·物理电子学·

利用模匹配技术对突变开放腔的分析

刘迎辉，李宏福，李　浩，王峨锋，王　晖，王　丽

(电子科技大学物理电子学院　成都　610054)

【摘要】在模匹配理论的基础上，推导并建立了单级突变的矩阵方程，分析得出了多级突变级联及渐变情况下的处理方法。通过编制的计算程序，计算出多模情况下多级突变结构模匹配系数级联矩阵，并由矩阵参数得到所需的腔体谐振频率等物理特性参量。

关　键　词　突变结构;　模匹配;　***S***-参数矩阵;　开放腔

中图分类号　TN129　　文献标识码　A

Analysis of an Open Cavity with Abrupt Transition by Mode-Matching Technique

LIU Ying-hui，LI Hong-fu，LI Hao，WANG E-feng，WANG Hui，WANG Li

(School of Physical Electronics, Univ. of Electron. Sci. & Tech. of China　Chengdu　610054)

Abstract　The paper applies the mode-matching technique to produce a abrupt transition matrix, called scattering matrix, which can be cascaded. A method for computing the resonant frequency in a complex cavity consisting of a series of waveguide sections is derived. By computer programming simulation, the cascaded scattering matrix is calculated in multi-mode cases and the characteristic parameters of a cavity, such as resonant frequency and Q-value, are obtained.

Key words　abrupt change;　mode-matching;　***S***-matrix;　open cavity

回旋管是一种新型大功率毫米波，亚毫米波器件，作为一种高峰值与高功率的毫米波源，在国际上一直得到高度重视与发展。为了提高电子注与高频场的互作用效率，本文提出并研究了复合腔回旋管的新方案。在实际工作中，对突变开放腔结构的谐振频率及Q值的计算是一项非常重要的内容。而在解决微波器件中广泛存在的不规则问题时，通常采用的有限元法为了计算的准确性，需要划分大量的几何元。为了更快更方便地找到要求的结果，除了使用耦合波理论外，将场中各模式展开并利用模匹配法生成***S***参数矩阵后数值求解谐振频率将会更容易的实现上述目的。

1　波导单级突变结构的场匹配

如图1所示为规则波导突变结构，在波导突变两侧存在有一系列的入射波和散射波，其中$\boldsymbol{F}_1$、$\boldsymbol{F}_2$分别代表Ⅰ区和Ⅱ区中的入射波(朝向突变面)的模式幅值，$\boldsymbol{B}_1$、$\boldsymbol{B}_2$分别代表Ⅰ区和Ⅱ区中的散射波(背向突变面)的模式幅值。假设将突变结构两边的横向电磁场$\boldsymbol{E}$和$\boldsymbol{H}$按如下形式展开[1]：

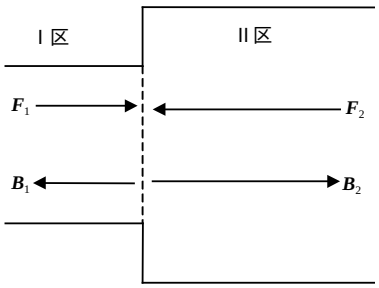

图1　规则波导突变结构及传播模式

Ⅰ区：

$$\boldsymbol{E}_1=\sum_{i=1}^{M}\sqrt{\boldsymbol{Z}_{i_1}}(\boldsymbol{F}_{i_1}+\boldsymbol{B}_{i_1})\boldsymbol{e}_{i_1},\ \boldsymbol{H}_1=\sum_{i=1}^{M}\left(\frac{\boldsymbol{F}_{i_1}-\boldsymbol{B}_{i_1}}{\sqrt{\boldsymbol{Z}_{i_1}}}\right)\boldsymbol{h}_{i_1} \tag{1}$$

Ⅱ区：

$$\boldsymbol{E}_2=\sum_{j=1}^{N}\sqrt{\boldsymbol{Z}_{j_2}}(\boldsymbol{F}_{j_2}+\boldsymbol{B}_{j_2})\boldsymbol{e}_{j_2},\boldsymbol{H}_2=\sum_{j=1}^{N}\left(\frac{\boldsymbol{F}_{j_2}-\boldsymbol{B}_{j_2}}{\sqrt{\boldsymbol{Z}_{j_2}}}\right)\boldsymbol{h}_{j_2} \tag{2}$$

收稿日期：2004–05–13
作者简介：刘迎辉(1978–)，男，博士生，主要从事回旋速调管方面的研究.

