第 35 卷　第 3 期　　电 子 科 技 大 学 学 报　　Vol.35　No.3
2006 年 6 月　　Journal of University of Electronic Science and Technology of China　　Jun. 2006

带包络约束的优化滤波器设计方法

王　田[1]，杨士中[2]

(1. 重庆工商大学计算机科学与信息工程学院　重庆 南岸区　400067;　2. 重庆大学通信工程学院　重庆 沙坪坝区　400044)

【摘要】对信道均衡、雷达或声纳脉冲压缩等应用领域中要求满足波形条件且使输出噪声增益最小化的滤波器设计问题进行了研究。用波形包络约束表达式和极值条件可以准确地描述滤波器的性能要求，从而将该设计问题转化为半无限二次凸规划问题进行分析。利用Lagrangian对偶理论和Carathéodory维度理论把半无限二次凸规划问题转化成等价的易于求解的有限维对偶优化问题，并给出了求解有限维对偶优化问题的迭代算法，设计实例表明了此方法的有效性。

关　键　词　滤波器;　包络约束;　半无限规划;　迭代算法

中图分类号　TN911.7　　　文献标识码　A

A Design Approach to Optimal Filter with Envelope-Constrained

WANG Tian[1]，YANG Shi-zhong[2]

(1. College of Computer Science and Information Engineering, Chongqing Technology and Business University　Nan’an　Chongqing　400067;

2. College of Communication Engineering, Chongqing University　Shapingba　Chongqing　400044)

Abstract　In this paper, we give a thoroughly study on the approach to design of linear time-invariant filter with minimal output noise enhancement and output signal shape constrained to lie within prescribed upper and lower bounds envelope. With the shape envelope inequality constraints and optimal value conditional expression, the performance requirements of filter can be mathematically formulated as optimization problem. Then the envelope constrained optimal filter design problem can be transform into an QP problem with a convex quadratic cost function and semi-infinite number of linear inequality constraints. Utilizing Lagrangian’s dual and Carathé odory’s dimensionality theorem, the semi-infinite convex quadratic programming problem is converted into an equivalent finite optimization dual problem, which can be solved by generic optimization methods. Moreover, iterative algorithm for solving equivalent finite optimization dual problem is presented. By a design example, the theory and method are proved most feasible.

Key words　filter;　envelope constrained;　semi-infinite programming;　iterative algorithm

在信道均衡、雷达或声纳脉冲压缩等应用领域中，对噪声干扰下的输入信号进行滤波处理时，通常要求输出信号满足给定的形状包络要求，避免波形畸变引起码间串扰，同时使噪声干扰的影响最小化。对于这类要求，可以采用最小均方(Least Mean Square，LMS)法来使输出响应与给定波形间的均方差最小。但LMS法设计的滤波器对目标波形细节极为敏感，且没有充分考虑噪声干扰，设计结果并不令人满意。文献[1-2]把信号处理和滤波器设计问题转化为用一组有限不等式约束表示的问题来进行分析。用包络约束表达式可以明确地描述滤波性能要求，称为包络约束(Envelope-Constrained，EC)滤波。文献[3]对无限数量的边带不等式约束下的滤波问题进行了研究，并扩展到时变系统中[4-5]。在这些研究思路的启发下，前面提到的问题显然可以转化为带包络约束和极值条件的优化问题予以求解。

1　问题的描述

考虑一个线性时不变滤波器 $u(t)\in L^2([0,\infty))$，设 $t\in[0,\infty)$，使输入信号 $s(t)$ 在噪声 $n(t)$ 干扰下的输出信号 $y(t)$ 的波形在给定的上边界 $\varepsilon^+(t)$ 和下边界 $\varepsilon^-(t)$ 包络范围内，并且使输出的噪声增益最小。

滤波器 $u(t)$ 对输出噪声的影响极大。假定加在输入信号 $s(t)$ 上的干扰 $n(t)$ 是均值为0、方差为 σ^2 的白噪

收稿日期：2003 – 12 – 04

基金项目：重庆市应用基础研究项目(03-8084)

作者简介：王　田(1971 –)，男，博士，副教授，主要从事信号处理，通信与信息系统等方面的研究；杨士中(1937 –)，男，教授，博士生导师，中国工程院院士，主要从事通信理论和运载器通信测控技术等方面的研究.

