

电容式微加速度计的气膜阻尼分析

王卫东, 贾建援, 樊康旗, 李萌萌

(西安电子科技大学机电工程学院 西安 710071)

【摘要】针对电容式微加速度计中的气膜阻尼问题, 基于稀薄气体动力学理论和滑流修正的压膜雷诺方程, 分析了敏感质量块在轴向运动中受到的气膜阻尼效应, 得到了阻尼力和阻尼系数的简化解析解。研究表明, 敏感质量块受到的气膜阻尼力不但与尺寸和速度有关, 还与固体壁面的材质、表面粗糙度和光洁度等特性有关。通过实例分析给出了三种减小气膜阻尼的方法, 指出动量协调系数是影响气膜阻尼(尤其是压膜阻尼)的关键因素之一。

关键词 电容式加速度计; 气膜阻尼; 雷诺方程; 阻尼系数
中图分类号 TH7; O37 **文献标识码** A

Analysis on Gas Film Damping of Capacitive Micro Accelerometers

WANG Wei-dong, JIA Jian-yuan, FAN Kang-qi, LI Meng-meng

(School of Electro-Mechanical Engineering, Xidian University Xi'an 710071)

Abstract Based on the rarefied gas dynamics theory and the squeeze film Reynolds equation amended with slip flow boundary condition, the gas film damping effect on the sensitive proof mass, moving along its axial direction, is analyzed for capacitive micro accelerometers. Simplified analysis solutions are obtained for damping force and damping coefficient. It shows that gas film damping force has relations not only with the accelerometer dimensions and velocity of the sensitive proof mass, but also with the factors, such as solid wall material, surface roughness, smooth finish, and so on. Three methods have been proposed to decrease the gas film damping of capacitive micro accelerometers through sample analysis. Finally, it is pointed out that accommodation coefficient is an key factor for gas film damping, especially for squeezed film damping.

Key words capacitive accelerometer; gas film damping; Reynolds equation; damping coefficient

从理论角度看, 在微米/纳米尺度情况下, 粘性阻尼(属表面效应)相对于结构阻尼(属体效应)来说, 迅速增加^[1], 成为支配微结构工作特性的一种重要因素。对于具有运动部件的微机电系统(Micro-Electro-Mechanical System, MEMS)器件(例如微加速度计、微陀螺仪和微镜等), 气膜阻尼是影响器件性能和品质的关键问题。电容式微加速度计通过检测差动电容的大小进行工作, 气膜阻尼对于加速度计的参数设计及其成败非常重要。

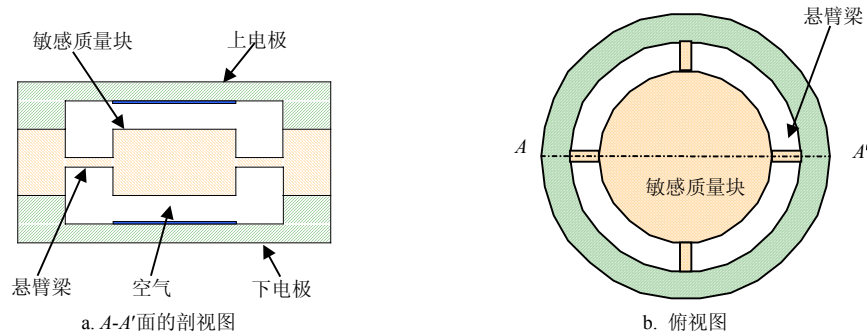


图1 电容式微机械加速度计的惯性敏感单元示意图

一种电容式微加速度计的惯性敏感单元的基本结构如图1所示。它主要由上电极、敏感质量块和下电极组成, 采用了最为典型的“三明治”结构。上、下电极通常以镀有一定厚度金的玻璃作为导电板; 中间

收稿日期: 2005-02-24

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(10476019)

作者简介: 王卫东(1977-), 男, 博士生, 主要从事微电子机械系统中的微流体和微传热学方面的研究。

的敏感质量块为单晶硅材料、由多悬臂梁式设计、体微机械加工工艺制作而成。在一定的外界压强条件下,采用静电键合工艺将上下固定电极和敏感质量块封装在一起,构成上下两个差动电容。本文将对这种加速度计的气膜阻尼进行分析。