式中　$\boldsymbol{Z}$为特征阻抗；$\boldsymbol{e}$、$\boldsymbol{h}$分别为电波；磁波的波矢量函数$\boldsymbol{M}$、$\boldsymbol{N}$为选取的模式个数，角标1、2分别为所属区域为Ⅰ区和Ⅱ区。应用电场与磁场在边界满足的连续性条件可得：

$$\boldsymbol{I}[\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{B}_1]=\sqrt{\boldsymbol{Y}_1}\boldsymbol{R}\sqrt{\boldsymbol{Z}_2}[\boldsymbol{F}_2+\boldsymbol{B}_2] \tag{3}$$

$$\boldsymbol{I}[\boldsymbol{F}_1-\boldsymbol{B}_1]=-\sqrt{\boldsymbol{Z}_1}\boldsymbol{R}\sqrt{\boldsymbol{Y}_2}[\boldsymbol{F}_2-\boldsymbol{B}_2] \tag{4}$$

式中　$\boldsymbol{I}$为单位阵；$\boldsymbol{F}$和$\boldsymbol{B}$为由选取的模式的行波幅值系数组成的矩阵；$\boldsymbol{Z}$为包含各模式阻抗系数的对角线矩阵；$\boldsymbol{Y}$为包含各模式导纳系数的对角线矩阵；$\boldsymbol{R}$为传输系数矩阵。($\boldsymbol{R}_{ij}=\iint_{S_0}\boldsymbol{e}_{i_1}\cdot\boldsymbol{e}_{j2}\mathrm{d}s$)，$S_0$为突变处小腔体所包含的面积。由此可得：

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12}\\ \boldsymbol{S}_{21} & \boldsymbol{S}_{22}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\boldsymbol{F}_1\\ \boldsymbol{F}_2\end{pmatrix} \tag{5}$$

式中

$$\begin{cases}\boldsymbol{S}_{11}=[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}_1]^{-1}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_1],\quad \boldsymbol{S}_{12}=2\times[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}_1]^{-1}\boldsymbol{P}_0\\ \boldsymbol{S}_{21}=2\times[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}_2]^{-1}\boldsymbol{P}_n,\quad \boldsymbol{S}_{22}=-[\boldsymbol{I}+\boldsymbol{P}_2]^{-1}[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{P}_2]\end{cases} \tag{6}$$

对于归一化后的行波幅值系数：

$$\boldsymbol{P}_n=\sqrt{\boldsymbol{Y}_2}\boldsymbol{P}^{-1}\sqrt{\boldsymbol{Z}_1},\ \boldsymbol{P}_0=\sqrt{\boldsymbol{Z}_1}\boldsymbol{R}\sqrt{\boldsymbol{Y}_2},\ \boldsymbol{P}_1=\boldsymbol{P}_0\times\boldsymbol{P}_n,\ \boldsymbol{P}_2=\boldsymbol{P}_n\times\boldsymbol{P}_0 \tag{7}$$

求解以上矩阵方程，便可得到代表波导中模式耦合情况的单级$\boldsymbol{S}$参数矩阵。

验证所得单级$\boldsymbol{S}$参数矩阵的正确性可通过实功率守恒及代回原方程两种方法。实功率守恒法是通过假设某一个或多个模式入射的情况下，反射和透射的所有模式的幅值平方和，在为归一化后的行波幅值系数组成的$\boldsymbol{S}$参数矩阵时，等于入射功率；在为行波幅值系数组成的$\boldsymbol{S}$参数矩阵时，除以相应的阻抗系数(或乘以相应的导纳系数)后等于入射功率。

