第 35 卷　第 1 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.35　No.1
2006 年 2 月　　Journal　of　UEST　of　China　　Feb. 2006

·自动化技术·

未知相对度系统的一阶D型迭代学习控制

宋召青，赵国荣，卢建华

(海军航空工程学院自动控制系　山东 烟台　264001)

【摘要】针对未知相对度系统，提出了一种一阶D型迭代学习控制律的设计方法。通过对具有未知相对度的被控系统串连和并联一个一阶子系统，可构造一个相对度为1的虚拟系统。该虚拟系统在一阶D型迭代学习控制律的作用下，能够完全跟踪期望轨迹。从而实现被控系统在一定误差范围内给定轨迹的渐近跟踪，D型迭代学习控制律的增益不依赖于被控系统的参数。仿真实例验证了方法的可行性与有效性。

关　键　词　迭代学习控制;　D型;　相对度;　虚拟系统;　完全跟踪

中图分类号　TP273+.22　　　文献标识码　A

First-Order D-Type Iterative Learning Control for Systems with Unknown Relative Degree

SONG Zhao-qing，ZHAO Guo-rong，LU Jian-hua

(Department of Automatic Control, Naval Aeronautical Engineering Academy　Shangdong Yantai　264001)

Abstract　First, this paper provides a formal description of business behavior. Based on the description, the paper provides the business process description method based on ECA rules in detail. As the result, the paper discusses the relationships among the activities of one business behavior and the relationships among the different business behaviors. The result shows that the method can make the description of the business process more clearly and correctly, at the same time, it can enhance the capability of adapting the changes.

Key words　iterative learning control;　D-type;　relative degree;　dummy system;　perfect tracking

迭代学习控制是指在重复运动过程中，任何不依赖于系统参数模型而能改善被控对象品质的控制策略。迭代学习控制是人工智能与自动控制相结合的新的学习控制技术，迭代学习控制具有拟人的学习过程与特性，类似于人的“循序渐进”的学习规律、“边学边干”的学习方法，可用于不确知、不确定对象、非线性复杂系统的智能控制[1]。

1　D型迭代学习律

考虑一单输入单输出线性定常连续(Single Input Single Ouput Linear Time-Invariant，SISO LTI)系统：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t) + \boldsymbol{b}u(t) \\ y(t) = \boldsymbol{c}\boldsymbol{x}(t) \end{cases} \tag{1}$$

式中　$\boldsymbol{x}(t) \in R^n$， $u(t) \in R$， $y(t) \in R$， 分别为系统的状态、输入变量与输出变量。

定义 1　相对度[1]：如果SISO LTI系统(1)的Markov参数满足：

$$\begin{cases} h_i = \boldsymbol{c}\boldsymbol{A}^{i-1}\boldsymbol{b} = 0 \\ h_r = \boldsymbol{c}\boldsymbol{A}^{r-1}\boldsymbol{b} \neq 0 \end{cases} \qquad 1 \leq i \leq r-1 \tag{2}$$

则称该系统的相对度为 r ($1 \leq r \leq n$)。

定义 2　相对度增益：如果SISO LTI系统(1)的相对度为r，则称该系统的Markov参数 $h_r = \boldsymbol{c}\boldsymbol{A}^{r-1}\boldsymbol{b}$ 为该系统的相对度增益。

收稿日期：2003 – 11 – 10
基金项目：国家重点基础研究发展计划项目(973计划)(G2002cb312205-4)；国家自然科学基金资助项目(90205012)
作者简介：宋召青(1969 –)，男，博士生，副教授，主要从事系统辨识，智能控制理论，迭代学习控制方面的研究.

对于相对度为 r 的系统，需要利用输出误差的 r 阶导数构造D型学习律：

$$u_{k+1}(t)=u_k(t)+\Gamma e^{(r)}{}_k(t) \tag{3}$$

式中　$t\in[0,T]$ 为固定的时间间隔；k为迭代次数；$u_k(t)$ 为第k次迭代时的控制量；输出误差 $e_k(t)=y_d(t)-y_k(t)$，$y_d(t)\,(t\in[0,T])$为给定的可达期望轨迹；$y_k(t)\,(t\in[0,T])$为第k次迭代时的输出；Γ 为定常增益，Γ 需满足条件 $\left|1\text{-}\,\Gamma\boldsymbol{cA}^{r-1}\boldsymbol{b}\right|<1$。