1 气体阻尼分析

1.1 建模

电容式加速度计的敏感质量块沿轴向以 w_0 的速度相对于下电极作垂直运动,如图2所示。忽略悬臂梁对

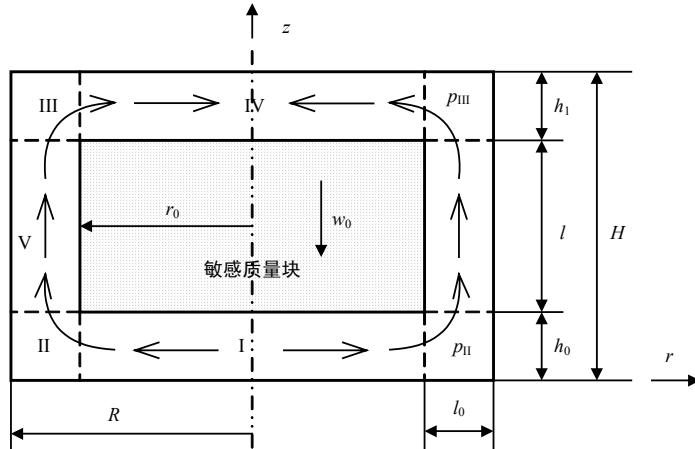


图2 气体流动示意图

流动的影响,由于敏感质量块向下运动,气膜受到挤压使得气体便会沿径向流出,从而在封闭腔内形成如图2所示的气流。为了分析的方便,将封闭腔内的气体分为5部分:

$$\begin{cases} \text{I} & 0 \leq r \leq r_0, & 0 \leq z \leq h_0 \\ \text{II} & r_0 \leq r \leq R, & 0 \leq z \leq h_0 \\ \text{III} & r_0 \leq r \leq R, & h_0 + l \leq z \leq H \\ \text{IV} & 0 \leq r \leq r_0, & h_0 + l \leq z \leq H \\ \text{V} & r_0 \leq r \leq R, & h_0 \leq z < h_0 + l \end{cases}$$

假定I区和IV区的气膜厚度 $h_0 \ll r_0$ 、 $H - l - h_0 \ll r_0$,从而可以忽略气膜在z轴方向上的速度变化,当 $K_n < 0.01$ 时,气体可看作连续介质,

采用压膜雷诺方程分析^[2];当 $K_n > 0.01$ 时,气体流动进入滑流区,需要采用基于一阶滑流修正的雷诺方程进行求解^[3]:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} = \frac{12\mu}{h^3(1+6L_{s1}/h)} \left(\frac{\partial h}{\partial t} \right) \quad (1)$$

式中 $\partial h/\partial t = -w_0$ 为敏感质量块z向速度; h 为气膜厚度: $h_I = h_0$, $h_{IV} = H - l - h_0$; μ 为敏感质量块静止时的封闭腔内气体的动力粘度; L_{s1} 为气体在压膜固壁表面的滑移长度: $L_{s1} = (2 - \sigma_1)/\sigma_1 \lambda$, 其中 σ_1 为I区和IV区气体运动的动量协调系数^[4], 它表征气体在固体表面漫反射所占总反射的比值; λ 为此时气体平均自由程。假定II区、III区的压强分别为 p_{II} 、 p_{III} , 压差 $\Delta p (\Delta p = p_{II} - p_{III})$ 推动V区气体从下向上流动,假定为Poiseuille流动;而敏感质量块向下运动产生剪切力,从而带动V区气体由上向下运动,假定为Couette流动。此时流动的支配方程为:

$$\mu \left(\frac{d^2 w}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dw}{dr} \right) = \frac{dp}{dz} = -\frac{p_{II} - p_{III}}{l} = -\frac{\Delta p}{l} \quad (2)$$

式(2)的滑流边界条件为:

$$\begin{cases} r = r_0, w = -w_0 + L_{s2} \frac{dw}{dr} \Big|_{r=r_0} \\ r = R, w = -L_{s2} \frac{dw}{dr} \Big|_{r=R} \end{cases} \quad (3)$$

式中 L_{s2} 为气体在滑膜固壁表面的滑移长度。对于高 K_n 数($K_n > 0.01$ 时)下的稀薄气体来说, $L_{s2} = (2 - \sigma_2)/\sigma_2 \lambda$, σ_2 为V区气体运动的动量协调系数。对I区采用圆柱坐标系,由式(2)积分可得敏感质量块表面的压强分布为:

$$p_I = p_{II} + \frac{3\mu(r_0^2 - r^2)}{h_0^3(1+6L_{s1}/h_0)} w_0 \quad (4)$$

同理对II区有:

$$p_{IV} = p_{III} - \frac{3\mu(r_0^2 - r^2)}{h_1^3(1+6L_{s1}/h_1)} w_0 \quad (5)$$

