xi c/v$ 分别取 0.1, ..., 0.19 等(图中的 $i = \xi$) 多个值绘制的图形, 对应于图2b是取 $v_1 = 320$ m/s, $\beta_1 = 0^\circ$, $v_2 = 280$ m/s, $\beta_2 = -5^\circ$, $d = 15$ km, $r_1 = 95$ km, $r_2 = 90$ km 时绘制的图形。从图2b中可以看出, 封闭曲线的形状与两架飞机的速度矢量及航向密切相关。

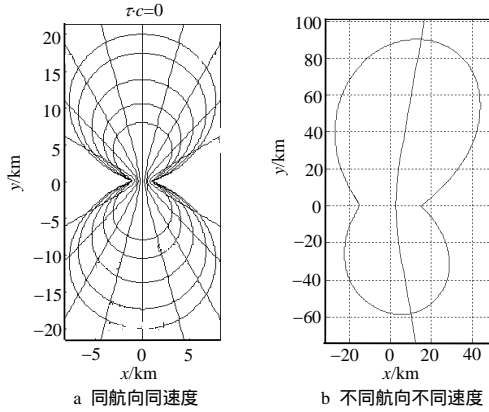


图2 双曲线与微分多普勒曲线

2 TDOA、DD的估计和定位计算方法

设辐射源发出的信号为 $s(t)$, 文献[3]表明两架飞机在 A_1 和 A_2 处接收到的信号可以分别表示为: $s_1(t) = a_1 s[(1 - \xi_1)t - \tau_1]$

和 $s_2(t) = a_2 s[(1 - \xi_2)t - \tau_2]$, 其中 a_i 是衰减因子, $\tau_i = \tau_i / c$, $\xi_i = \frac{d\tau_i}{dt} = \frac{v_i}{c} \cos(\alpha_i - \beta_i)$, $i = 1, 2$ 。计算

$\Psi(\theta, D) = \frac{1}{T} \int_0^T s_1(t) \times s_2[(1 + \theta)t + D] dt$, 在短的积分时间 T 内 τ_i 和 ξ_i 可视为常数, 文献[4]证明了 $\Psi(\theta, D)$ 在统计意义下的最大值出现在 $\theta = \xi_2 - \xi_1 = \xi$ 以及 $D = \tau_2 - \tau_1 = \tau$ 处。因此, $(\xi, \tau) = \arg \max_{\theta, D} E\{\Psi(\theta, D)\}$ 即为所求。

定位计算的一种方法是式(1)和式(2)组成的二元方程组转化为一元高次方程, 然后用公式法或数值求解的方法得到一元方程的解集, 最后由这个解集得到满足方程组的解 (x, y) 。

定位计算的另一种方法是区域搜索的方法。首先选定包含辐射源位置纵坐标的范围 $[y_1, y_2]$ 、搜索步长 Δy 和误差门限 $\varepsilon > 0$, 取 $y = y_1$, 按式(1)中的双曲线方程求出对应于 y 的 x 值, 然后检验 (x, y) 在允许误差 ε 下是否满足方程式(2), 当 y 按搜索步长 Δy 取遍 $[y_1, y_2]$ 后, 那么所有满足方程式(2)的 (x, y) 即为所求, 适当调整 Δy 和 ε 的值可以正确求解辐射源的位置坐标 (x, y) 。这种定位方法比较适合在计算机上使用。

3 定位误差分析

TDOA/DD定位法的误差与辐射信号的参数(如带宽、信噪比等)、相关积分时间、目标与飞机之间的位置关系、飞机的位置、速度误差等有关, 其中有的参数影响TDOA的测量准确性, 有的参数影响DD的测量准确性, 还有的涉及定位几何是否有利。文献[5]对TDOA与地面交线的误差和FDOA与地面交线的误差进行了分析, 本文考虑TDOA和DD联合定位的误差问题, 以得到可用于定位误差评估的表达式。

对式(3)求全微分, 得到:

$$\Delta\tau = \mathbf{g}_1 \cdot (\Delta\mathbf{u})^T + \partial h_1 / \partial p_1 \cdot \Delta p_1 \quad \Delta\xi = \mathbf{g}_2 \cdot (\Delta\mathbf{u})^T + \sum_{i=1}^5 \partial h_2 / \partial p_i \cdot \Delta p_i \quad (4)$$