声，根据文献[6]的研究结论，$n(t)$ 在输出端产生的噪声均值为0，方差为 $\sigma^2\|u\|_2^2$，当滤波器的范数最小时输出噪声干扰最小。输出信号 $s(t)$ 的波形必须满足上下边界 $\varepsilon^+(t)$ 和 $\varepsilon^-(t)$ 定义的包络约束限制，即 $\varepsilon^-(t)\le y(t)\le\varepsilon^+(t),\quad t\in[0,\infty)$。令 $D(t)\triangleq[\varepsilon^+(t)+\varepsilon^-(t)]/2,\ \varepsilon(t)\triangleq[\varepsilon^+(t)-\varepsilon^-(t)]/2$，则优化滤波问题可以转化为二次规划(Quadratic Programming，QP)问题：

$$\begin{cases}\min f(u)=\|u\|_2^2 & u\in L^2([0,\infty))\\ s.t.\left|\int_0^\infty u(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}\tau-D(t)\right|\le\varepsilon(t) & t\in[0,\infty)\end{cases}\tag{1}$$

式中 $\|u\|_2^2=\langle u(t),u(t)\rangle=\int_0^\infty|u(t)|^2\,\mathrm{d}t$。由于 $u(t)\in L^2([0,\infty))$，若 $\{\varphi_j\}_{j=0}^\infty$ 是 L^2 的一个完备正交基，则对于有限近似滤波器有 $u_n(t)=\sum_{j=0}^{n-1}\boldsymbol{X}_j\varphi_j(t),\boldsymbol{X}_j=<u,\varphi_j>,t\in[0,\infty)$，式中 $\boldsymbol{X}_j\,(j=0,1,\cdots)$ 是滤波器 $u_n(t)$ 相应的滤波系数。若输入信号向量 $\boldsymbol{\theta}(t)\in R^n$ 和滤波系数向量 $\boldsymbol{X}\in R^n$ 为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{\theta}_j(t)=\int_0^\infty\varphi_j(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}\tau & j=0,1,\cdots,n-1\\ \boldsymbol{X}=[X_0,X_1,\cdots,X_{n-1}]^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{\theta}(t)=[\boldsymbol{\theta}_0(t),\boldsymbol{\theta}_1(t),\cdots,\boldsymbol{\theta}_{n-1}(t)]^{\mathrm{T}}\end{cases}\tag{2}$$

输入信号 $s(t)$ 经过 $u_n(t)$ 滤波处理后的输出信号 $y_n(t)=\int_0^\infty u_n(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}\tau=\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X},t\in[0,\infty)$，则 u_n 的范数：

$$\|u_n\|_2=\sqrt{\sum_{i=0}^{n-1}\sum_{j=0}^{n-1}x_ix_j\langle\varphi_i,\varphi_j\rangle}=\sqrt{\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X}}=\|\boldsymbol{X}\|_2\tag{3}$$

若定义 $\boldsymbol{A}(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}(t)\\-\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}(t)\end{bmatrix}_{2\times n},\quad \boldsymbol{b}(t)\begin{bmatrix}\varepsilon^+(t)\\-\varepsilon^-(t)\end{bmatrix}_{2\times1}$；在大多数实际应用中，滤波问题是在 $[0,T]$ 上进行处理。因此，可以转化为如下的QP问题：

$$\begin{cases}\min f(\boldsymbol{X})=\|\boldsymbol{X}\|_2^2\\ s.t.g(\boldsymbol{X},t)=\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{X}-\boldsymbol{b}(t)\le0_2 & \forall t\in[0,T]\end{cases}\tag{4}$$