2　波导多级突变结构的矩阵公式推导

若假设两突变中间连接的过渡段长度为l，则$\boldsymbol{D}$为以exp(-γl)作对角线元素的对角线矩阵，γ为中间连接的过渡段中模式的传播常数(复数)。下面分析两个突变相连接的情况。如图2所示，在波导过渡段$\boldsymbol{D}$左右两侧分别连接突变$\boldsymbol{S}_1$和$\boldsymbol{S}_2$的情况下，$\boldsymbol{S}$参数矩阵为对于左侧突变，有：

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_3\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S}_{1_{11}} & \boldsymbol{S}_{1_{12}}\\ \boldsymbol{S}_{1_{21}} & \boldsymbol{S}_{1_{22}}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\boldsymbol{F}_1\\ \boldsymbol{F}_3\end{pmatrix} \tag{8}$$

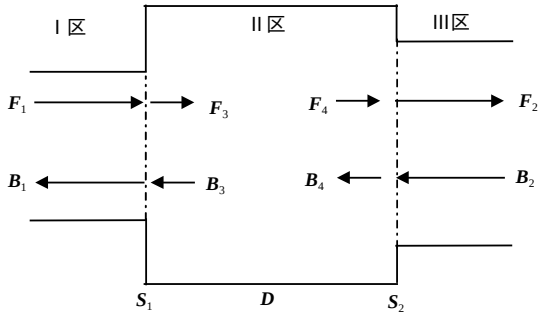

图2　过渡段两侧连接突变结构

对于右侧突变，有：

$$\boldsymbol{F}_4=\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{B}_3=\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}_4 \tag{9}$$

对于中间过渡段，有：

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{B}_4\\ \boldsymbol{B}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S}_{2_{11}} & \boldsymbol{S}_{2_{12}}\\ \boldsymbol{S}_{2_{21}} & \boldsymbol{S}_{2_{22}}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\boldsymbol{F}_4\\ \boldsymbol{F}_2\end{pmatrix} \tag{10}$$

综合以上，有：

$$\begin{cases}\boldsymbol{B}_1=\boldsymbol{S}_{1_{11}}\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{S}_{1_{12}}\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{B}_2=\boldsymbol{S}_{2_{21}}\boldsymbol{F}_4+\boldsymbol{S}_{2_{22}}\boldsymbol{F}_2\\ \boldsymbol{B}_3=\boldsymbol{S}_{1_{21}}\boldsymbol{F}_1+\boldsymbol{S}_{1_{22}}\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{B}_4=\boldsymbol{S}_{2_{11}}\boldsymbol{F}_4+\boldsymbol{S}_{2_{12}}\boldsymbol{F}_2\\ \boldsymbol{F}_4=\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}_3,\boldsymbol{B}_3=\boldsymbol{D}\boldsymbol{B}_4\end{cases} \tag{11}$$

整理，消去参数$\boldsymbol{F}_3$、$\boldsymbol{F}_4$与$\boldsymbol{B}_3$、$\boldsymbol{B}_4$，得到由$\boldsymbol{S}_1$、$\boldsymbol{S}_2$和$\boldsymbol{D}$级联生成的$\boldsymbol{S}_0$矩阵

$$\begin{pmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\boldsymbol{S}_{1_{11}}+\boldsymbol{S}_c\boldsymbol{S}_{2_{11}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{1_{21}} & \boldsymbol{S}_c\boldsymbol{S}_{2_{12}}\\ \boldsymbol{S}_d\boldsymbol{S}_{1_{21}} & \boldsymbol{S}_{2_{22}}+\boldsymbol{S}_d\boldsymbol{S}_{1_{22}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{2_{12}}\end{pmatrix}\times\begin{pmatrix}\boldsymbol{F}_1\\ \boldsymbol{F}_2\end{pmatrix} \tag{12}$$