根据式(2)、(3)可得:

$$w = -\frac{\Delta p}{4\mu l} r^2 + c_1 \ln r + c_2 \quad r_0 \leq r \leq R \quad (6)$$

式(6)的积分常数为 $c_1 = (w_0 + \zeta_3 \Delta p / 4\mu l) / (\zeta_2 + \zeta_1)$, $c_2 = (-\zeta_2 w_0 + \zeta_4 \Delta p / 4\mu l) / (\zeta_2 + \zeta_1)$, 其中 $\zeta_1 = L_{s2} / r_0 - \ln(r_0)$, $\zeta_2 = L_{s2} / R + \ln(R)$, $\zeta_3 = (R + r_0)(2L_{s2} + R - r_0)$, $\zeta_4 = 2L_{s2}(\zeta_1 R - \zeta_2 r_0) + \zeta_2 r_0^2 + \zeta_1 R^2$ 。

假定气体不可压缩, 所以敏感质量块排开的气体流量与V区流过的气体流量相等, 从而有:

$$Q = \int_{r_0}^R w 2\pi r dr = \pi r_0^2 w_0 \quad (7)$$

将式(6)代入式(7)可得:

$$\Delta p = 4\mu l \beta_p w_0 \quad (8)$$

式中 $\beta_p = (\zeta_3 R r_0) / (k_1 + k_2 + k_3)$, $k_1 = R r_0 (R^2 - r_0^2) [(R^2 + r_0^2) \ln(R/r_0) - R^2 + r_0^2]$, $k_2 = 4L_{s2}^2 (R^2 - r_0^2)^2$, $k_3 = L_{s2} (R + r) \{R^4 - r_0^4 + 4Rr_0^3 - 4R^3 r_0 + (4R^3 r_0 - 4Rr_0^3 + 4R^2 r_0^2) \ln(R/r_0)\}$ 。则压差 Δp 与 l 、 μ 和 w_0 成正比。

1.2 阻尼力计算

根据牛顿内摩擦定律和式(6), 可得敏感质量块外部圆周上的受到的剪切力为:

$$\tau_w = \mu \left. \frac{dw}{dr} \right|_{r=r_0} = \mu \left(-\frac{\Delta p}{2\mu l} r_0 + \frac{c_1}{r_0} \right) \quad (9)$$

那么敏感质量块受到的滑膜阻尼力为:

$$F_{\text{slide}} = \tau_w (2\pi r_0 l) = 2\pi c_1 \mu l - \pi r_0^2 \Delta p \quad (10)$$

将 Δp 和 c_1 代入式(10)可得:

$$F_{\text{slide}} = 2\pi \mu l \left(\frac{1 + \zeta_3 \beta_p}{\zeta_1 + \zeta_2} - 2\beta_p r_0^2 \right) w_0 = C_{\text{slide}} w_0 \quad (11)$$

式中 C_{slide} 为滑膜阻尼系数, $C_{\text{slide}} = 2\pi \mu l \left(\frac{1 + \zeta_3 \beta_p}{\zeta_1 + \zeta_2} - 2\beta_p r_0^2 \right)$ 由敏感质量块上下表面压强差产生的合成压膜阻尼力为:

$$F_{\text{squeeze}} = \int_0^{r_0} (p_1 - p_{IV}) 2\pi r dr \quad (12)$$

将式(4)、(5)和 Δp 代入上式可得:

$$F_{\text{squeeze}} = \pi \mu r_0^2 \left[4l \beta_p + \frac{3}{2} r_0^2 \left(\frac{1}{h_0^2 (h_0 + 6L_{s1})} + \frac{1}{h_1^2 (h_1 + 6L_{s1})} \right) \right] w_0 = C_{\text{squeeze}} w_0 \quad (13)$$

式中 C_{squeeze} 为压膜阻尼系数, $C_{\text{squeeze}} = \pi \mu r_0^2 \left[4l \beta_p + \frac{3}{2} r_0^2 \left(\frac{1}{h_0^2 (h_0 + 6L_{s1})} + \frac{1}{h_1^2 (h_1 + 6L_{s1})} \right) \right]$ 。

敏感质量块受到的总阻尼力为:

$$F = F_{\text{squeeze}} + F_{\text{slide}} = (C_{\text{squeeze}} + C_{\text{slide}}) w_0 \quad (14)$$