很明显，上述QP问题中目标函数是严格的凸函数，约束条件 $g(\cdot,t)$ 也是线性的，属于(时间连续)半无限凸规划问题。

2　求解方法

半无限凸规划问题中，由于约束条件无限多，难以求解。文献[7-8]给出了无限凸规划问题的求解方法。可以利用Lagrangian对偶理论和Carathéodory维度理论把半无限凸规划问题转化成等价的有限规划问题，然后再用相关方法求解[5, 9]。兼顾方法的一般性和针对性，$f(\boldsymbol{X})\triangleq\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+d$，$g(\boldsymbol{X},t)\triangleq\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{X}-\boldsymbol{b}(t)$，$\boldsymbol{Q}\in R^{n\times n}$ 是正定对称矩阵，$\boldsymbol{C}\in R^n$，$d\in R$。考察下面的Lagrangian函数定义：

$$\angle(\boldsymbol{X},\lambda)\triangleq f(\boldsymbol{X})+\langle g(\boldsymbol{X},t),\lambda(t)\rangle=\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+d+\langle\boldsymbol{A}(t)\boldsymbol{X}-\boldsymbol{b}(t),\lambda(t)\rangle\tag{5}$$

式中 $\lambda(t)=[\lambda_1(t),\lambda_2(t),\cdots,\lambda_m(t)]^{\mathrm{T}}$ 是定义在对偶空间上的Lagrangian乘法向量。因此有：

$$\angle(\boldsymbol{X},\lambda)=\frac{1}{2}\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}-\int_\Omega\boldsymbol{b}(t)\mathrm{d}\lambda(t)+\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}\int_\Omega\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\lambda(t)+d\tag{6}$$

带约束条件限制的极值问题中Lagrangian乘法向量 $\lambda(t)$ 并不总是存在，有必要对约束等式增加一些假设条件，Slater约束限制条件可以确保 $\lambda_i(t)$ 不全为0，式中 $(i=1,2,\cdots,m)$。

假设 1　对于任意 $t\in\Omega$ 存在着一个 $\boldsymbol{X}^0\in R^n$ 使 $g(\boldsymbol{X}^0,t)<0_m$。

由于Lagrangian函数在 $\boldsymbol{X}$ 处是凸的，在 λ 处是凹的，由上述假设有针对QP问题的Lagrangian对偶定理。

定理 1　若在 $\boldsymbol{X}^*\in R^n$ 处得到原问题的优化解，则存在一个解 $\lambda^*(t)=[\lambda_1^*(t),\lambda_2^*(t),\cdots,\lambda_m^*(t)]^{\mathrm{T}}$ 使得：

$$f(\boldsymbol{X}^*)=\min_x \angle(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\lambda}^*),\langle g(\boldsymbol{X}^*,t),\boldsymbol{\lambda}^*(t)\rangle=0 \tag{7}$$

式(7)中在 $\boldsymbol{X}$ 处的极小值是非约束的，因此：

$$\nabla_x\angle(\boldsymbol{X},\boldsymbol{\lambda})=\boldsymbol{QX}+\boldsymbol{C}+\int_\Omega \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)=0_n \tag{8}$$

变换可得 $\boldsymbol{X}(t,\lambda(t))=-\boldsymbol{Q}^{-1}\left(\int_\Omega \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)+\boldsymbol{C}\right)$，代入式(7)中可以得到下面的对应于式(4)描述的半无限QP对偶问题：

$$\begin{cases}\min_{(t,\boldsymbol{\lambda}(t))}\phi(t,\boldsymbol{\lambda})\\ s.t.\boldsymbol{\lambda}(t)\geq 0_m \qquad t\in\Omega\end{cases} \tag{9}$$

式中　对偶的目标函数如下：

$$\phi(t,\boldsymbol{\lambda})=\frac{1}{2}\left(\int_\Omega \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)+\boldsymbol{C}\right)^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}\left(\int_\Omega \boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)+\boldsymbol{C}\right)+\int_\Omega \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t)\mathrm{d}\boldsymbol{\lambda}(t)-d \tag{10}$$

