

宽带信号子空间谱估计修正方法的研究

崔怀林, 冯西安, 李志舜

(西北工业大学航海学院电子与通信工程系 西安 710072)

【摘要】提出了信号子空间维数估计法、噪声子空间加权法和扩展MUSIC法三种修正的宽带信号子空间谱估计方法,它们均有效地解决了宽带信号子空间谱估计法所存在的信号子空间维数扩展问题。信号子空间维数估计法用包含信号99.9%以上功率的特征值数目来估计信号子空间维数,正确地划分了子空间。噪声子空间加权法和扩展MUSIC法不用划分子空间,而是给噪声子空间特征向量或全空间特征向量加权,减小了子空间维数扩展的影响。仿真实验结果表明:三种修正方法是有效的,并具有良好的统计性能。

关键词 宽带子空间谱估计; 子空间维数扩展; 谱估计; 宽带信号
中图分类号 TN957 文献标识码 A

Research on the Improved Methods of Wideband Signal-Subspace Spatial-Spectrum Estimation

CUI Huai-lin, FENG Xi-an, LI Zhi-shun

(Department of Electronic and Communication Engineering of Marine College, Northwestern Polytechnical University Xi'an 710072)

Abstract To overcome the problem of signal-subspace dimension expanding, three different improved methods for wideband signal-subspace spatial-spectrum estimation are presented. The first method, called the signal-subspace dimension estimation method, estimates signal-subspace dimension by a number of eigenvalues, which include 99.9% signal power; thus this method can make a correct division between signal-subspace and noise-subspace. The other two methods, weighted noise-subspace method and extended MUSIC method, do not need to make a correct division between the two subspaces. Instead, these two methods can reduce the effect of signal-subspace dimension expanding directly by using weighted eigenvectors in the noise-subspace or the entire space. Computer simulations show that all these improved methods can overcome effectively the effect of signal-subspace dimension expanding of wideband signal-subspace spatial-spectrum estimation and possess good statistical performance.

Key words wideband signal-subspace spatial-spectrum estimation; signal-subspace dimension expanding; spectrum estimation; wideband signal

宽带处理是阵列信号处理的重要研究内容之一。文献[1]提出的相干信号子空间方法(Coherent Signal-subspace Method, CSM)是最典型的宽带处理方法,其核心思想在于聚焦。CSM方法引起了人们对宽带高分辨技术的极大关注,在此基础上相继提出了多种宽带处理的聚焦类方法。基于频域模型的宽带子空间谱估计是另一类宽带处理方法^[2],称为宽带信号的直接处理方法。宽带直接处理方法不需要设计聚焦矩阵,也不需要方向预估。但是直接处理方法存在着信号子空间维数扩展问题,信号的功率不是集中在信号子空间上,而是分散到更多的特征向量上,使得信号子空间与噪声子空间之间没有明确的分界线,给信号子空间和噪声子空间划分及子空间谱估计带来困难。根据子空间维数扩展规律,本文提出了三种修正的宽带信号子空间谱估计方法,有效地克服了子空间维数扩展问题。

1 宽带子空间谱估计的数学模型

设接收阵列由 M 个阵元组成,位于 d 个宽带目标的远场。传播介质均匀且各向同性。阵元尺寸远小于入射平面波波长 λ ,各阵元间无耦合。噪声为时空统计独立的高斯白噪声,均值为0,方差为 σ^2 。将信号带宽

收稿日期:2005-10-14

基金项目:广东省自然科学基金资助项目(04010516)

作者简介:崔怀林(1963-),男,硕士,在职博士生,现为广东技术师范学校副教授,主要从事信号与信息处理、计算机应用方面的研究。

离散化为 J 等份, 宽带阵列信号的频域模型表示为:

$$\mathbf{X}(f_j) = \mathbf{A}(f_j)\mathbf{S}(f_j) + \mathbf{N}(f_j) \quad j=1, 2, \dots, J \quad (1)$$

式中 $\mathbf{A}(f_j) = [\mathbf{a}(f_j, \theta_1), \mathbf{a}(f_j, \theta_2), \dots, \mathbf{a}(f_j, \theta_d)]$, $\mathbf{a}(f_j, \theta_i) = [e^{-j2\pi f_j \tau_1(\theta_i)}, e^{-j2\pi f_j \tau_2(\theta_i)}, \dots, e^{-j2\pi f_j \tau_M(\theta_i)}]^\top$, $\mathbf{A}(f_j)$ 是阵列流型, $\mathbf{a}(f_j, \theta_i)$ 是方向向量, 它们均为频率的函数, $\tau_m(\theta_i)$ 是阵列各阵元的相对延迟, 由阵列几何结构确定。

