

## 矩形栅慢波系统的理论与实验研究

宫玉彬<sup>1</sup>, 徐如清<sup>2</sup>, 路志刚<sup>1</sup>, 魏彦玉<sup>1</sup>, 王冠军<sup>1</sup>, 王文祥<sup>1</sup>

(1. 电子科技大学物理电子学院 成都 610054; 2. 中国电子科技集团预研部 北京 海淀区 100846)

**【摘要】**为了克服单模近似法在分析矩形栅慢波系统高频特性时的局限性,采用了一种新的方法,即在表示槽区内的场时,保留其高次项,表为一无限本征驻波之和的形式,利用场匹配法得到其色散特性,进而求得耦合阻抗。然后针对矩形栅慢波系统进行了数值计算,并分析了金属栅的几何尺寸对系统高频特性的影响,以作为器件设计的参考。设计出3cm、8mm波段的矩形栅高频结构模型,进行实验测量,得到的实验值与理论值符合良好。

**关键词** 矩形栅; 色散关系; 耦合阻抗; 慢波系统

中图分类号 TN124 文献标识码 A

## High Frequency Characteristics Analysis of Rectangular Waveguide Grating

GONG Yu-bin<sup>1</sup>, XU Ru-qing<sup>2</sup>, LU Zhi-gang<sup>1</sup>, WEI Yan-yu<sup>1</sup>, WANG Guan-jun<sup>1</sup>, WANG Wen-xiang<sup>1</sup>

(1. School of Physical Electronics, Univ. of Elec. Sci. & Tech. of China Chengdu 610054;

2. Group of Electronic Science and Technology of China Haidian Beijing 100846)

**Abstract** In order to overcome the limit of Single-Mode Approximation (SMA), this paper adopts a new method that when expressing the fields inside the grooves, the higher orders are retained as an infinite sum of standing eigen-waves. The dispersion relation is obtained by field-matching method, while the coupling impedance is subsequently obtained from the relevant equations. A lot of numerical computations and analysis are done for rectangular grating slow-wave system. And the effects of the geometrical characteristics of the grating are analyzed. Finally, rectangular waveguide gratings at 3 cm band and 8 mm band are designed and measured, experimental values match theoretical values very well.

**Key words** rectangular grating; dispersion relation; coupling impedance; slow-wave system

矩形栅在微波及毫米波技术中有着广泛的应用,尤其是它作为一种经典的电磁慢波结构被大量的微波

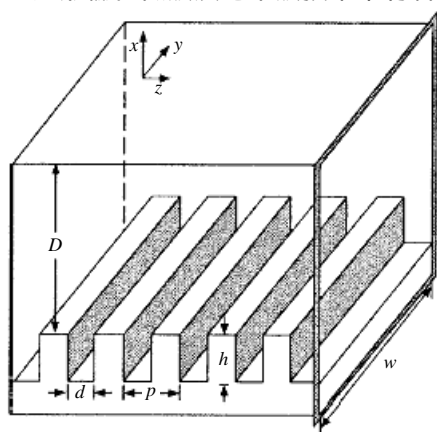


图1 矩形栅慢波结构示意图

电子系统所采用,如返波振荡器和行波管等<sup>[1]</sup>。它最吸引人的一个优点是结构紧凑,加工精度极高,可用于短波长和小尺寸的情形。对矩形栅的理论研究主要基于对慢波结构边值问题的简化处理,其中最主要的是简化槽区内场的表示,把它表为一无限的傅里叶系列,普遍的处理方法是只取其最低模式,称为单模近似法,在结构周期远小于真空中基模波长的情况下,理论与实验符合很好<sup>[2-4]</sup>。但当结构周期大于真空中基模波长时,单模近似法不再适用。本文采取保留槽区内场的高次项的方法,将其表为一无限本征驻波之和的形式。

### 1 色散关系

如图1所示,矩形波导高为 $D$ ,宽为 $w$ ,栅周期为 $p$ ,槽深为 $h$ ,槽宽为 $d$ 。此结构支持相对于 $y$ 方向的横电模 $TE_y$ 模,此系一混合