上述对偶问题的约束集较简单，比原问题相对容易求解。然后可以进一步用Karush-Kuhn- Tucker条件和Carathéodory维度理论把对偶的半无限QP问题转换成等价的有限维优化问题[9]：

$$\begin{cases}\min_{(t_i,\boldsymbol{\lambda}(t_i))}\ \phi(t,\Lambda(t))\\ s.t.\ \ \Lambda(t)\geq 0_{mk}\end{cases} \tag{11}$$

式中　目标函数为 $\phi(t,\Lambda(t))=\frac{1}{2}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda(t)+\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{Q}^{-1}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda(t)+\boldsymbol{C})+\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda(t)-d$，且 $t=[t_1,t_2,\cdots,t_k]^{\mathrm{T}}$；$\Lambda(t)=[\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(t_1),\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(t_2),\cdots,\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(t_k)]^{\mathrm{T}}$；$\boldsymbol{A}(t)=[\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t_1),\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t_2),\cdots,\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t_k)]$；$\boldsymbol{b}(t)=[\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t_1),\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t_2),\cdots,\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}(t_k)]^{\mathrm{T}}$；$t\in R_+^k$，$\Lambda(t)\in R_+^{mk}$；$\boldsymbol{A}(t)\in R^{mk\times n}$；$\boldsymbol{b}(t)\in R^{mk}$。得到 t 和相应的 $\Lambda(t)$ 时，原来有严格的凸目标函数的QP问题很容易由 $\boldsymbol{X}(t,\Lambda(t))=-\boldsymbol{Q}^{-1}(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda\lambda(t)+\boldsymbol{C})$ 得到。

3　迭代算法

把前面定义的矩阵 $\boldsymbol{A}(t)$ 代入中式(11)中，滤波系数向量的第(j+1)个分量可以给出如下：

$$\begin{aligned}\boldsymbol{X}_j(t,\lambda)&=-\frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{T}}\boldsymbol{\theta}_j(t)\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{\lambda}(t)=-\frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{T}}\left(\int_0^\infty\varphi_j(\tau)s(t-\tau)\mathrm{d}\tau\right)\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{\lambda}(t)=\\ &\int_0^\infty\left(-\frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{T}}s(t-\tau)\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{\lambda}(t)\right)\varphi_j(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_0^\infty u_n(\tau)\varphi_j(\tau)\mathrm{d}\tau\end{aligned} \tag{12}$$

式中　$\Delta\boldsymbol{\lambda}(t)=\lambda_1(t)-\lambda_2(t)$。优化滤波器 u_n^* 可用优化的Lagrangian乘法向量 $\boldsymbol{\lambda}^*(t)=[\lambda_1^*(t),\lambda_2^*(t)]^{\mathrm{T}}$ 表示：

$$u_n^*(\tau)=-\frac{1}{2}\int_0^{\mathrm{T}}s(t-\tau)\mathrm{d}\Delta\boldsymbol{\lambda}^*(t) \qquad \tau\in[0,\infty) \tag{13}$$

式中　$\Delta\boldsymbol{\lambda}^*(t)=\lambda_1^*(t)-\lambda_2^*(t)$,且$t\in[0,\mathrm{T}]$。根据分析，可把半无限优化滤波问题转化为等价的有限优化滤波问题。一旦得到 t 和相应的 $\Lambda(t)$ 时，滤波系数向量 $\boldsymbol{X}(t,\Lambda(t))$ 和最小噪声输出可以被分别构造为：

$$\begin{cases}\boldsymbol{X}(t,\Lambda(t))=-\frac{1}{2}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t)\Lambda(t)\\ \boldsymbol{y}_n(t)=\boldsymbol{\theta}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{X}\end{cases} \tag{14}$$

$$\boldsymbol{y}_n(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{y}_n(t_1)\\ \boldsymbol{y}_n(t_2)\\ \vdots\\ \boldsymbol{y}_n(t_k)\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\theta}'(t)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}'(t_1)\\ \boldsymbol{\theta}'(t_2)\\ \vdots\\ \boldsymbol{\theta}'(t_k)\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{\theta}(t_i)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\theta}_0(t_i)\\ \boldsymbol{\theta}_1(t_i)\\ \vdots\\ \boldsymbol{\theta}_{n-1}(t_i)\end{bmatrix} \tag{15}$$