则总的阻尼系数为:

$$C = \frac{F}{w_0} = (C_{\text{squeeze}} + C_{\text{slide}}) \quad (15)$$

2 实例分析

某电容式加速度计基本设计参数如表1所示。在静止状态时封闭腔内温度为 25°C , 压强为 $p_0 = 1 \text{ atm}$ (1个标准大气压下), 空气平均自由程 $\lambda = 70 \text{ nm}$, 空气动力粘度为 $\mu = 22.6 \times 10^{-6} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ^[5]。假定敏感质量块速度 $w_0 = 0.1 \text{ ms}^{-1}$ 。对于采用硅微机械加工表面, 可取 $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ^[2], 则滑移长度 $L_{s1} = L_{s2} = \lambda = 70 \text{ nm}$ 。根据式(8)可得: $\Delta p = 0.188 \text{ Pa}$, 压差很小; 则 $c_1 = 13.006 \text{ s}$, $c_2 = 89.154 \text{ s}$ 。由式(10)、(13)可得, 滑膜阻尼力 $F_{\text{slide}} = 5.18 \times 10^{-7} \text{ N}$, $C_{\text{slide}} = 5.18 \times 10^{-6} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$; 压膜阻尼力 $F_{\text{squeeze}} = 1.52 \text{ N}$, $C_{\text{squeeze}} = 15.2 \text{ kg}\cdot\text{s}^{-1}$ 。 $F_{\text{squeeze}} \gg F_{\text{slide}}$, 说明加速度计中起主

要作用的是压膜阻尼力,系统总的阻尼系数 $C \approx C_{\text{squeeze}}$,取决于压膜阻尼;再由式(12)可以看出,在敏感质量块尺寸一定的情况下,系统总的阻尼系数取决于封闭腔内的气体的动力粘度。

表1 加速度计的基本设计参数

R/mm	r_0/mm	l/mm	$h_0/\mu\text{m}$	$h_1/\mu\text{m}$
2	1.5	1	4	4

对于电容式加速度计来说,最大平滑阻尼等于0.707是整个系统的理论最佳阻尼^[6]。经过上面的分析可以看出,当封闭腔内的压强在1个标准大气压下时,显然此时的阻尼远大于0.707,必须采取如下措施来减小阻尼:

(1) 在不改变敏感质量块尺寸的前提下,可以通过降低封闭腔内的压强来减小气体的动力粘度,从而达到小阻尼的目的;

(2) 由式(12)可以看出,阻尼 C_{squeeze} 与敏感质量块的半径 r_0 的二次方和四次方直接相关,因此可考虑减小 r_0 来减小阻尼;

(3) 可以考虑通过在敏感质量块上开孔,即可以减小阻尼又可以降低质量,但必须注意打孔位置和电极面积对加速度计量程的影响^[6]。

由滑移长度的计算公式和式(1)可以看出,对于微缝隙和微尺度气膜来说,压膜表面的压强对于动量协调系数 σ 的变化非常敏感。需要指出的是,对于采用不同微机械加工工艺和材质制作的固体壁面而言,由于表面粗糙度和光洁度等因素的影响,动量协调系数可能不同。为了准确地计算气膜阻尼(尤其是压膜阻尼),就需要对动量协调系数 σ 深入研究和探讨。

3 结 论

本文基于稀薄气体物理学理论和滑流修正的雷诺方程,分析了电容式加速度计的敏感质量块在轴向运动时受到的气膜阻尼,得到阻尼力和阻尼系数的简化解析解。根据分析结果,指出了几种减小阻尼的方法。最后指出,动量协调系数对于气膜阻尼(尤其是压膜阻尼)的影响非常大,需要进一步研究和探讨。

参 考 文 献

- [1] Mehner J, Kurth S, Billep D, et al. Simulation of gas damping in microstructures with nontrivial geometries[C]// Proceedings of 11th IEEE Micro Electro Mechanical Systems, Heidelberg Ger., 1998: 172-177.
- [2] Starr J. Squeeze-film damping in solid-state accelerometer[C]// Technical Digest, 1990 Solid-State Sensor and Actuator Workshop, Heidelberg Ger., 1990: 44-47.
- [3] Burgdorfer A. The influence of the molecular mean free path on the performance of hydrodynamic gas lubricated bearings[J]. ASME Trans. Journal of Basic Engineering, 1959, 81: 94-100.
- [4] 沈 青. 稀薄气体动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 2003: 126-127.
- [5] Davies B, Montague S, Smith J, et al. Micromechanical structures and microelectronics for acceleration sensing[C]// Proceedings of the SPIE-The International Society for Optical Engineering, Chicago USA, 1997:237-244.
- [6] 陈宇晓. 电容式微机械静电伺服加速度计分析[D].成都: 电子科技大学, 2002.

编 辑 孙晓丹