

基于定点DSP的高性能FFT谱估计

何 羚, 张 鑫, 王 健, 宋仁清

(电子科技大学自动化工程学院 成都 610054)

【摘要】在借鉴现有的快速傅里叶变换频谱校正算法的基础上,提出了改进的双窗法,并根据应用系统的特点,给出了改进的定点数字信号处理扩展精度快速傅里叶变换算法。从理论上分析了改良算法的可行性,通过仿真验证了改良算法的有效性。

关键词 快速傅里叶变换; 能量泄漏; 栅栏效应; 定点DSP; 扩展精度
中图分类号 TN911.72 **文献标识码** A

FFT Spectrum Computation with High Performance Based on Fixed-Point DSP

HE Ling, ZHANG Xin, WANG Jian, SONG Ren-qing

(School of Automation Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract Based on some established Fast Fourier Transform (FFT) spectrum correction algorithms, this paper presents an improved double-windowing method, as well as the improved extended-precision FFT scheme for fixed-point DSP. The feasibilities of the two reformative methods are discussed theoretically, and the validities are testified by the simulation results.

Key words fast Fourier transform; energy leakage; picket-fence effect; fixed-point DSP; extended precision

使用基于离散傅里叶变换的快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)进行频谱分析,能量泄漏和栅栏效应是FFT算法引起的两种固有误差。由于计算位数的限制,在FFT的蝶形运算过程中还会有数据截断和舍入误差^[1],对定点数字信号处理(Digital Signal Process, DSP)来说,这种误差更不容忽略。

对原信号进行加窗截断时,窗函数的谱平滑作用使信号能量扩散,造成幅度谱的误差,并使频率分辨率降低,带来严重的相位误差。常用的窗函数如矩形窗、Hanning窗、Hamming窗、Blackman窗、Kaiser窗等,均会不同程度地引入频谱误差。另一方面,FFT的周期性会产生栅栏效应,有时会造成很大的幅度、频率及相位误差。为了解决FFT的固有缺陷,文献[2-3]采用基于窗函数的FFT频谱校正技术,可以有效地减小频谱的幅度、频率、相位计算误差。也有相当多的文献致力于采用诸如迭代插值、细化谱分析、小波分析等方法来抑制栅栏效应。对于定点DSP的FFT计算精度问题,文献[4]给出了一种扩展精度的FFT算法来克服数据溢出带来的误差,提高FFT幅度谱的动态范围。本文在文献[4-5]算法的基础上,并根据应用系统的实际特点,提出了改进的双窗法和基于定点DSP的改进的扩展精度FFT法。

1 FFT谱的固有误差及其改善

加窗截断带来能量泄漏,频谱的离散取样产生栅栏效应,它们都是影响FFT谱估计精度的重要因素。尽管来源不同,但能量泄漏和栅栏效应对FFT谱的影响是相互关联的。通过选择恰当的窗函数,能够同时达到抑制能量泄漏和栅栏效应的目的^[5]。

1.1 改善能量泄漏和栅栏效应的方法

频谱的能量泄漏主要由窗函数的频谱形状决定。一个理想的窗函数原则上应具有极窄的主瓣和极小的

收稿日期: 2005-03-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(编号90407007)

作者简介: 何 羚(1972-),女,在职博士生,讲师,主要从事频域测量、通信与微波测试、可测性设计方面的研究。

旁瓣,但实际上,窗函数的旁瓣幅度与主瓣宽度在设计时是互相矛盾的。有关文献研究表明,不存在无旁瓣的有限域的窗函数,因而不可能通过选择不同的窗函数来消除泄漏问题^[3]。栅栏效应对FFT谱造成的影响也与加窗有关:窗函数的主瓣越宽,信号的幅度谱峰越平缓,抑制栅栏效应的效果越好,而频谱的频率分辨率将随之变差;反之,频率分辨率会得到改善,但是产生幅度误差的可能性增大。

正是由于窗函数导致FFT谱的频率分辨率和幅度精度具有相互制约的特性,因此很难设计出一个既具有高幅度精度,又同时具有高频率分辨率的窗函数。文献[5]介绍了用两个分别具有高频率分辨率和高幅度估计精度的窗函数进行联合FFT谱估计的方法,能同时吸取两个窗的优点。为了获得更理想的频谱特性,通过多次实验对文献[5]提出的窗函数进行了改进,并同时结合FFT谱的校正方法,可极大地改善FFT谱的幅度精度,频率分辨率也能得到保证。理想情况下的窗函数在频域内应具有类似于门函数的性质,由傅里叶变换公式,对应的时域窗函数应为Sinc函数:

$$u(t) = \begin{cases} \frac{\sin(2\pi t d_f)}{2\pi t d_f} & t \neq 0 \\ 1 & t = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中 d_f 为FFT谱的频率分辨率,有 $d_f = f_s/N$; f_s 为采样频率; N 为FFT点数。通过实验对式(1)所示的窗函数进行改进,得到平顶窗时域表达式:

$$u(t) = \begin{cases} k \frac{\sin(2.9\pi t d_f)}{2.9\pi t d_f} & t \neq 0 \\ k & t = 0 \end{cases} \quad (2)$$