式中　$\theta_j(t_i)$ 由(4)式 $i=1,2,\cdots,k,\ j=0,1,\cdots,n-1$ 给定，滤波系数向量可以进一步表示为：

$$\boldsymbol{X}(t,\Lambda(t))=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^k\boldsymbol{A}^T(t_i)\boldsymbol{\lambda}(t_i)=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^k\boldsymbol{\theta}(t_i)\Delta\boldsymbol{\lambda}_i \tag{16}$$

式中　$\Delta\lambda_i\triangleq\lambda_{i,1}-\lambda_{i,2}$，则可以得到如下离散的滤波系数向量的第($j$+1)个分量：

$$\boldsymbol{X}_j=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\boldsymbol{\theta}_j(t_i)\Delta\lambda_i=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}\left(\int_0^{\infty}\varphi_j(\tau)s(t_i-\tau)\mathrm{d}\tau\right)\Delta\lambda_i=\int_0^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}s(t_i-\tau)\Delta\lambda_i\right)\varphi_j(\tau)\mathrm{d}\tau=\int_0^{\infty}u_n(\tau)\varphi_j(\tau)\mathrm{d}\tau_i \quad (17)$$

式中　$j=0, 1, \cdots, n-1$。连续时间优化滤波器对应的等价离散时间优化滤波器为：

$$u_n^*(\tau)=-\frac{1}{2}\sum_{i=1}^{k}s(t_i-\tau)\Delta\lambda_i^* \qquad \tau\in[0,\infty) \quad (18)$$

令 $\eta=[t^{\mathrm{T}},\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}]^{\mathrm{T}}$，根据文献[5]和[9]的研究结论可以得到下面的迭代关系：

$$\eta_{j+1}=\eta_j-h_j\nabla\boldsymbol{F}^{-1}(\eta_j)\boldsymbol{D}(\alpha)\boldsymbol{F}(\eta_j) \quad (19)$$

式中　$\boldsymbol{D}(\alpha)\triangleq\mathrm{diag}(\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{3k})\in R_+^{3k\times 3k}$ 是一个包含向量分量 $\alpha\triangleq[\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_{3k}]^{\mathrm{T}}\in R_+^{3k\times 3k}$ 的对角矩阵；势函数 $\boldsymbol{F}(\eta)\in R^{3k\times 3k}$ 和Jacobian矩阵 $\nabla\boldsymbol{F}(\eta)\in R^{3k\times 3k}$ 分别定义如下：

$$\boldsymbol{F}(\eta)=\boldsymbol{D}(\eta)\nabla\phi(\eta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}(t)\nabla_t\phi(t,\Lambda)\\ \boldsymbol{D}(\Lambda)\nabla_{\Lambda}\phi(t,\Lambda)\end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\nabla\boldsymbol{F}(\eta)=\boldsymbol{D}(\nabla\phi(\eta))+\boldsymbol{D}(\eta)\nabla^2\phi(\eta)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{D}(\nabla_t\phi(t,\Lambda))+\boldsymbol{D}(t)\nabla_t^2\phi(t,\Lambda) & \boldsymbol{D}(t)\nabla_{(t,\Lambda)}^2\phi(t,\Lambda)\\ \boldsymbol{D}(\Lambda)\nabla_{(\Lambda,t)}^2\phi(t,\Lambda) & \boldsymbol{D}(\nabla_{\Lambda}\phi(t,\Lambda))+\boldsymbol{D}(\Lambda)\nabla_{\Lambda}^2\phi(t,\Lambda)\end{bmatrix} \quad (21)$$