对于具有高阶相对度的被控系统，需要采用高阶微分迭代学习律，为保证学习律的收敛性，不仅要知道该系统的相对度，还要知道相对度增益的符号与界[2-4]。高阶微分运算会放大输出端的噪声信号，在实际中难以实现。当描述系统的数学模型存在着不确定性，特别是当存在无结构不确定性时，不能准确知道其相对度以及相对度增益的符号与界。文献[5-8]通过引入扩展相对度的概念，针对具有任意相对度的系统，设计P型学习律。但由于数学模型的不确定性，很难计算扩展相对度及有关的参数。因此，D型迭代学习控制，特别是对具有高阶相对度的被控系统采用低阶微分学习律，仍是一个尚未解决的问题，是迭代学习控制的一个重要研究方向。本文针对未建模、未知相对度的被控系统，通过串、并联一个一阶子系统，构造一个相对度为1的虚拟系统。

2　虚拟系统的构造方法

对于未建模、未知相对度的系统(1)，虚拟系统的构造如图1所示。

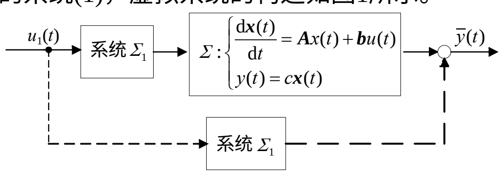

图1　虚拟系统的构造方法

图中，串联的子系统 Σ_1 为：$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_1(t)}{\mathrm{d}x}=-\alpha\,x_1(t)+u(t)\\ y_1(t)=\alpha\,x_1(t)\end{cases}$，$\alpha>>1$为期望的参数。并联的子系统 Σ_2 为：$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}x_2(t)}{\mathrm{d}x}=-\beta\,x_2(t)+u(t)\\ y_2(t)=x_2(t)\end{cases}$，$\beta>>1$为期望的参数。则虚拟系统的状态方程$\Sigma$为：$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t}=\bar{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{x}}(t)+\bar{\boldsymbol{b}}u_1(t)\\ \bar{y}(t)=\bar{\boldsymbol{c}}\;\bar{\boldsymbol{x}}(t)\end{cases}$，

其中，$\bar{\boldsymbol{A}}=\begin{bmatrix}-\alpha & c & 0\\ 0 & \boldsymbol{A} & 0\\ 0 & 0 & -\beta\end{bmatrix}$，$\bar{\boldsymbol{b}}=\begin{bmatrix}0\\ \boldsymbol{b}\\ 1\end{bmatrix}$，$\bar{\boldsymbol{c}}=\begin{bmatrix}\alpha & 0 & 1\end{bmatrix}$。则有 $\bar{\boldsymbol{c}}\bar{\boldsymbol{b}}=1$，因此系统的相对度 $r=1$，相对度增益 $h_1=1$。

3　一阶D型迭代学习律

考虑具有重复运行性质的系统(1)，应用一阶D型迭代学习律：

$$u_{k+1}(t)=u_k(t)+P\dot{e}_k(t) \tag{4}$$

式中　$\dot{e}_k(t)=\dfrac{\mathrm{d}e_k(t)}{\mathrm{d}t}$。给定在$[0,T]$上可微的期望轨迹 $y_d(t)\ (t\in[0,T])$。设 $u_d(t)\ (t\in[0,T])$为一期望控制，$\boldsymbol{x}_d(t)$ 为期望状态，$\boldsymbol{x}_d(0)$为期望初态。本文假设所研究的系统是输入输出逆有界的。

定义 3　逆有界性：如果对任意给定的 m 维实函数 $y_d(t)\in L_{\infty e}$，$y_d(t)\dfrac{n!}{r!(n-r)!}\dfrac{1}{2}$可微，且具有分段连续的导数 $\dot{y}_d(t)=\dfrac{\mathrm{d}y_d(t)}{\mathrm{d}t}$，$\dot{y}_d(t)\in L_{\infty e}$，存在相应的输入 $u_d(t)\in L_{\infty e}$ 实现 $y_d(t)$，具有这样的输入输出对 $\{u,y\}$ 的系统称为输入输出逆有界的。

范数 $L_{\infty e}$ 的定义为：$\left\|\boldsymbol{x}_t\right\|_\infty\overset{\Delta}{=}\sup\limits_{0\le\tau\le t}\left|\boldsymbol{x}(\tau)\right|$。对系统(1)施加学习律(4)，有：

定理　给定由式(1)和(4)描述的迭代学习控制系统。若满足条件：

(1) $|1-P|<1$；

(2) $\boldsymbol{x}_k(0)=\boldsymbol{x}_d(0)$， $k=0,1,2,\cdots$。

则当 $k\to\infty$时，系统在一定误差范围内收敛于期望轨迹 $y_d(t)$。其收敛误差为 $y(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-\beta(t-\tau)}u_k(\tau)\mathrm{d}\tau$。$u_k(t)$、 $\boldsymbol{x}_k(0)$ 第 k 迭代时的控制与初态， $\beta>>1$。