式中 $\mathbf{g}_1 = \nabla h_1$; $\mathbf{g}_2 = \nabla h_2$; $\Delta\mathbf{u} = (\Delta x, \Delta y)$ 。式(4)可以写为:

$$\mathbf{g}_1 \cdot (\Delta\mathbf{u})^T = \Delta\tau - \partial h_1 / \partial p_1 \cdot \Delta p_1 \quad \mathbf{g}_2 \cdot (\Delta\mathbf{u})^T = \Delta\xi - \sum_{i=1}^5 \partial h_2 / \partial p_i \cdot \Delta p_i \quad (5)$$

式中 若 n_1 是 Δu 在 g_1 上的分量, n_2 是 Δu 在 g_2 上的分量,那么有:

$$n_1 = (\Delta\tau - \partial h_1 / \partial p_1 \cdot \Delta p_1) \cdot \frac{g_1}{\|g_1\|^2} \triangleq n_1 \cdot \frac{g_1}{\|g_1\|^2}, \quad n_2 = \left(\Delta\xi - \sum_{i=1}^5 \partial h_2 / \partial p_i \cdot \Delta p_i \right) \cdot \frac{g_2}{\|g_2\|^2} \triangleq n_2 \cdot \frac{g_2}{\|g_2\|^2} \quad (6)$$

定位误差如图3所示,由图3可知对定位误差 ΔR ,有:

$$\Delta R^2 = S\tilde{S}^2 = (\|n_1\|^2 + \|n_2\|^2 - 2\|n_1\| \cdot \|n_2\| \cos\varpi) / \sin^2\varpi \quad (7)$$

式中 若测量误差互不相关,均值为0,方差分别为 $E\{(\Delta\tau)^2\} = \sigma_\tau^2$, $E\{(\Delta\xi)^2\} = \sigma_\xi^2$, $E\{(\Delta p_i)^2\} = \sigma_{p_i}^2$,均方距离误差为:

$$\sigma_R^2 = \frac{\|g_2\|^2 \sigma_{n_1}^2 + \|g_1\|^2 \sigma_{n_2}^2 - 2(\partial h_1 / \partial p_1 \cdot \partial h_2 / \partial p_1) \cdot \sigma_{p_1}^2 \cdot (g_1 \cdot g_2)}{\|g_1\|^2 \|g_2\|^2 - (g_1 \cdot g_2)^2} \quad (8)$$

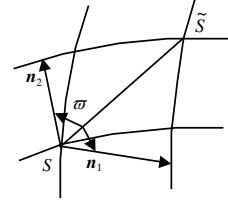


图3 定位误差示意

式中 $\sigma_{n_1}^2 = \sigma_\tau^2 + (\partial h_1 / \partial p_1)^2 \cdot \sigma_{p_1}^2$; $\sigma_{n_2}^2 = \sigma_\xi^2 + \sum_{i=1}^5 (\partial h_2 / \partial p_i)^2 \cdot \sigma_{p_i}^2$ 。若 $v_1 = v_2 = v$, $\beta_1 = \beta_2 = 0^\circ$,并且只考虑 $\Delta\tau$ 和 $\Delta\xi$ 不为零的情况,则有:

$$g_1 = \frac{1}{c} \cdot \left(\frac{x-d}{r_2} - \frac{x+d}{r_1}, \frac{y}{r_2} - \frac{y}{r_1} \right), \quad n_1 = \Delta\tau \cdot \frac{g_1}{\|g_1\|^2}$$

$$g_2 = \frac{v}{c} \left(\frac{y^2}{r_1^3} - \frac{y^2}{r_2^3}, -\frac{(x+d) \cdot y}{r_1^3} + \frac{(x-d) \cdot y}{r_2^3} \right), \quad n_2 = \Delta\xi \frac{g_2}{\|g_2\|^2}$$

$$\Delta R^2 = \left[(\Delta\tau)^2 \|g_2\|^2 + (\Delta\xi)^2 \|g_1\|^2 - 2\Delta\tau \cdot \Delta\xi \cdot (g_1 \cdot g_2) \right] / \left[\|g_1\|^2 \|g_2\|^2 - (g_1 \cdot g_2)^2 \right] \quad (9)$$

