

# 基于CORDIC算法的频谱分析技术研究

阎 啸<sup>1</sup>, 秦开宇<sup>1</sup>, 高援开<sup>2</sup>, 吴绍炜<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学自动化工程学院 成都 610054; 2. 第二炮兵驻成都地区军事代表室 成都 610031)

**【摘要】**讨论了数字检波的工作原理,提出了基于CORDIC算法的数字检波方案。根据该方案,使用FPGA实现了基于CORDIC算法的数字检波器。通过在VXI全数字中频实时宽带射频频谱分析仪中实验验证,基于CORDIC算法的数字检波器是可行的。它与数字下变频器结合可以得到高测量精度和动态范围,其带内一致性可达到 $\pm 0.01$  dB,测试动态范围可扩展到100 dB。如果数字下变频器和基于DSP的高精度细化FFT分析相结合,测试频率分辨率可达到0.03 Hz。

**关键词** 全数字中频; 实时宽带; VXI射频频谱分析仪; CORDIC算法; 数字检波  
中图分类号 TM935.21 文献标识码 A

## Study of Spectrum Analysis Based on CORDIC Algorithm

YAN Xiao<sup>1</sup>, QIN Kai-yu<sup>1</sup>, GAO Yuan-kai<sup>2</sup>, WU Shao-wei<sup>1</sup>

(1. School of Automation Engineering, Univ. of Elec. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054;  
2. Chengdu Military Representation Office of the Second Artillery Chengdu 610054)

**Abstract** In this paper, we first analyze the theory of digital detection and the rationale of CORDIC algorithm. On the basis of this, we propose the design scheme of digital detector based on CORDIC algorithm. The design scheme is successfully implemented by FPGA in the project of VXI all-digital IF real-time wideband RF spectrum analyzer design. The experiment shows that the digital detector based on CORDIC algorithm working with digital down converter has high precision and wide dynamic range:  $\pm 0.01$  dB frequency response flatness and 100 dB dynamic range. If the digital down converter works with high frequency resolution FFT based on DSP, the frequency resolution can reach 0.03 Hz.

**Key words** all-digital IF; real-time wideband; VXI RF spectrum analyzer; CORDIC algorithm; digital detector

目前,传统的频谱仪普遍采用模拟中频检波技术获取被测信号的幅度信息。由于模拟电路具有温度特性差、检波线性不好等固有缺陷,测试精度不高,此外还会丢失被测信号相位信息。而基于实时高精度细化快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)分析和基于数字检波的扫频分析等技术的全数字中频技术方案可有效解决上述问题<sup>[1]</sup>。协调旋转数字计算机(Coordinate Rotation Digital Computer, CORDIC)算法已广泛应用于数字信号处理中。在此算法基础上,本文提出了统一的CORDIC算法,其矢量的旋转和定向运算不需查三角函数表及乘法、开方、反三角函数等复杂运算,将三角、双曲及线性变换统一在一个表达式中<sup>[2]</sup>。

## 1 数字检波的基本原理

### 1.1 数字检波的主要功能

在全数字中频频谱仪中,数字检波主要完成原来模拟频谱分析仪中包络检波功能,以及模拟频谱分析仪不能实现的相位检测功能。图1所示是全数字中频频谱分析仪的组成框图。图中,中频模拟信号IF通过模数转换器(Analog to Digital Converter, ADC)采样变为数字信号,经自动增益控制器(Auto Gain Controller, AGC)增益补偿和数字下变频器(Digital Down Converter, DDC)下变频为两个正交基带信号分量I和Q,然后用分辨率滤波器取出待测频带的信号分量。根据用户设置的检波类型,计算出待测信号的电压、功率、电压对数值或相位信息,并送入后级视频滤波和视频检波模块处理。

收稿日期: 2005-09-09

作者简介: 阎 啸(1981-),男,博士生,主要从事通信测试方面的研究;秦开宇(1967-),男,博士,教授,主要从事通信测试方面的研究;高援开(1956-),男,高级工程师,主要从事通信方面的研究;吴绍炜(1974-),男,硕士生,主要从事通信测试方面的研究。