式中 k 为正常数,表示加式(2)所代表的时域窗后,原时域信号幅度与所得FFT谱的幅度差异(比值)。 k 值与时域信号幅度的变化无关。改进后的平顶窗可使FFT谱的幅度估计精度大大提高,但是该窗的主瓣较宽,导致加窗后所得频谱的频率分辨率下降,必须进一步进行频率修正。将加常规窗(如矩形窗等)的FFT谱作为基础谱(谱1),将加式(2)所代表的平顶窗的FFT谱作为谱2^[5]。用谱2的幅度值作为最终校正谱的幅值估计值,并使用重心法对谱1的频率进行校正^[2],由此形成最后的校正谱。这种双窗法的流程如图1所示。

1.2 仿真结果

按照上述改进的平顶窗公式及双窗法流程,在Matlab7.0平台上进行仿真验证。构造一个由3个等幅频率分量组成的时域信号,使用矩形窗和改进的平顶窗进行联合FFT谱估计和频谱修正,所得结果如表1所示(FFT点数为1024)。

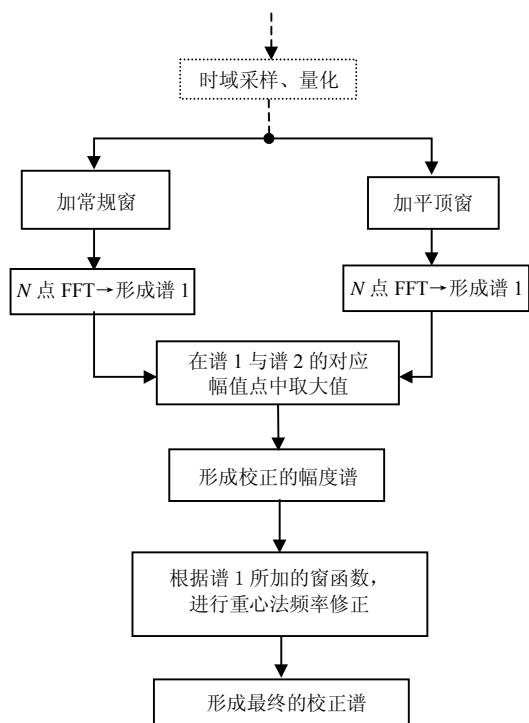


图1 改进的双窗法实现流程

使用矩形窗和改进的平顶窗进行联合FFT谱估计和频谱修正,所得结果如表1所示(FFT点数为1024)。

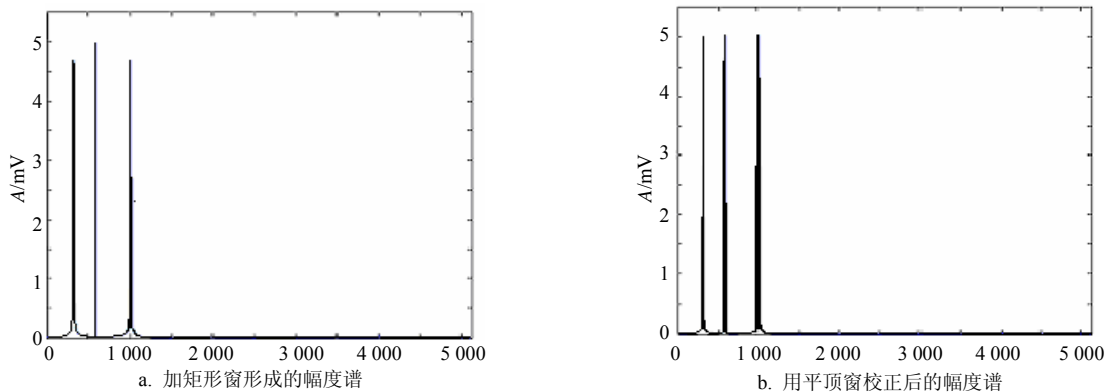


图2 使用改进的双窗法的FFT谱

表1 改进的双窗法FFT谱估计与加矩形窗的FFT谱估计对比

	频率1/Hz	频率2/Hz	频率3/Hz	幅度1/mV	幅度2/mV	幅度3/mV
构造的时域信号	324	580	1 009	5.000	5.000	5.000
加矩形窗后的FFT谱读数	325	580	1 010	4.680	4.974	4.673
用双窗法修正后的FFT谱读数	324	580	1 010	4.999	5.006	5.003