收稿日期: 2005-10-08

基金项目: 教育部新世纪优秀人才支持项目; 国家重点实验室基金资助项目(51440020104DZ0202); 国家自然科学基金资助项目(60532010)

作者简介: 宫玉彬(1967-), 男, 教授, 主要从事物理电子学方面的研究。

模<sup>[2-3]</sup>。设波场对时间的依赖 $e^{j\omega t}$ 在推导过程中,为简化起便省略此因子。假设 $E_y = 0$ ,则关于 $H_y$ 的波动为:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2\right)H_y(x, y, z) = 0 \quad (1)$$

式中 $k_0 = \omega/c$ 为自由空间波数, $c$ 为真空中的光速。考虑到边界上 $y=0$ , $y=w$ 时, $E_x = E_z = 0$ ,分离 $y$ 变量可得: $H_y(x, y, z) = H_{yl}(x, z)\sin(k_y y)$ ,其中, $k_y = l\pi/w$ , $l=1,2,3,\dots$ ,由 $H_y$ 利用纵向分量法可得电磁场的其他分量分别如下:

$$E_x = \frac{j\omega\mu_0}{h^2} \frac{\partial H_y}{\partial z}, E_z = -\frac{j\omega\mu_0}{h^2} \frac{\partial H_y}{\partial x}, H_x = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial x \partial y}, H_z = \frac{1}{h^2} \frac{\partial^2 H_y}{\partial z \partial y} \quad (2)$$

式中 $h^2 = k_0^2 - k_y^2$ 。在一区,即传输区( $0 < x < D, 0 < y < w, 0 < z < p$ )中,由于空波导的周期性,Floquet定理要求传输波可表为一Bloch分量之和的形式<sup>[1]</sup>:

$$H_y^1(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \cosh[v_n^1(D-x)] \sin(k_y y) \exp(-jk_n^1 z) \quad (3)$$

$$E_z^1(x, y, z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{h^2} A_n v_n^1 \sinh[v_n^1(D-x)] \sin(k_y y) \exp(-jk_n^1 z) \quad (4)$$

式中 $k_n^1 = k_z^1 + n(2\pi/p)$ ;  $(v_n^1)^2 = (k_n^1)^2 - h^2$ 。在二区,即槽区( $-h < x < 0, 0 < y < w, 0 < z < d$ )中,场解可表为一无限本征驻波之和的形式<sup>[3]</sup>:

$$H_y^2(x, y, z) = \sum_{m=0}^{+\infty} B_m \cosh[v_m^2(x+h)] \sin(k_y y) \cos(k_m^2 z) \quad (5)$$

$$E_z^2(x, y, z) = -\sum_{m=0}^{+\infty} \frac{j\omega\mu_0}{h^2} B_m v_m^2 \sinh[v_m^2(x+h)] \sin(k_y y) \cos(k_m^2 z) \quad (6)$$

式中 $k_m^2 = m\pi/d$ ;  $(v_m^2)^2 = (k_m^2)^2 - h^2$ 。在一区、二区交界面上,由电磁场的切向连续性条件可得:

$$E_z^1(0, y, z) = \begin{cases} E_z^2(0, y, z) & 0 < z < d \\ 0 & d < z < p \end{cases} \quad (7)$$

$$H_y^1(0, y, z) = H_y^2(0, y, z) \quad 0 < z < d \quad (8)$$

将式(5)、(7)代入式(8),等式两边同乘以 $e^{jk_n^1 z}$ ,并对 $z$ 从 $0 \sim p$ 求积分,考虑本征函数的正交性:

$$A_n v_n^1 \sinh(v_n^1 D) p = -\sum_{m=0}^{+\infty} B_m v_m^2 \sinh(v_m^2 h) R(k_n^1, k_m^2, d) \quad (9)$$

其中 $R(k_n^1, k_m^2, d) = \int_0^d \cos(k_m^2 z) e^{jk_n^1 z} dz$ ,将式(4)、(6)代入式(8),