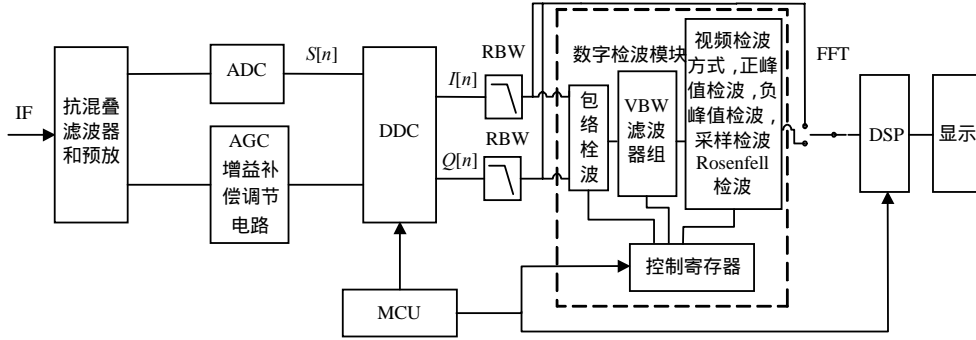


图1 频谱分析仪全数字中频电路的组成框图

### 1.2 数字检波的数学模型

由图 1，ADC 输出的中频采样信号经过 AGC 增益补偿后，输入到数字下变频器的中频信号为<sup>[3]</sup>：

$$Z[n] = A[n]e^{j(\omega_0 n + \theta[n])} = A[n]e^{j\theta[n]}e^{j\omega_0 n} \tag{1}$$

式中  $A[n]$ 是信号的瞬时包络； $\omega_0$ 为载频角频率； $e^{j\omega_0 n}$ 为信号的载频分量，它作为信息载体不含有用信息。DDC 对该中频信号乘以频移因子  $e^{-j\omega_0 n}$ ，把载频下移变为零频，同时分解为正交基带同相分量  $I$ 和正交分量  $Q$ ： $Z_b[n] = A[n]e^{j\theta[n]} = A\cos\theta[n] + j\sin\theta[n] = I[n] + jQ[n]$ 。 $I$ 和  $Q$ 输入到数字检波模块后，根据用户设置的数字检波类型分别对  $I$ 、 $Q$ 分量进行功率检波、电压检波、对数检波和相位检波。

### 1.3 数字检波数学模型的算法实现

通过分析数字检波的数学模型可以发现：数字检波主要涉及到数值的开方、取对数和反三角函数运算。数字检波可通过在数字信号处理器(Digital Signal Processor, DSP)或微程序控制器(Microprogrammed Control Unit, MCU)上运行算法软件来实现，也可以完全使用专用检波硬件来实现。前者由于受到 DSP 或 MCU 运算速度和运算能力的限制，一般只适用于低速、低精度的信号处理中；而后者所有检波算法完全由硬件实现，运算速度大大高于前者，而且运算精度可根据用户要求进行配置，从而达到很高的处理精度。所以基于现场可编程逻辑阵列(Field Programmable Gate Array, FPGA)的数字检波电路特别适用于高速、高精度数字信号处理。CORDIC 算法将数值的开方、取对数和反三角函数运算等复杂数学运算简化为简单的移位运算，通过连续基本角度单元旋转来实现，只需对其进行一定的运算约束，即可在 FPGA 中用硬件直接实现数值的开方运算、取对数运算和反三角函数运算。

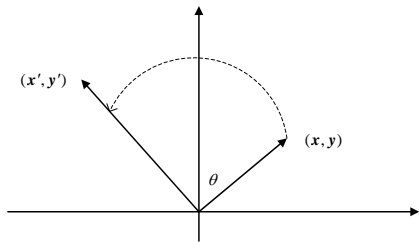


图2 CORDIC实现矢量旋转示意图

## 2 CORDIC算法

### 2.1 CORDIC算法基本原理

CORDIC 算法主要用于计算三角函数、双曲函数、指数和对数运算，其基本思想是通过一系列固定的与运算基数相关的角度不断偏摆来逼近所需的旋转角度，使得矢量旋转和定向运算不需要三角函数查表及乘、开方、反三角函数等复杂的数学运算，原理如图 2 所示。对矢量  $(x, y)$  旋转  $\theta$  角度变成  $(x', y')$ ，则有：

$$\begin{cases} x' = \cos\theta(x - y \tan\theta) \\ y' = \cos\theta(y + x \tan\theta) \end{cases} \tag{2}$$

式中 当旋转角度  $\theta$  满足  $\tan\theta = \pm 2^i$  时， $\tan\theta$ 的乘法运算简化为简单的移位运算。通过连续进行一系列的基本角度单元旋转，可实现任意角度的旋转。式(2)可表示为：

$$\begin{cases} x_{i+1} = K_i(x_i - y_i d_i 2^{-i}) \\ y_{i+1} = K_i(y_i + x_i d_i 2^{-i}) \end{cases}$$

式中  $K_i = \cos(\arctan 2^{-i}) = 1/\sqrt{1 + 2^{-2i}}$ ， $d_i = \pm 1$ 。CORDIC 算法一般工作在旋转和矢量两种模式下。旋转模式为将矢量旋转一个给定的角度；矢量模式为将输入矢量旋转到  $X$ 轴，同时记录下旋转的角度。文献[2]