改进双窗法校正后的FFT幅度谱如图2所示。自构造的平顶窗可获得较好的幅度估计精度,基于常规窗进行频率修正可获得较好的频率估计精度。由仿真结果可见,采用改进的双窗法可同时吸收两种窗函数的优点,因而获得幅度、频率精度以及频率分辨率均较理想的FFT谱。

2 扩展精度的定点DSP FFT计算

采用定点DSP进行FFT谱估计,在蝶形运算过程中会产生数据溢出和截断,引入非常严重的FFT谱估计误差^[1]。

2.1 定点DSP的数据运算误差

FFT算法总是基于加、乘运算,在使用定点DSP时,必须采用某种缩小数据的方法以避免数值溢出^[4]。有两种粗略的方法:(1)在FFT之前,将输入时间序列整体按比例缩小;(2)在每级FFT运算中都按比例缩小数据。方法(2)实现起来较复杂,但效果较方法(1)为佳。然而无论采用何种方法,只要先行对时域数据进行缩小处理,原有数据的长度就已丢失了若干位,即降低了数据精度。即使能够确保不丢失最高有效位(Most Significant Bit, MSB),仍会引起截断误差,导致FFT幅度谱上出现许多假频,如直流、谐波等。

以方法(1)为例:对1 024点的基2的FFT,必须用 2^{10} 去除输入数据,即右移10位,但会丧失10位精度。如果输入数据来自ADC,在16位长度(对一般工程应用已经足够)的情况下右移10位,导致其后的FFT计算仅余6位有效数据,频谱的动态范围只剩下 $6 \times 6.02 \text{ dB} = 36.12 \text{ dB}$ 。另一方面,FFT计算过程中的数据截断还会进一步导致谱估计误差:根据基2的FFT蝶形运算公式,每级的一个节点运算均包括一次复数乘法和一次复数加法,由于定点DSP算法所限,每级加法和乘法都会产生截断或舍入误差^[1],1 024点的FFT运算将有10级误差的叠加。

2.2 基于定点DSP的改进的扩展精度FFT谱估计

由上述分析可见,如果不对输入数据进行精度扩展,就无法从根本上抑制定点计算的溢出和截断造成的误差。将16位输入数据扩展至32位,可以保证在FFT点数不大于65 536(2^{16})的情况下均不产生数值溢出^[4]。但这种方法存在一定缺陷:由于数据长度的扩展是通过向高位扩充符号位来实现的,即数据的最低有效位(Least Significant Bit, LSB)没有改变,因而对截断和舍入误差并无改善。

改进的定点DSP扩展精度FFT谱估计思路如下:首先将输入的定点时域数据(假定为16位)符号扩展为32位,数据的LSB不变。其次将所有32位数据左移 p 位,其中 $p = 32 - 16 - \log_2 N$,然后进行 N 点基2的复数FFT计算。由于左移 p 位不会产生数值溢出,而数据精度已扩展了 p 位,所以FFT谱估计的精度得到提高。根据FFT的线性性质,最后只需简单地将FFT输出的复频域数据右移 p 位,即可还原为16位数据。频域数据的截断仅影响精度,不会出现假频;并且此时截断的 p 位源于FFT之前的精度扩展,用于进行高精度的加、乘运算,而原始时域序列的精度信息并未因此丧失。算法的流程如图3所示。在实际应用中,使用TI公司的32位定点DSP TMS320C6203B,时域复序列来自两片14位ADC的输出,满度值为 ± 1 。为获