证明：考虑由系统(1)、串联的子系统 Σ_1 与并联的子系统 Σ_2 组成的虚拟系统Σ，第 $k+1$ 次的输出跟踪误差为 $e_{k+1}(t)=y_d(t)-\bar{y}_{k+1}(t)=y_d(t)-\bar{\boldsymbol{c}}\mathrm{e}^{\bar{A}(t)}\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}(0)-\bar{\boldsymbol{c}}\int_0^t \mathrm{e}^{\bar{A}(t-\tau)}\bar{\boldsymbol{b}}u_{k+1}(\tau)\mathrm{d}\tau$。 Σ_1 与 Σ_2 的初始状态取为零初始状态，由于 $\boldsymbol{x}_k(0)=\boldsymbol{x}_d(0)$，则 $\bar{\boldsymbol{c}}\mathrm{e}^{\bar{A}(t)}\bar{\boldsymbol{x}}_{k+1}(0)=\boldsymbol{c}\mathrm{e}^{A(t)}\boldsymbol{x}_{k+1}(0)=\boldsymbol{c}\mathrm{e}^{A(t)}\boldsymbol{x}_d(0)$。

$$e_{k+1}(t)=e_k(t)-\bar{\boldsymbol{c}}\int_0^t \mathrm{e}^{\bar{A}(t-\tau)}\bar{\boldsymbol{b}}P\dot{e}_k(\tau)\mathrm{d}\tau=(1-p)e_k(t)-\bar{\boldsymbol{c}}\bar{\boldsymbol{A}}\int_0^t \mathrm{e}^{\bar{A}(t-\tau)}\bar{\boldsymbol{b}}Pe_k(\tau)\mathrm{d}\tau$$

两端取范数：

$$\|e_{k+1}(t)\|\le|1-P|\ \|e_k(t)\|+\int_0^t\left\|\bar{\boldsymbol{c}}\bar{\boldsymbol{A}}\mathrm{e}^{\bar{A}(t-\tau)}\bar{\boldsymbol{b}}P\right\|\ \|e_k(t)\|\mathrm{d}\tau\le|1-P|\ \|e_k(t)\|+b_1\int_0^t\|e_k(t)\|\mathrm{d}\tau$$

式中 $\dot{e}_k(\tau)=\dfrac{\mathrm{d}e_k(\tau)}{\mathrm{d}t}$；$b_1=\sup\limits_{t\in[0,T]}\left\|\bar{\boldsymbol{c}}\bar{\boldsymbol{A}}\mathrm{e}^{\bar{A}t}\bar{\boldsymbol{b}}P\right\|$。两端同乘 $\mathrm{e}^{-\lambda t}$（$t\in[0,T]$），由 λ 范数的定义可知：

$$\|e_{k+1}(t)\|_\lambda\le\left(|1-P|+b_1\frac{1-\mathrm{e}^{\lambda t}}{\lambda}\right)\ \|e_k(t)\|_\lambda$$

因为$|1-P|<1$，只要 λ 足够大，就有$\|e_{k+1}(t)\|_\lambda<\|e_k(t)\|_\lambda$。这意味着 $e_k(t)\to0$（$k\to\infty$），即$\lim\limits_{k\to\infty}\bar{y}_k(t)=y_d(t)$。因此虚拟系统完全收敛于期望轨迹。实际被控系统的输出为 $y_k(t)=\bar{y}_k(t)-\int_0^t \mathrm{e}^{-\beta(t-\tau)}u_k(\tau)\mathrm{d}\tau$。

由拟有界性可知，输出有界，输入必定有界。实际系统的最终跟踪误差为并联的一阶子系统的输出 $y(t)=\int_0^t \mathrm{e}^{-\beta(t-\tau)}u_k(\tau)\mathrm{d}\tau\le(1-\mathrm{e}^{-\beta t})\|u_k(t)\|/\beta$，通过选择足够大的$\beta$，可使误差足够小，从而实际被控制系统输出在一定误差范围内收敛于期望轨迹。这里的虚拟系统是指并联的一阶子系统并不存在，没有参与实际的控制，只是在构造控制量时而虚拟构造的一个子系统，而串联子系统则参与了实际的控制。

4 仿真实例

考虑一单输入单输出线性定常系统$\begin{cases}\dfrac{\mathrm{d}\boldsymbol{x}(t)}{\mathrm{d}t}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -6 & -5\end{bmatrix}\boldsymbol{x}(t)+\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}u(t)\\ y(t)=[4\quad 0]\boldsymbol{x}(t)\end{cases}$，该系统的相对度 $r=2$。期望轨迹取为 $y_d(t)=5t(2-t)$， $0\le t\le 2$。串联子系统与并联子系统的参数 $\alpha=\beta=50\,000$。设系统的各状态的初始值均为零，$P=0.95$，取 $u_1(t)=y_d(t)$。迭代运行12次，$e_k(t)$ 的收敛过程如图2所示。系统的最终实际轨迹 $y(t)$ 如图3所示。