把从上面两式中求得的 η_{j+1} 代入式(18)中，可以得到下面求解连续时间滤波优化问题的迭代算法：设 $j=0$，选择初始点 η_0、停止判据 ε_η 和步长 h_j。(1) 令 $d_j=\nabla\boldsymbol{F}^{-1}(\eta_j)\boldsymbol{D}(\alpha)\boldsymbol{F}(\eta_j)$，计算 $\eta_{j+1}=\eta_j-h_jd_j$；(2) 用 η_{j+1} 求得 $\boldsymbol{X}_{j+1}$ 和 f_{j+1}，即 $\boldsymbol{X}_{j+1}=-\frac{1}{2}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}(t_{j+1})\Lambda_{j+1}, f_{j+1}=f(\boldsymbol{X}_{j+1})$；(3) 若 $\boldsymbol{X}_{j+1}$ 同时满足滤波优化问题的约束和停止条件 $\|d_{j+1}\|_2<\varepsilon_\eta$，则停止；否则返回(1)用 j 代替 j+1继续计算。

4　设计实例分析

在同轴电缆数字传输系统的设计中，本文采用了上述算法设计均衡器。用均衡滤波器对衰减了近28 dB的输入信号进行校正，消除码间串扰和信道噪声，产生满足标准基带信号形状包络要求的信号。由于输入信号在32个码元内衰减到了足以忽略的程度，因此可以把输入信号作为在[0,32b](b表示标准码元时间间隔)内的有限时间信号进行处理，并在[0,32b]间隔内按照b/8周期进行采样形成离散信号。本文按照上述方法分别用2种不同步长进行迭代计算 $h=0.1$和$h=2.5$，停止判据为 $\varepsilon_\eta=10^{-5}$。设计结果分析如图1所示。从图1可以看出经过均衡处理(优化)后的输出信号完全在标准输出包络范围内。

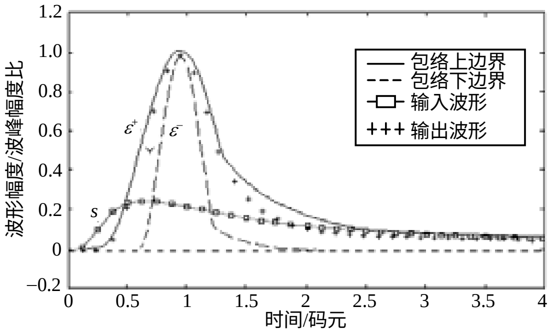

图1　输入信号和输出响应(采样周期为b/8)

在设计中还发现在满足约束限制的前提下，用较大的固定步长和较小的比例参数相结合可以使迭代计算的收敛速度更快。目前的研究主要是在时域内进行，下一步将在频域内进行尝试。

参　考　文　献

[1] McAulay R J. Numerical optimization techniques applied to PPM signal design[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1968,14(5): 708-716.
[2] McAulay R J. Johnson J R. Optimal mismatched filter design for radar ranging detection and resolution[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1971,17: 696-701.
[3] Fortmann T E, Athans M. Optimal filter design subject to output sidelobe constrains: theoretical consideration[J]. Optimization Theory and Application, 1974, 14(2): 179-197.
[4] Fortmann T E, Evans R J. Optimal filter design subject to output sidelobe constrains: computational algorithm and numerical result[J]. Optimization Theory and Application, 1974, 14: 271-290.
[5] Chien Hsun Tseng. Iterative algorithms for envelope-constrained filter design[D]. Curtin: University of Technology, 1999.
[6] Evans R J, Cantoni A, Fortmann T E. Envelope-constrained[J]. IEEE Trans. Inform. Theory, 1977, 23: 421-444.
[7] Anderson E J, Nash P. Linear programming in infinite-dimensional space: theory and applications[M]. New York: Wiley & Sons, 1987.
[8] Goberna M A, López M A. Linear semi-infinite optimization[M]. New York: Wiley & Sons, 1998.
[9] Tseng C H, Teo K L, Cantoni A, et al. A dual approach to continuous-time envelope-constrained filter design via orthonormal filters[J]. IEEE Trans. Circuits and system-I:Fundamental Theory and Application, 1999, 46(9): 1 042-1 054.

编　辑　熊思亮