将等式两边同乘以 $\cos(k_q^2 z)$ ,并对 $z$ 从 $0 \sim d$ 求积分,考虑本征函数的正交性: $B_m \cosh(v_m^2 h) (1 + \delta_{m0}) d / 2 =$

$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n \cosh(v_n^1 D) R(-k_n^1, k_m^2, d)$ 。其中, $\delta_{m0}$ 是Kronecker变量。联立消去 $B_m$ 可得:

$$\sum_{n'=-\infty}^{+\infty} A_{n'} X_{n,n'} = A_n Y_n \quad (9)$$

式中 $Y_n = v_n^1 \sinh(v_n^1 D) p$ 。而:

$$X_{n,n'} = \frac{2}{d} \sum_{m=0}^{+\infty} v_m^2 \cosh(v_m^2 h) \frac{R(-k_{n'}, k_m^2, d) R(k_n^1, k_m^2, d)}{(1 + \delta_{m0})} \quad (10)$$

对于式(9)这一线性系统,考虑其本征值问题,它的系数行列式等于零,即对于任一给定轴波数 $k$ ,可得一对应频率 $\omega$ ,从而得到色散关系 $\omega = \omega(k)$ 。

## 2 耦合阻抗

慢波系统的耦合阻抗可表示为 $K = E_{zm}^2 / (2\beta^2 P)$ ,其中 $\beta$ 为慢波系统的相位系数; $P$ 为沿慢波系统传播的功率流。对于矩形栅慢波系统,其第 $n$ 个模式所对应的耦合阻抗表示为:

$$K_n = E_{zn}^2 / (2k_{zn} P) \quad (11)$$

式中 $P = P^1 + P^2 = (\iint E_x^1 H_y^{1*} dx dy + \iint E_x^2 H_y^{2*} dx dy) / 2$ 。由色散关系 $\omega = \omega(k)$ ,可通过相关的方程得到场解各分量的值,将所得值代入式(11)即可求得慢波系统第 $n$ 个模式的耦合阻抗。

### 3 数值结果及分析

在进行数值计算时,将式(9)、(10)中的无限求和做截取,分别取 $n'=\pm N$ ;  $m=M$ ,则得到一个 $2N+1$ 元的线性方程组。分析所用方法的收敛性知,随着 $N$ 的增大,系统色散关系收敛速度非常快,当 $N$ 取3时就可以满足要求。设结构尺寸为: $p=3.556$  mm,  $h=1.558$  mm,  $d=1.778$  mm,  $w=15.799$  mm,  $D=5.08$  mm,基模的色散关系及耦合阻抗分别如图2、3所示。其计算结果与参考文献[2-4]相比较,有极好的符合关系,得到满意的结果。改变槽深 $h$ (即金属栅的高),对系统色散关系及耦合阻抗的影响如图4、5所示;改变金属栅周期 $p$ ,对系统色散关系及耦合阻抗的影响如图6、7所示。