其他向量和矩阵为: $\mathbf{S}(f_j) = [S_1(f_j), S_2(f_j), \dots, S_d(f_j)]^\top$, $\mathbf{N}(f_j) = [N_1(f_j), N_2(f_j), \dots, N_M(f_j)]^\top$, $\mathbf{X}(f_j) = [X_1(f_j), X_2(f_j), \dots, X_M(f_j)]^\top$ 。宽带阵列信号的协方差矩阵定义为:

$$\mathbf{R}_{XX}(f_j) = E[\mathbf{X}(f_j)\mathbf{X}^H(f_j)] \quad (2)$$

它是频率的函数。代入宽带信号频域模型, 并求频率平均, 得到频率平均协方差矩阵:

$$\mathbf{R}_{XX} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J \mathbf{A}(f_j) \mathbf{R}_{SS}(f_j) \mathbf{A}^H(f_j) + \sigma^2 \mathbf{I} \quad (3)$$

式中 $\mathbf{R}_{SS}(f_j) = E[\mathbf{S}(f_j)\mathbf{S}^H(f_j)]$ 是目标信号的协方差矩阵。设 \mathbf{R}_{XX} 的特征值和相应的特征向量分别为 $\lambda_m, \mathbf{v}_m, m=1, 2, \dots, M$ 。频率平均恢复了协方差矩阵的秩, 因此, 对于相关信号或不相关信号, 都有 d 个较大的特征值, 其对应的特征向量张成信号子空间, $(M-d)$ 个较小的特征值, 等于噪声功率。其对应的特征向量张成噪声子空间。为此, 构造矩阵 $\mathbf{E}_S = \{\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_d\}$, 较小特征值对应噪声子空间为 $\mathbf{E}_N = \{\mathbf{v}_{d+1}, \mathbf{v}_{d+2}, \dots, \mathbf{v}_M\}$, 由于噪声子空间与方向向量是正交的^[2], 即 $\mathbf{v}_k^H \mathbf{a}(f_j, \theta_i) = 0, k=d+1, d+2, \dots, M$, 因此, 基于频域模型的宽带子空间谱定义为:

$$P(\theta) = \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mathbf{a}^H(f_j, \theta) \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(f_j, \theta)} \quad (4)$$

式中 $\mathbf{a}(f_j, \theta)$ 为信号子空间中的导向向量。

2 宽带信号子空间的维数扩展

在宽带子空间谱估计方法中, 根据特征值大小分布特点, 将协方差矩阵的特征分解结构划分为信号子空间和噪声子空间, 应用正交化原理进行宽带子空间谱估计。阵列信号协方差矩阵的特征分解实际上是矩阵的K-L(karhunen-Loeve)展开, 特征向量就是一组正交基, 特征值是协方差矩阵在特征向量上的分量。文献[3]研究结果表明, 信号子空间维数由信号时间带宽积决定, 观测时间越长, 频带越宽, 信号子空间维数就越高。通过分析不同时间带宽积的宽带信号的K-L展开式, 可以得出一个重要结论: 带宽为 B 的复信号在观测时间 T 内, 其K-L展开式中有 $(TB+1)$ 个较大的特征值, 包含了信号99.9%以上的功率。因此, 可定义信号子空间维数为:

$$\hat{d} = TB + 1 \quad (5)$$

即信号的时间带宽积或者信息空间中信号的自由度决定了信号子空间的维数, 显然, 对宽带信号, 就存在信号子空间维数扩展问题。

3 修正的宽带信号子空间谱估计方法

3.1 信号子空间维数估计法

在阵列信号处理中, 如果用间隔为 Δ 的 M 个阵元的均匀线列阵接收从 θ 方向入射的远场宽带信号, 那么接收信号的一次观测时间为:

$$T = \frac{\Delta}{c} (M-1) \sin \theta \quad (6)$$

由式(5)、(6)可知, 信号子空间维数与 θ 有关, 当目标远离法线方向时, 由于信号观测时间增长, 从而引起信号子空间维数升高。实际中, 由于目标方位未知, 不能得到阵列观测时间, 因此不能使用式(5)估计子空间维数, 但是在协方差矩阵特征分解结构中可以用包含信号99.9%以上功率的特征值数目作为信号子空间维数估计 \hat{d} , 并依此划分子空间。那么噪声子空间可设为 $\mathbf{E}_N = \{\mathbf{v}_{\hat{d}+1}, \mathbf{v}_{\hat{d}+2}, \dots, \mathbf{v}_M\}$, 则宽带子空间谱可以表示为:

$$P(\theta) = \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mathbf{a}^H(f_j, \theta) \mathbf{E}_N \mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(f_j, \theta)} \quad (7)$$