式中 若 $\Delta\tau$ 和 $\Delta\xi$ 不相关,则:

$$\sigma_R^2 = \left(\|g_2\|^2 \sigma_\tau^2 + \|g_1\|^2 \sigma_\xi^2 \right) / \left[\|g_1\|^2 \|g_2\|^2 - (g_1 \cdot g_2)^2 \right] \quad (10)$$

图4为用于评估式(9)精度的一个例子。在图4a中,外面的一条封闭曲线和右边的一条双曲线是取 $v_1 = v_2 = 300$ m/s, $\beta_1 = \beta_2 = 0^\circ$, $d = 15$ km, $r_1 = 95$ km, $r_2 = 90$ km时绘制的图形。图中另一条封闭曲线和双曲线是存在测量误差 $\Delta\xi = 10^{-8}$ 和 $\Delta\tau = 1$ μ s时绘制的图形。图4b是图4a中定位点附近放大显示的图形,正确位置的坐标是(15, 90),存在TDOA、DD测量误差时定位计算的坐标为(13.7, 87.6),因此定位误差约为2.7 km。用式(9)计算得到的定位误差约为2.8 km,其中 $g_1 = (-1.05 \times 10^{-6}, 1.71 \times 10^{-7})^T$, $g_2 = (-1.62 \times 10^{-9}, -3.16 \times 10^{-9})^T$,该例子表明用式(9)进行定位误差估计的精度较高。

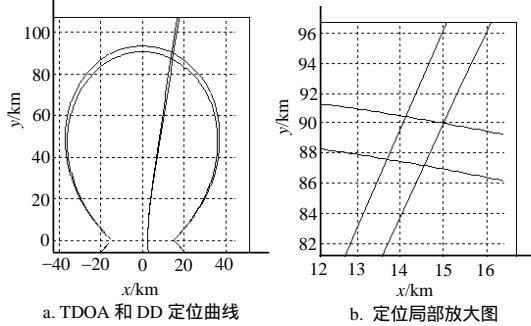


图4 定位误差及局部放大

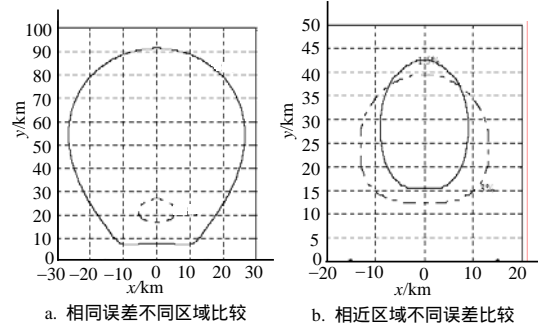


图5 TDOA/DD与测向定位误差比较

4 TDOA/DD定位与测向定位误差的比较

先做一个简单对比,本文仍然取 $v_1 = v_2 = 300$ m/s, $\beta_1 = \beta_2 = 0^\circ$, $d = 15$ km, $r_1 = 95$ km, $r_2 = 90$ km, $\sigma_\xi = 10^{-8}$, $\sigma_\tau = 1$ μ s,按式(10)计算,得到 $\sigma_R = 3.1$ km。如果两架飞机在同样的位置上进行测向定位,并

假定测向误差独立,测向均方根误差 σ_{DF} 相等,那么用 $\sigma_R = \sigma_{DF} \cdot \sqrt{r_1^2 + r_2^2} / \sin \gamma$ (其中 γ 是辐射源到两架飞机的夹角)计算出当 $\sigma_{DF}=1^\circ$ 时^[6],测向定位均方根误差 $\sigma_R = 7.2 \text{ km}$,超过TDOA/DD定位误差的2倍,当 $\sigma_{DF}=0.5^\circ$ 时,测向定位均方根误差 $\sigma_R = 3.6 \text{ km}$,略大于TDOA/DD定位误差。