中给出了 CORDIC 算法具体的公式推导和两种工作模式下  $n$  次迭代后的最终结果。

### 2.2 CORDIC 算法典型应用

#### 2.2.1 arctan 的计算

如果角度累加器初始化为 0，反正切值  $\theta = \arctan(y/x)$  可使用矢量模式下的 CORDIC 旋转直接得到。

$$z_n = z_0 + \arctan(y_0/x_0) \quad z_0 = 0 \tag{3}$$

#### 2.2.2 矢量幅值的计算

在矢量模式下，CORDIC 旋转器对输入矢量计算反正切值得到的副产品是矢量幅值，矢量旋转后，矢量被调整到  $X$  轴上，其幅值正好是该矢量的  $x$  分量： $x_n = A_n \sqrt{x_0^2 + y_0^2}$ 。

#### 2.2.3 对数运算

根据对数和反双曲余切函数的线性关系，以 10 为底的对数可以通过计算反双曲余切函数得到：

$$\lg r = \ln r \lg e = 2 \lg e \arctan h\left(\frac{r-1}{r+1}\right) = 0.868\ 588\ 96 \arctan h\left(\frac{r-1}{r+1}\right) \tag{4}$$

CORDIC 算法将输入矢量  $(x, y)$ ，沿着双曲线旋转到  $(x', 0)$ ，如图 3 所示。计算的结果是双曲线角度， $\arctan h(y/x)$ 。双曲线角度代表了输入矢量  $(x, y)$  覆盖的对数面积。

$$z_n = z_0 + \arctan h(y_0/x_0) \quad z_0 = 0 \tag{5}$$

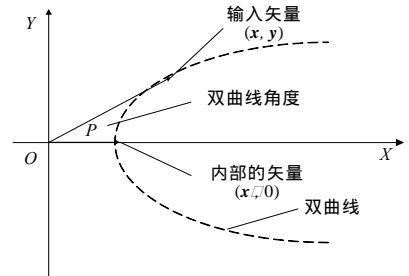


图 3 反双曲余切函数

## 3 数字检波器在频谱分析中的应用

根据数字检波的数学模型，可从功能上将数字检波进行细化实现。图 4 是数字检波功能实现框图。数字检波器使用 XILINX 公司的 XC2V2000 FPGA 实现。通过硬件描述语言和调用 IP Core 对各功能单元进行描述。其中调用 CORDIC IP Core 实现 CORDIC 算法本身，完成对  $I$ 、 $Q$  分量取模、取对数和求相位值运算；使用 FPGA 内部硬件乘法器实现  $I$ 、 $Q$  分量的平方运算。

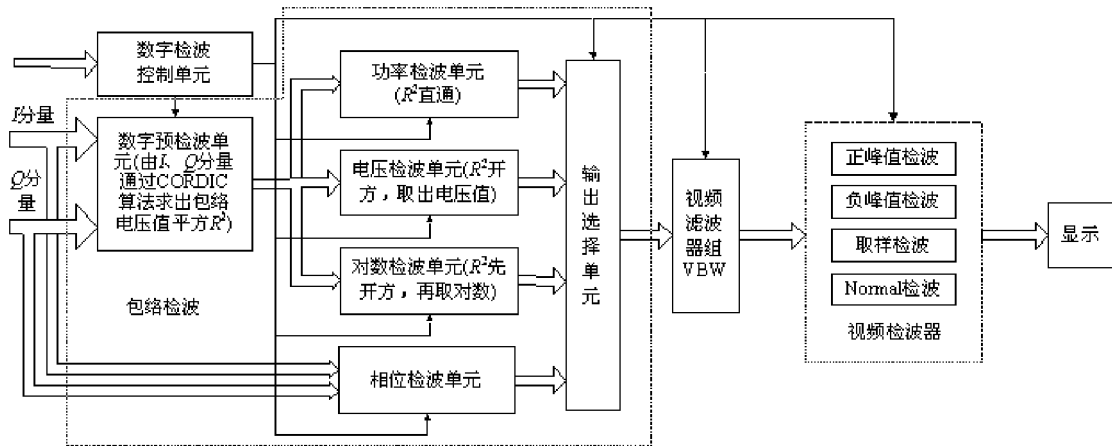


图 4 数字检波功能实现框图

数字检波控制单元根据用户设置，分别选择对应的包络检波单元、视频滤波器和视频检波单元对中频信号进行检波。包络检波单元使用 CORDIC 算法由正交  $I$ 、 $Q$  分量计算出信号的功率值、电压值、电压对数值或相位值，送入后级视频滤波器处理。由于频谱分析仪显示的信号是叠加了其内部噪声的，当被测信号接近噪声信号时，被测信号可能被内部噪声淹没。将包络检波结果送入选定的视频滤波器滤波，通过对检波后的信号进行平滑处理，减少噪声对信号显示的影响。视频滤波器通带带宽可以小于频谱分析仪的分辨率带宽，在这种情况下，视频系统将不再跟随检波信号快速变化，从而起到对显示信号平滑或平均的作用。减小视频滤波器带宽，噪声峰-峰幅度将被减小，减小的程度与视频滤波器带宽和分辨率带宽之比有关，比值小于 0.01 时，平滑效果最明显，比值较大时，效果不明显。