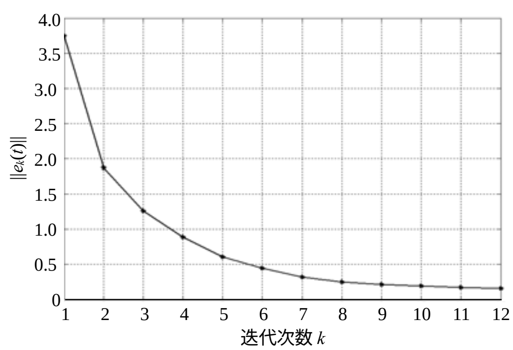

图2 $e_k(t)$的收敛过程

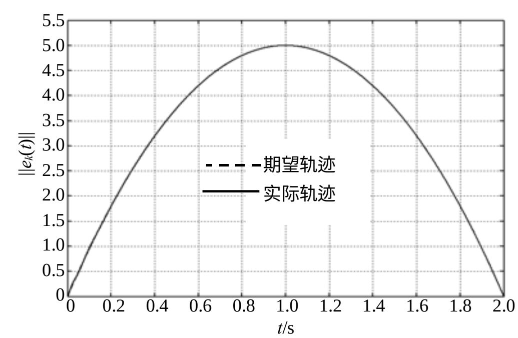

图3 最终实际输出轨迹

5　结　论

本文针对传统的D型迭代学习控制的控制律设计方法依赖于被控系统的相对度、相对度增益及高阶微分的问题，提出了一种一阶D型迭代学习控制设计方法。该方法通过对被控对象串联、并联一个一阶子系统的方法构造一个相对度为1、相对度增益可知的虚拟系统，这里的所谓虚拟系统是指并联子系统并不参与实际的控制，是在计算跟踪误差及其导数时而引入的一个虚拟的环节。该方法无需知道被控对象的相对度及相对度增益，不依赖于被控系统的参数，可解决具有高阶相对度系统的高阶微分迭代学习控制问题，对具有高阶相对度的系统，可设计一个一阶D型迭代学习控制律，实现有限区间上的渐近跟踪。理论证明与仿真实例验证了该方法的正确性与有效性。

参　考　文　献

[1] 孙明轩, 黄宝健. 迭代学习控制[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
[2] Sugie T, Ono T. An iterative learning control law for dynamical systems [J]. Automatica, 1991, 27(4): 729-732.
[3] Porter B, Mohamed S S. Iterative learning control of partially irregular multivariable plants with initial impulsive action[J]. International Journal of Systems Science, 1991, 22(3): 447-454.
[4] Ahn H S, Choi C H, Kim K B. Iterative learning control for a class of nonlinear systems[J]. Automatica, 1993, 29(6): 1 575-1 578.
[5] Wang D. On D-type and P-type ILC designs and anticipatory approach[J]. International Journal of Control, 2000, 73(10): 890-901.
[6] Sun M, Wang D. Sampled-data iterative learning control for nonlinear systems with arbitrary relative degree[J]. Automatica, 2001, 37(2): 283-289.
[7] Sun M, Wang D. Anticipatory iterative learning control for nonlinear systems with arbitrary relative degree[J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 2001, 46(5): 783-788.
[8] Sun M, Wang D. Initial shift issues on discrete-time iterative learning control with system relative degree[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2003, 48(1): 144-148.

编　辑　漆　蓉

(上接第53页)

4　结 束 语

任意循环过程热机效率以卡诺循环的热机效率为最大极限值，这是已知的结论。虽然本文通过多种途径、采用了多种方法对该结论进行了证明，但其他的途径与方法依然存在。所有的途径与方法只是对卡诺定理的进一步佐证。

本文研究工作得到广州航海高等专科学校基金(No.200512008)资助，在此表示感谢。

参　考　文　献

[1] 赵凯华, 罗蔚茵. 热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
[2] 张寅静. 用熵讨论任意循环的极值效率[J]. 郑州工业大学学报, 2000, 21(2): 105-107.
[3] 彭菊村, 徐定华. 任意可逆循环效率及其极限问题的探讨[J]. 孝感学院学报, 2000, 20(4): 42-44.
[4] 秦允豪. 热学[M]. 北京: 高等教育出版社, 1999.
[5] 许崇桂. 热学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.

编　辑　孙晓丹