图5显示了对两种定位方法更一般的比较的结果。图中实线和点划线包围的分别是TDOA/DD定位和测向定位的50%圆概率误差半径与辐射源到经过双机的直线距离之比小于指定值的区域。相应的参数为 $v_1 = v_2 = 300 \text{ m/s}$, $\beta_1 = \beta_2 = 0^\circ$, $d = 15 \text{ km}$, $\sigma_\xi = 10^{-8}$, $\sigma_\tau = 1 \mu\text{s}$, $\sigma_{DF} = 1^\circ$ 。

图5a是相同误差不同区域比较的结果,从图中看出,在上述条件下TDOA/DD定位相对误差小于指定值的区域远大于测向定位的相应区域;图5b是相近区域不同误差比较的结果,从图中可看出,在设定的条件下TDOA/DD定位相对误差小于1.5%的区域接近于测向定位相对误差小于3%的区域,这相当于 $\sigma_{DF}=0.5^\circ$ 时两者的定位相对误差小于指定值1.5%的区域接近,而实践表明机载测向误差小于 0.5° 是一个较高的指标。

下面对 $\sigma_\xi = 10^{-8}$, $\sigma_\tau = 1 \mu\text{s}$ 的条件(不考虑飞机位置与飞行方面引起的测量误差)做一个简单分析。假设信号 $s(t)$ 为窄带信号,那么测量FDOA的均方根误差 $\sigma_{DFO} = f \times \sigma_\xi$,其中 f 为该信号的载波频率。如果 $f=100 \text{ MHz}$, $\sigma_\xi = 10^{-8}$,那么 $\sigma_{DFO} = 1 \text{ Hz}$ 。若两架飞机接收到信号的信噪比 SNR_1 和 SNR_2 均为 10 dB ,信号带宽 $B_s=10 \text{ kHz}$,接收机带宽 $B=25 \text{ kHz}$,积分时间 $T=12 \text{ ms}$,按文献[7]计算出 $\sigma_\tau = 1 \mu\text{s}$, $\sigma_{DFO} = 0.9 \text{ Hz}$ 。这表明测量信号TDOA和DD的均方根误差分别小于 $1 \mu\text{s}$ 和 10^{-8} 较易达到。

从以上两种定位方法的相对误差小于指定值的区域的对比和有关测量误差 σ_ξ 、 σ_τ 、 σ_{DF} 的分析和说明,可以看出在高精度定位方面,TDOA/DD定位比测向定位更有优势。

5 结束语

本文对双机TDOA/DD无源定位方法的数学表达及其定位误差进行了分析,给出了有关的解析表达式,并通过实例对定位误差公式估计的误差与作图算出的误差进行了比较,说明了定位误差公式的估计精度较高。在对TDOA/DD定位与测向定位的误差分析和比较中,提供了两种定位方法在给定的条件下,定位相对误差小于指定值的各自区域,并说明了达到有关测量误差 σ_ξ 、 σ_τ 的条件。对比结果显示了在高精度定位方面,采用双机TDOA/DD定位是一种较好的选择。

参 考 文 献

- [1] Bader T R. Wideband signal processing for emitter location[J]. SPIE Advances in Optical information Processing, 1990, 1296: 179-188
- [2] Haworth D P, Smith N G, Bardelli R, et al. Interference localization for EUTELSAT satellites-the first European transmitter location system[J]. International Journal of Satellite Communications, 1997, 15: 155-183
- [3] Adams W B, Kuhn J P, Whyland W P. Correlator compensation requirements for passive time-delay estimation with moving source or receivers[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1980, 28(2): 158-168
- [4] Betz J W. Comparison of the deskewed short-time correlator and the maximum likelihood correlator[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing, 1984, 32(2): 285-294
- [5] Chestnut P C. Emitter location accuracy using TDOA and differential doppler[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1982, 18(2): 214-218
- [6] 陆安南, 周启公. 无源定位系统定位精度及统计处理[J]. 通信对抗, 1997, 57: 1-7
- [7] Stein S. Algorithms for ambiguity function processing[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(3): 588-599

编辑 刘文珍