

欠采样超宽带LFM信号参数估计

叶瑞青, 沈显祥, 唐 斌

(电子科技大学电子工程学院 成都 610054)

【摘要】针对Nyquist采样频率过高、硬件实现困难的问题,提出一种基于欠采样的超宽带线性调频信号的调制斜率和初始频率估计方法。该方法利用互谱ESPRIT算法和余数定理对欠采样信号进行解模糊,在低信噪比情况下仍能较精确地估计超宽带线性调频信号的调制斜率和初始频率。计算机仿真证实了该方法的有效性。

关键词 欠采样; 调频斜率; 初始频率; 互谱ESPRIT算法
中图分类号 TN911.23 **文献标识码** A

A Method for Estimation Parameters of UWB LFM Signal with Subsampling

YE Rui-qing, SHEN Xian-xiang, TANG Bin

(School of Electronic Engineering, UEST of China Chengdu 610054)

Abstract In some applications, sampling with Nyquist frequency may be hard to implement due to hardware limitation. Based on subsampling, a method which estimates the modulation rate and initial frequency of the ultra-wideband LFM signal is presented in this paper. Based on the cross-spectra ESPRIT algorithm and remainder theorem, the modulation rate and initial frequency of the subsampling ultra-wideband LFM signal are estimated unambiguously and precisely even in low SNR. Simulation confirms the validity of the method.

Key words subsampling; modulation rate; initial frequency; cross-spectra ESPRIT algorithm

对于超宽带线性调频(LFM)信号,按照Nyquist采样定理要求A/D采样率须高于信号最高频率两倍,使数字化、存储非常困难,且后端数字处理速度也难以匹配。欠采样是一种较现实的解决方案。然而,如何消除欠采样后频谱混叠是问题的关键。文献[1-2]分别用余数定理和FFT、时延技术以及谱峰周围数据与ESPRIT算法实现了欠采样信号的频率估计;文献[3-4]基于多路采样和高分辨率算法实现了多正弦信号的频率估计。上述方法仅适用于正弦信号,不能直接用于线性调频信号。文献[5]基于模拟时域相关、FFT和余数定理解模糊实现了宽带LFM信号调制斜率 k 的估计,但对采样率小于初始频率 f_0 情况未提及解决方案,且参数估计精度受数据长度影响。文献[6]用分段解线调和波束空间ESPRIT方法获得了调制斜率和初始频率的估计,却不适合超宽带信号。本文用两路不同采样率A/D欠采样,在数字域延时后与原信号共轭相乘,用互谱ESPRIT算法和相关的解模糊技术得到调制斜率和初始频率估计。

1 调制斜率估计

假设一个超宽带线性调频信号和噪声构成的模拟信号为:

$$x(t) = s(t) + v(t) = Ae^{j(2\pi f_0 t + \pi k t^2 + \varphi)} + v(t) \quad (1)$$

式中 f_0 、 k 、 A 和 φ 分别为初始频率、调制斜率、幅度和相位; $v(t)$ 为相互独立且与信号不相关的零均值高斯白噪声。用采样率分别为 f_{s1} 和 f_{s2} (f_{s1} 和 f_{s2} 小于信号带宽 $B = kT$, T 为脉宽)对 $x(t)$ 欠采样,有:

$$\begin{cases} x_1(n) = Ae^{j[2\pi(f_0/f_{s1})n + \pi(k/f_{s1}^2)n^2 + \varphi]} + v_1(n) \\ x_2(n) = Ae^{j[2\pi(f_0/f_{s2})n + \pi(k/f_{s2}^2)n^2 + \varphi]} + v_2(n) \end{cases} \quad (2)$$

收稿日期: 2005-05-10

基金项目: 国家“973”计划项目资助

作者简介: 叶瑞青(1980-),女,硕士生,主要从事宽带信号接收与参数估计方面的研究;沈显祥(1964-),男,博士生,主要从事宽带信号接收与参数估计方面的研究;唐斌(1965-),男,博士(后),教授,博士生导师,主要从事雷达、通信和电子对抗系统及信号处理方面的研究。