这种方法根据信号子空间维数估计结果，直接取掉受扩展影响较大的特征向量，只用受影响较小的特征向量进行子空间谱估计，减小了子空间维数扩展的影响。由于 $\hat{d} > d$ ，减小了噪声子空间维数，因此为了获得好的估计性能，要求阵列有较多的阵元数目。

3.2 噪声子空间加权法

若已知目标源个数 d ，在构造子空间谱时借鉴窄带信号子空间谱估计的加权思想^[4]，可给噪声子空间特征向量加权，使大特征值对应的特征向量所占比重减小，使小特征值对应的特征向量所占比重增大。加权减小了受影响较大的特征向量在子空间谱中的比重，因此减小了子空间扩展对子空间谱估计的影响。加权后，宽带信号子空间谱表示为：

$$p(\theta) = \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mathbf{a}^H(f_j, \theta) \mathbf{E}_N \mathbf{A}^{-n} \mathbf{E}_N^H \mathbf{a}(f_j, \theta)} \quad (8)$$

式中 $\mathbf{A} = \text{diag}[\lambda_{d+1}, \lambda_{d+2}, \dots, \lambda_{d+M}]$ ，即使用特征值加权， n 是整数，控制加权比例。当 $n=1, J=1$ 时，式(8)就是窄带信号子空间谱估计算法^[4]。与子空间维数估计法相比较，噪声子空间维数较大，有利于描述噪声子空间，缺点是受特征值影响，尤其是较小的特征值，因此对计算精度要求较高。

3.3 扩展MUSIC法

扩展MUSIC法也是一种窄带子空间谱估计的加权方法。当不知道信号源个数时，可用所有特征向量构造子空间谱，并用特征值加权，使大特征值对应特征向量比重减小，使小特征值对应的特征向量比重增大^[5]。将其引入到宽带处理，可得到宽带信号子空间谱估计的扩展MUSIC法，该方法能减小子空间维数扩展的影响。设 $\mathbf{F} = [\hat{\mathbf{E}}_S, \hat{\mathbf{E}}_N]$ ，则宽带信号子空间谱估计表示为：

$$p(\theta) = \sum_{j=1}^J \frac{1}{\mathbf{a}^H(f_j, \theta) \mathbf{F}^{-n} \mathbf{F}^H \mathbf{a}(f_j, \theta)} \quad (9)$$

式中 $\mathbf{A} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M]$ 。当 $J=1$ 时，就是窄带信号子空间谱估计的扩展MUSIC法。该方法不需要进行子空间划分，可在未知信号源数目情况下进行高分辨估计。缺点是主特征向量的引入一般会影响子空间谱估计结果，并且特征值也会影响估计结果。