根据用户设定的视频检波类型,视频滤波平滑后的信号被送入对应的检波单元进行视频检波。图 5 给出了使用基于 CORDIC 算法的数字检波器在不同视频检波方式下得到的频谱图。正峰值检波作为频谱分析仪的默认视频检波方式,能很好地反映正弦信号的频谱,如图 5a 所示;负峰值检波一般用于电磁兼容性测试中,如图 5b 所示;取样检波作为一种简单的视频检波方式只能粗略的反映信号频谱,如图 5c 所示;Normal 检波能在不丢失信号的条件较好地反映随机噪声,如图 5d 所示。

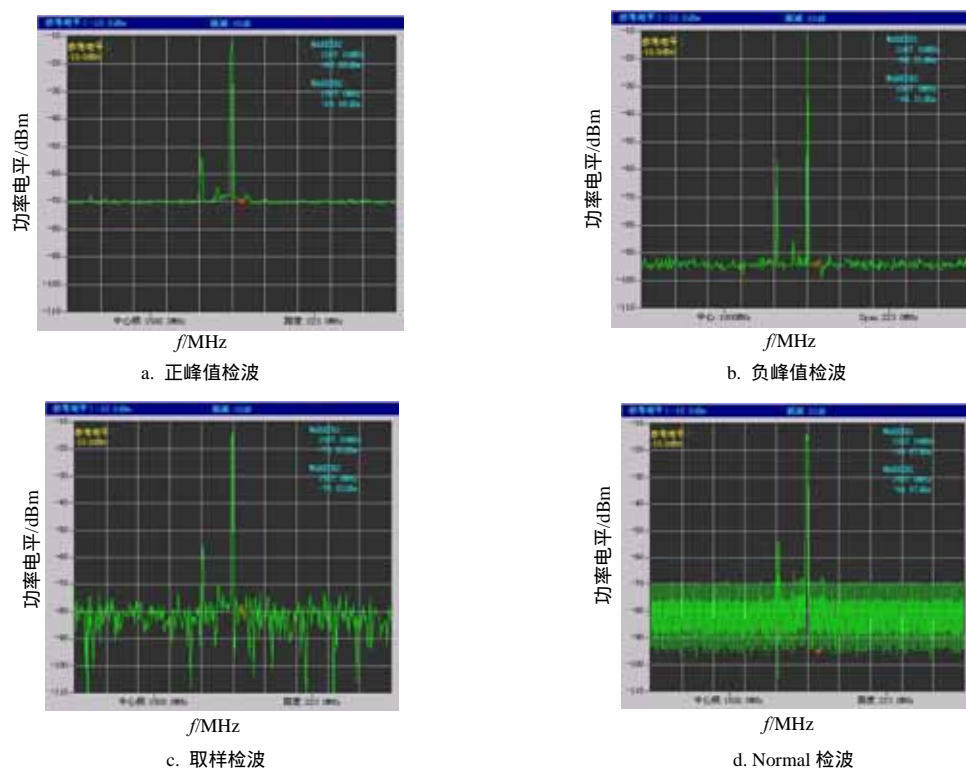


图 5 基于 CORDIC 算法的数字检波器不同视频检波方式下的频谱截图

## 4 结束语

全数字中频技术和基于 CORDIC 算法的数字检波器可广泛应用于其他高精度信号接收机的设计中。如果加入矢量信号和通信协议分析,还将其应用扩展到矢量信号分析、扩频/跳频信号分析、通信信号动态性能测试分析等领域。

## 参 考 文 献

- [1] Agilent Technologies Inc. Agilent spectrum analysis basics[M/CD]. www.agilent.com, 2005-08-05.
- [2] Andraka R. A survey of CORDIC algorithms for FPGA based computers[C]// In Proceedings of the 1998 ACM/SIGDA Sixth International Symposium on Field Programmable Gate Arrays, 1998: 191-200.
- [3] 杨小牛, 楼才义, 徐建良. 软件无线电原理与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2001.

编辑 漆 蓉