$x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 均延时 τ 后的共轭分别与 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 相乘, 有:

$$r_1(n) = A^2 e^{j(2\pi k\tau n / f_{s1} + 2\pi f_0\tau - \pi k\tau^2)} + v_{11}(n) \quad (3)$$

$$r_2(n) = A^2 e^{j(2\pi k\tau n / f_{s2} + 2\pi f_0\tau - \pi k\tau^2)} + v_{22}(n) \quad (4)$$

从式(3)和式(4)可以看出, $r_1(n)$ 和 $r_2(n)$ 都是频率为 $k\tau$ 的含噪声的正弦信号序列, $v_{11}(n)$ 和 $v_{22}(n)$ 是信号和噪声构成的交叉项及噪声与噪声的乘积项。只要估计出频率 $k\tau$, k 可以估计。

根据式(3)和式(4)可知, k 的估计精度与延时 τ 有关。当 τ 较小时, $k\tau$ 的估计误差将会造成 k 的估计误差很大。当 τ 较大时, $r_1(n)$ 和 $r_2(n)$ 的数据长度较短, 不利于 $k\tau$ 的估计, 所以 τ 选取有一个最佳值。

信号延时 τ 后的共轭与原信号相乘得一正弦信号。该正弦信号频率估计误差的CRB反比于 $(T - \tau)^{3/2}$ [7]。于是, τ 的最佳选择为 $\tau_{\text{opt}} = 0.4T$, 从而, $k\tau = 0.4kT = 0.4B$ 。所以, 当 f_{s1} 和 f_{s2} 的最小公倍数 $\text{lcm}(f_{s1}, f_{s2}) > 0.4B$ 时, k 可以无模糊估计。

因为 $r_1(n)$ 和 $r_2(n)$ 都是频率相同的含噪声复正弦信号序列, 可以结合互谱ESPRIT方法估计 $r_1(n)$ 和 $r_2(n)$ 的模糊频率。两路信号的处理过程完全一致, 下面只对一路信号进行分析。令:

$$r'_1(n) = r_1(n + m_1), \quad (m_1 > 0) \quad (5)$$

定义 $r_1(n)$ 和 $r'_1(n)$ 的互相关函数为:

$$r_{11}(m) = E[r_1^*(n)r_1(n+m)] = E\{[A^2 e^{j(2\pi k\tau n / f_{s1} + 2\pi f_0\tau - \pi k\tau^2)} + v_{11}(n)]^* [A^2 e^{j(2\pi k\tau(n+m) / f_{s1} + 2\pi f_0\tau - \pi k\tau^2)} + v_{11}(n+m)]\} \quad (6)$$

式中 $v_{11}(n) = s^*(n)v_1(n-\tau) + s(n-\tau)v_1^*(n) + v_1^*(n)v_1(n-\tau)$ 。因为 $v_{11}(n)$ 均值为零, 且 $v_1(n)$ 是相互独立的零均值高斯白噪声, 根据高斯白噪声的四阶矩在非零处的值为零, 有 $E[v_{11}^*(n)v_{11}(n+m+m_1)] = 0$, 所以 $r_{11}(m) = A^4 e^{j2\pi k\tau m_1 / f_{s1}} e^{j2\pi k\tau m / f_{s1}}$ 。

根据式(6)构造如下 $p \times p$ 维 (p 大于信号的个数)的矩阵 \mathbf{R}_{11} 和 $\hat{\mathbf{R}}_{11}$:

$$\mathbf{R}_{11} = \begin{bmatrix} r_{11}(0) & r_{11}(-1) & \cdots & r_{11}(-p+1) \\ r_{11}(1) & r_{11}(0) & \cdots & r_{11}(-p+2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{11}(p-1) & r_{11}(p-2) & \cdots & r_{11}(0) \end{bmatrix}, \quad \hat{\mathbf{R}}_{11} = \begin{bmatrix} r_{11}(-1) & r_{11}(-2) & \cdots & r_{11}(-p) \\ r_{11}(0) & r_{11}(-1) & \cdots & r_{11}(-p+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{11}(p-2) & r_{11}(p-3) & \cdots & r_{11}(-1) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{11} = \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{A}^H \\ \hat{\mathbf{R}}_{11} = \mathbf{A}\mathbf{S}\Phi\mathbf{A}^H \end{cases} \quad (8)$$