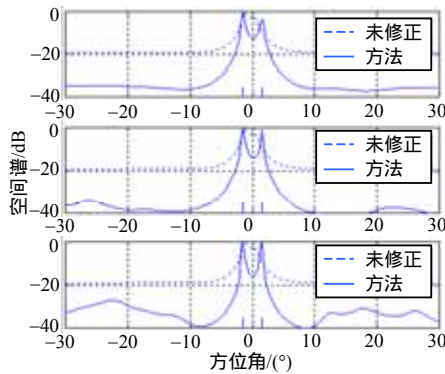


图1 线列阵时三种修正方法的子空间谱估计

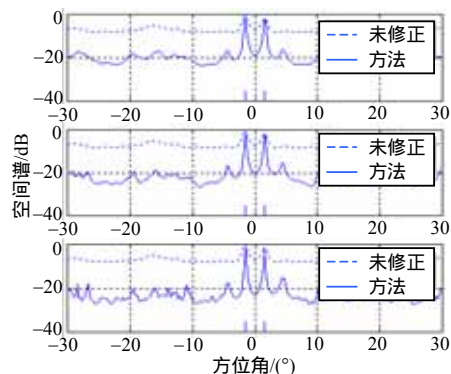


图2 圆阵时三种修正方法的子空间谱估计

4 仿真结果与分析

设两个等强度的宽带目标分别位于 $\theta_{1,2} = \pm 1.5^\circ$ 的方位上，宽带信号归一化频率范围为 0.25~0.35，被划分为 20 个等分间隔。图 1、图 2 分别给出了用阵元数为 16 的均匀线列阵和用半径为 5λ 的均匀圆阵接收两个宽带目标信号时，在 15 dB 信噪比情形下，三种修正方法得到的空间谱估计结果。为便于比较，图中用虚线给出了未修正的空间谱估计结果。三种修正的宽带信号子空间谱估计方法分别简称为方法、方法和方法。由图易见，未修正的子空间谱估计方法因受信号子空间维数扩展影响不能分辨两个目标，而三种修正方法则很好地分辨出了两个夹角为二分之一波束宽度的宽带目标，有效地克服了信号子空间维数扩展问题。

三种修正方法性能相近,具有良好的分辨能力和参数估计能力。图3、图4分别给出了圆阵方位估计时,三种修正方法的分辨概率和方位估计均方误差的Monte Carlo实验结果,可以看出:三种修正方法分辨概率高,在分辨门限以上,估计精度与信噪比成比例,具有优越的统计性能。其中:

- (1) 估计精度最高,这是直接取掉了受扩展影响较大的特征向量的必然结果;
- (2) 分辨概率最高,因为构成子空间谱时,使用了较大的噪声子空间维数;
- (3) 因受主特征向量影响,分辨概率和估计精度略差于(2)。由于本文选择设置的阵列参数、双源方位角度等实验条件是典型的,因此,所得到的仿真和统计结果具有普遍意义。

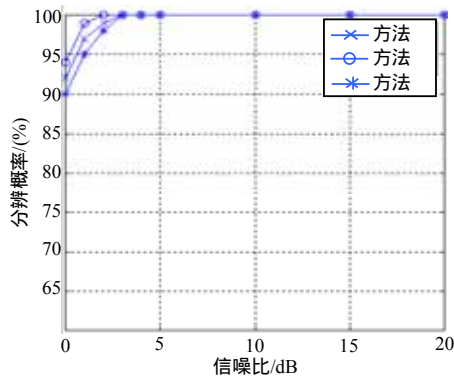


图3 三种修正方法的分辨概率曲线

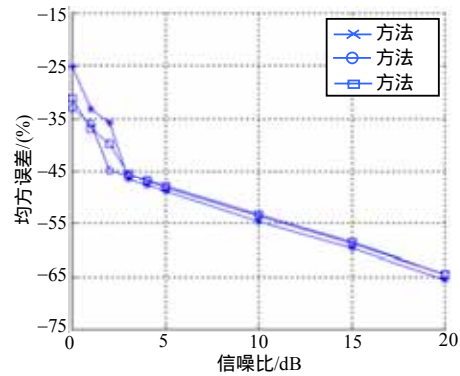


图4 三种修正方法的均方误差曲线

5 结 论

本文研究了宽带信号子空间维数扩展问题,给出了子空间维数扩展规律。提出了三种修正的宽带子空间谱估计方法,分别是信号子空间维数估计法,噪声子空间加权法和扩展MUSIC法。解决了宽带信号子空间维数扩展问题。计算机仿真结果表明,三种方法均有效地克服了子空间维数扩展问题,具有良好的分辨能力和参数估计能力。

参 考 文 献

- [1] Wang H, Kaveh M. Coherent signal-subspace processing for the detection and estimation of angles of arrival of multiple wide-band sources[J]. IEEE Trans-ASSP, 1985, 33(4): 823-831.
- [2] Grenier Y. Wideband source location through frequency-dependent modeling[J]. IEEE Trans-SP, 1994, 42(5): 1 087-1 096.
- [3] Padmini C P, Naidu P S. Circular array and estimation of direction of arrival of a broadband source[J]. Europe, J. Signal Processing, 1994, 37: 243-254.
- [4] Johnson D H. The application of spectral estimation methods to bearing estimation problems[C]//Proc. of IEEE, 1982, 1 018-1 028.
- [5] Choi J, Song I, Kim H M. On estimating the direction of arrival when the number of signal sources is unknown[J]. Europe, J. Signal Processing, 1993, 34: 193-205.

编 辑 刘文珍