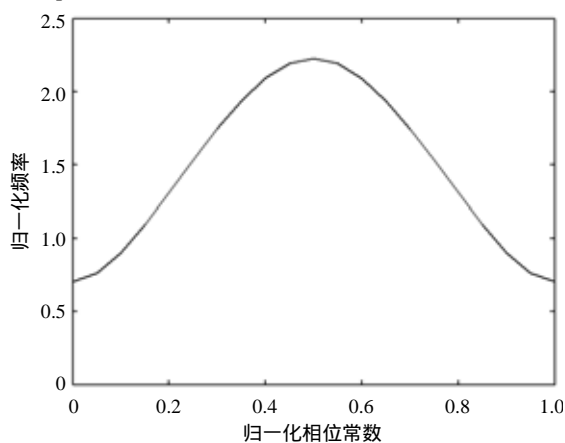


图2 基模的色散曲线

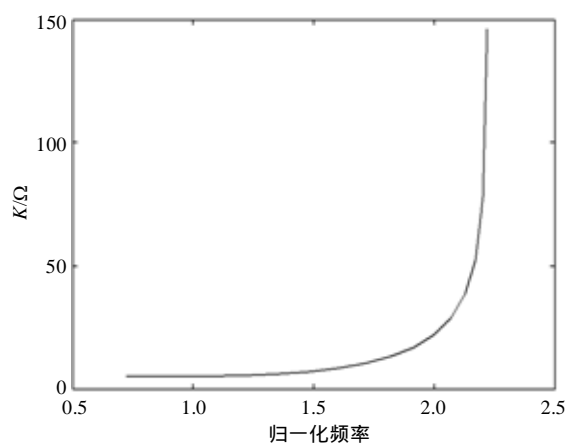


图3 基模的耦合阻抗

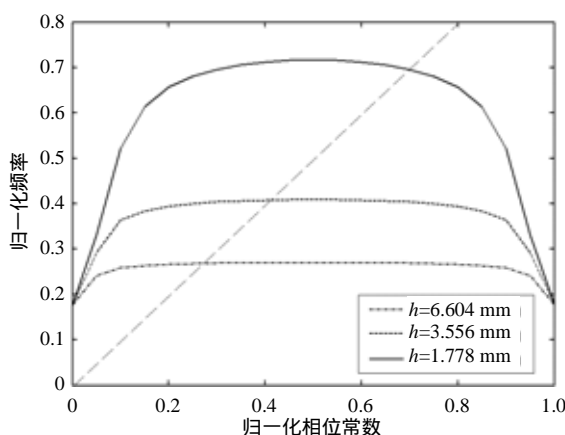


图4 不同槽深对色散关系的影响

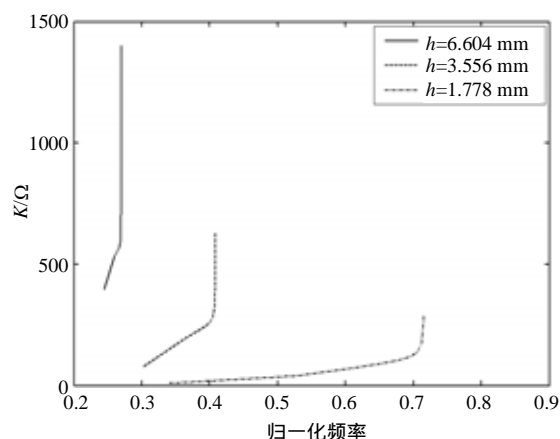


图5 不同槽深对耦合阻抗的影响

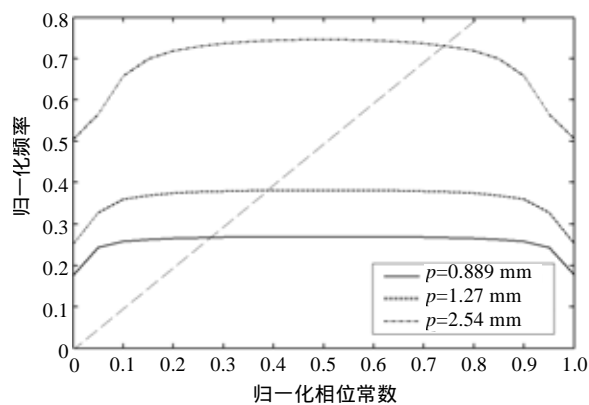


图6 不同栅周期对色散关系的影响

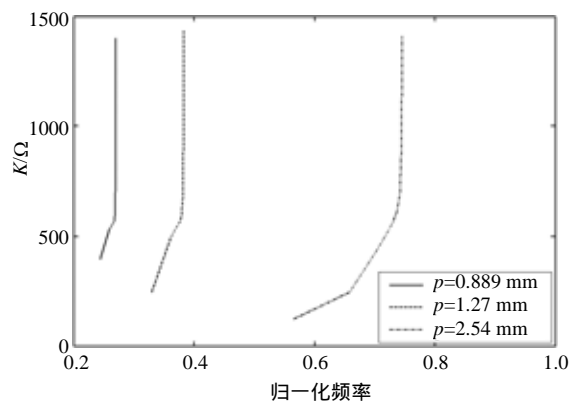


图7 不同栅周期对耦合阻抗的影响

由图4、5中可见,保持栅周期 $p$ 不变,增大槽深 $h$ ,色散增强,工作带宽变窄。此时色散曲线与电子注线的交点会趋向更小的 $kp$ 值,即在前向波区,基模的耦合阻抗有明显的增大。从图6、7中可知,保持槽深 $h$ 不变,减小栅周期 $p$ ,色散曲线趋向更小的 $\omega p/c$ 值,但并未明显影响色散强弱,工作带宽不变。此时色散曲线与电子注线的交点会趋向更小的 $kp$ 值,即在前向波区,而耦合阻抗基本保持不变。

## 4 实验研究

由“冷”色散计算结果,设计出3 cm、8 mm波段的矩形栅慢波结构,并据此加工成相应的冷测模型,根据实验数据绘制出如图8、9所示的色散曲线,结构参数也标注于相应的图形中,并同理论值进行比较。得到理论曲线与实验曲线符合是良好的,理论曲线基本上反映了所研究系统的色散特性。

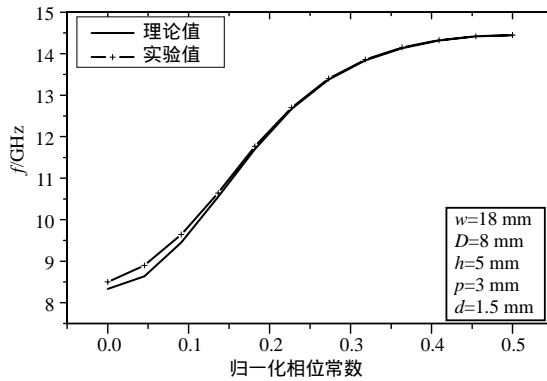


图8 3 cm模型色散关系与实验比较

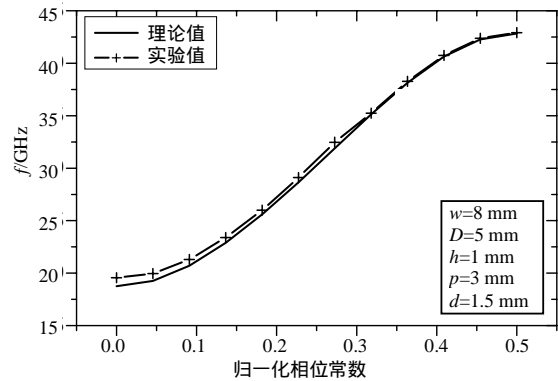


图9 8 mm模型色散关系与实验比较

## 5 结论

本文分析了矩形栅慢波系统的高频特性,并进行数值计算,取得了理想的结果。研究了金属栅的几何尺寸对慢波系统高频特性的影响,对未来具体器件的设计有很好的参考价值。最后,设计出3 mm、8 mm波段的矩形栅波导高频结构模型,进行实验测量得到:实验曲线与理论曲线符合很好。

### 参 考 文 献

- [1] Collin R E. Foundations of microwave engineering [M]. New York: McGraw-Hill, 1966.
- [2] Mcvev B D, Baster M A, Booske J H, et al. Analysis of rectangular waveguide-gratings for amplifier applications[J]. IEEE Trans. Microwave Theory Tech., 1994, 1(42): 995-1 003.
- [3] Joe J, Scharer J E, Booske J H, et al. Wave dispersion and growth analysis of low voltage grating Cherenkov amplifiers[J]. Phys. Plasmas, 1994, 1(1):176-188.
- [4] Joe J, Louis L J, Scharer J E, et al. Experimental and theoretical investigations of a rectangular grating structure for low-voltage wave tube amplifiers[J]. Phys. Plasmas, 1997, 4(1): 2 707-2 715.

编 辑 孙晓丹