式中

$$\boldsymbol{S}_a=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{2_{11}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{1_{22}})^{-1},\boldsymbol{S}_b=(\boldsymbol{I}-\boldsymbol{S}_{1_{22}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_{2_{11}}\boldsymbol{D})^{-1},\boldsymbol{S}_c=\boldsymbol{S}_{1_{12}}\boldsymbol{S}_a\boldsymbol{D},\boldsymbol{S}_d=\boldsymbol{S}_{2_{21}}\boldsymbol{D}\boldsymbol{S}_b \tag{13}$$

若要计算多个突变结构，可用上述公式将任意多级$\boldsymbol{S}$参数矩阵及$\boldsymbol{D}$参数矩阵相互级联，计算出一个整体的$\boldsymbol{S}$参数矩阵。从而，将整个腔体作为一个黑匣子，通过扫频绘制$\boldsymbol{S}$参数特性曲线得到整个谐振腔系统的传输特性并找到相应的谐振频率，方便地研究其整体性能。

常见复合腔除了突变结构外还有渐变结构的情况，对于渐变情况，可将腔体渐变曲线部分划分为多个微小的突变台阶来近似，划分的突变台阶越多，则近似的准确性越高。通过对各个微小台阶突变$\boldsymbol{S}$参数矩阵的级联，可得到整个渐变曲线部分近似的$\boldsymbol{S}$参数矩阵。

3 利用模匹配技术进行的数值计算

图3所示为波导突变结构的一个计算的实例[2]，当左侧入射TE_{61}波(a/λ=1.2055，f_0=35 GHz)，改变半径b时，各阶模式的功率与波导尺寸的关系。计算得到的结果与文献[2]给出的结果相同。由图中的关系曲线可以看出，在波导突变结构右侧TM_{61}波占有相当的比例。因此，为了提高突变结构TE_{61}-TE_{62}模式的转换效率，可以适当选择波导尺寸a、b，以抑止TM_{61}波，从而可以得到较高的复合腔输出模式的纯度。图4所示为计算的另一个实例，它是具有突变结构的开放腔模型(给出数据为归一化参数)。当34 GHz的TE_{01}波由左侧入射此圆柱波导时，经波导三级突变结构后的反射系数质因数和谐振频率的计算结果如表1所示。由表1中计算结果可以看出模匹配法计算结果与HFSS8.0计算结果基本一致(透射系数大于1表明有虚功率的存在)。但当计算的结构尺寸较大时，HFSS8.0计算时间远多于使用模匹配法所用的计算时间。

表1 TE_{01}入射多级突变结构系数比

	模匹配法	HFSS8.0
反射系数	0.520	0.576
谐振频率	33.921	33.929
品质因数	165.950	171.010

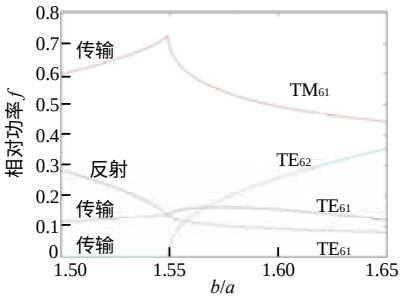

图3 突变结构左边入射TE_{61}时各阶模式的功率与波导尺寸关系

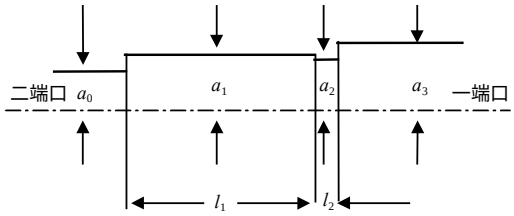

图4 输出腔计算模型

4 结 论

本文研究了使用模匹配法处理突变复合腔回旋管开放输出腔多级突变结构的一般方法，在模匹配理论的基础上，详细的推导了单级突变的矩阵方程，并由此得出多级突变级联及渐变情况下的处理方法。通过实际的数据计算表明，由该方法计算可得到较准确的结果。

参 考 文 献

[1] 黄宏嘉. 微波原理[M]. 成都: 科学出版社, 1965.
[2] 杨仕文, 李宏福. 突变结构的复合腔高频场研究[J]. 电子学报, 1997, 25(12): 76.

编 辑 孙晓丹