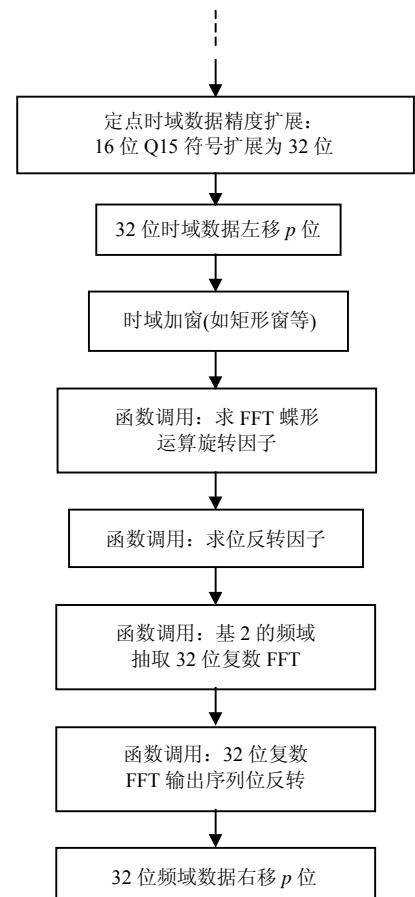


图3 改进的扩展精度FFT谱估计流程

得足够的频谱分辨率,进行 $N=1\ 024$ 点复数FFT运算。

2.3 仿真结果

进行改进的扩展精度的定点DSP FFT谱估计算法仿真,仿真系统为Wintech公司的XDS510,调试环境为CCS2.2。输入的复时间序列为10.685 MHz的4位数字I/Q信号。验证程序所使用的基2的32位频域抽取复数FFT函数、FFT蝶形运算位倒序函数等函数原型见文献[6],图4所示为仿真结果。

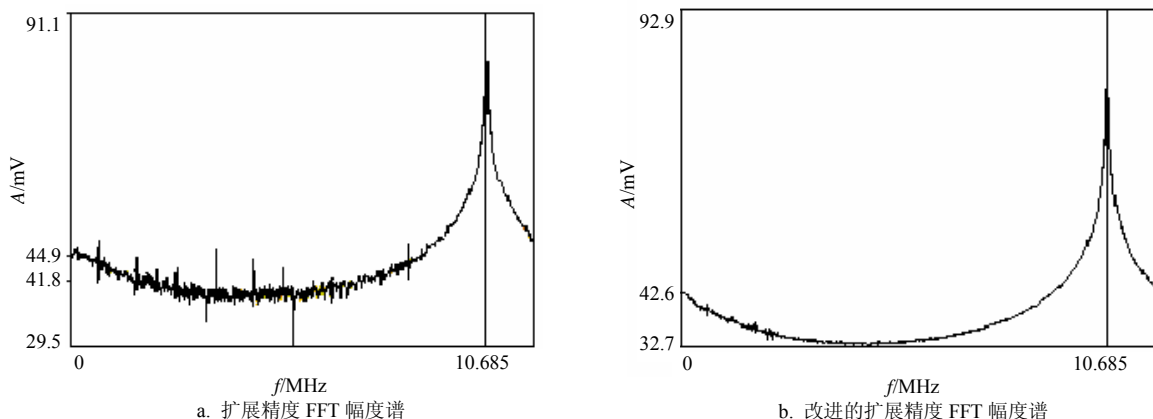


图4 基于定点DSP的扩展精度的FFT谱估计

比较图4a、4b可以看出,在使用相同的32位复数FFT算法的情况下,使用改进的扩展精度FFT谱估计方法具有更好的信噪比和更纯净的谱峰,几乎没有假频出现。

3 总结

本文在借鉴相关文献的基础上,结合应用系统的实际需求,分别提出了改进的双窗法和扩展精度的定点DSP FFT谱估计算法,仿真验证表明改进算法是有效的,可由此获得高幅度精度、高频率分辨率的FFT谱。下一步工作将集中在两种改进算法的综合和优化上,最终在工程应用中得到实践和可行性验证。

参 考 文 献

- [1] 宋 琼,朱长春,牛宝良.基2快速傅里叶变换引入的不确定度估算[J].计量学报,2004,25(3):281-283.
- [2] 朱晓勇,丁 康.离散频谱校正方法的综合比较[J].信号处理,2001,17(1):91-97.
- [3] 陈奎孚,张森文,高小榕.对称窗函数的幅值谱特性[J].农业工程学报,1999,15(1):36-40.
- [4] Ahnoff M. Extended-Precision Complex Radix-2 FFT/IFFT Implemented on TMS320C62x. Literature Number: SPRA696A. Copyright@2001. Texas Instruments Application Report[Z]. 2001.
- [5] 何岭松,熊 鹰.用双窗法减小FFT谱分析估算误差[J].振动与冲击,2001,20(2):49-51,58.
- [6] Texas Instruments. TMS320C62x DSP Library Programmer's Reference. Literature Number: SPRU402A. Copyright@2002. Texas Instruments Incorporated[Z]. 2002.

编辑 漆 蓉