单信号情况, $\mathbf{A} = [1, e^{j2\pi k\tau / f_{s1}}, \dots, e^{j2\pi k\tau(P-1) / f_{s1}}]^T$, $\mathbf{S} = A^4 e^{j2\pi k\tau m_1 / f_{s1}}$, $\Phi = e^{j2\pi k\tau / f_{s1}}$ 。构造矩阵束 $\{\mathbf{R}_{11}, \hat{\mathbf{R}}_{11}\}$, 对该矩阵束进行广义特征值分解得到特征值矩阵 Γ , 根据文献[8]的证明有:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} e^{j2\pi k\tau / f_{s1}} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

由式(9)可知, Γ 只有一个最大特征值, 其余 $p-1$ 个特征值为0。从而旋转因子 Φ 可求。由于第2路信号的处理方法与第1路相同, 设第2路信号的旋转因子为 Ψ , 根据以上算法可以估计出 Ψ 。根据余数定理, 可以得到:

$$\begin{cases} k\tau - l_1 f_{s1} = \frac{\arg(\Phi)}{2\pi} f_{s1}, & 0 \leq l_1 \leq \text{floor}\left(\frac{k\tau}{f_{s1}}\right) \\ k\tau - l_2 f_{s2} = \frac{\arg(\Psi)}{2\pi} f_{s2}, & 0 \leq l_2 \leq \text{floor}\left(\frac{k\tau}{f_{s2}}\right) \end{cases} \quad (10)$$

式中 \arg 表示幅角。

从式(10)可知, 只要知道 l_1 和 l_2 , k 可以无模糊估计。考虑噪声时, 最小化下式可得到 l_1 和 l_2 的估计

$$(l_1, l_2) = \arg \min_{(l_1, l_2)} \left| \frac{\arg(\Phi)}{2\pi} f_{s1} - \frac{\arg(\Psi)}{2\pi} f_{s2} + l_1 f_{s1} - l_2 f_{s2} \right| \quad (11)$$

结合式(10)和式(11)可以估计出 $k\tau$ 。因为 τ 已知, 所以 k 可以估计。

2 初始频率估计

利用估计 \hat{k} , 产生两路采样频率分别为 f_{s1} 和 f_{s2} 的无载频 LFM 信号对欠采样信号解线调, 有:

$$y_1(n) = Ae^{j(2\pi f_0 n / f_{s1} + \pi(k - \hat{k})(n / f_{s1})^2 + \varphi)} + v'_1(n), \quad y_2(n) = Ae^{j(2\pi f_0 n / f_{s2} + \pi(k - \hat{k})(n / f_{s2})^2 + \varphi)} + v'_2(n) \quad (12)$$

当 $\hat{k} \approx k$ 时, 有 $y_1(n) \approx Ae^{j(2\pi f_0 n / f_{s1} + \varphi)} + v'_1(n)$ 和 $y_2(n) \approx Ae^{j(2\pi f_0 n / f_{s2} + \varphi)} + v'_2(n)$ 。可见 $y_1(n)$ 和 $y_2(n)$ 都是频率为 f_0 的正弦信号, 且 $v'_1(n)$ 和 $v'_2(n)$ 是信号与噪声的交叉项, 且均值均为零。这样, 上述互谱 ESPRIT 算法及解模糊方法可用于估计 f_0 。

3 计算机仿真

为了验证本文算法的有效性, 本文做了如下仿真。

假设 $f_0 = 270$ MHz, $k = 1.051 \times 10^{15}$ Hz/s, $T = 10$ μ s, $f_{s1} = 200$ MHz, $f_{s2} = 210$ MHz, 且 $\text{lcm}(f_{s1}, f_{s2}) = 4.1 \times 10^{10} > 0.4 kT = 6.04 \times 10^9$ 。100 次 Monte_Carlo 实验结果的参数估计的均方根误差 (RMSE) 与信噪比 (SNR) 关系如图 1 和图 2 所示。此外还将本文算法与文献 [5] 的 FFT 算法进行比较。从图 1 和图 2 可以看出, 本文算法的估计精度高于文献 [5] 的 FFT 算法。

根据图 1 和图 2 可知, 在信噪比为 -6 dB 时, 调制斜率估计的均方根误差 (RMSE) 为 1.2×10^{10} Hz/s, 相对误差小于 $1/10\ 000$; 初始频率估计的均方根误差为 (RMSE) 0.6×10^5 Hz, 相对误差小于 $1/1000$ 。

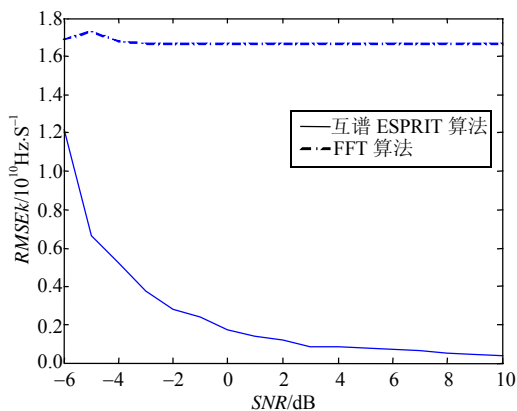


图1 k 估计的 RMSE-SNR 关系

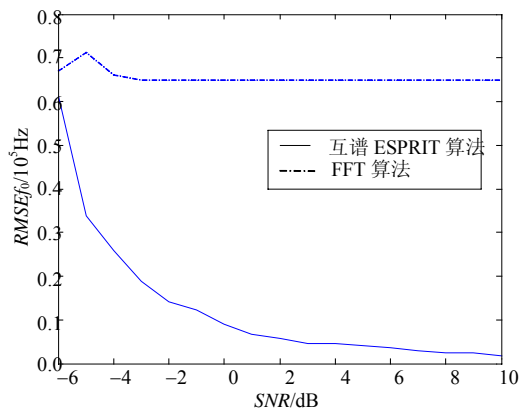


图2 f_0 估计的 RMSE-SNR 关系

采集困难和低信噪比是超宽带 LFM 信号参数估计中必然遇到的问题, 已有的 LFM 信号参数估计方法都未涉及采集问题。本文通过两路欠采样方法解决了超宽带 LFM 信号采集困难的问题, 并利用两路时域延时相关和互谱 ESPRIT 算法对欠采样后的信号进行解模糊完成了低信噪比情况下调制斜率的估计。根据估计 \hat{k} 值, 在数字域产生两路与原始信号采样频率相同的欠采样信号来对原信号进行解线调, 并利用互谱 ESPRIT 算法解决了低信噪比、超宽带情况下 f_0 的精确估计。

参 考 文 献

- [1] 唐 斌, 肖先赐. 基于 FFT 的欠采样带宽信号的频率无模糊估计[J]. 数据采集与处理, 1998, 13(1): 17-20.
- [2] ZOLTWOSKI M D, MATHEWS C P. Real-time frequency and 2-D angle estimation with sub-Nyquist spatio-temporal sampling[J]. IEEE Trans SP, 1994 (42): 2 781-2 794.
- [3] 唐 斌, 肖先赐. 欠采样环境下信号多频率的估计[J]. 电子科学学刊, 1997, 19(5): 619-624.
- [4] 曾 超. 空时欠采样下的参数估计及硬件实现: [D]. 西安: 西安电子科技大学, 2004: 21-30.
- [5] 刘 渝, 靖 晟, 席轶敏. 宽带信号处理解模糊方法[J]. 数据采集与处理, 2001, 16(3): 175-179.
- [6] 黄克驥, 李立萍, 陈天麒. 一种快速、高精度的 LFM 参数估计算法[J]. 电子学报, 2004, 32(3): 11-15.
- [7] 刘 渝. 快速解线性调频技术[J]. 数据采集与处理, 1999, 14(2): 175-178.
- [8] 李学军, 李海福. 色噪声背景下谐波回复的加权互谱 ESPRIT 方法[J]. 电机与控制学报, 2005, 9(6): 575-578.

编 辑 徐安玉