

# OFDM信道估计的子空间方法

徐海波<sup>1</sup>, 杜欢<sup>2</sup>, 张振仁<sup>1</sup>

(1. 西安市第二炮兵工程学院502教研室 西安 710025; 2. 湖北师范学院计算机科学系 湖北 黄石 435002)

**【摘要】**介绍了OFDM信道盲估计的子空间方法及其研究现状,并对文献[6]的算法按照WLAN 802.11a的符号格式在存在虚载波及导频的情况下进行了性能仿真,研究了要达到一定的精度,算法应选取的包长及算法对信道SNR的要求。仿真结果表明导频格式会影响算法的收敛,但通过加入不相关的导频,能保证算法的收敛。

**关键词** OFDM; 信道估计; 子空间; WLAN  
**中图分类号** TN919 **文献标识码** A

## Subspace Methods in OFDM Channel Estimation

XU Hai-bo<sup>1</sup>, DU Huan<sup>2</sup>, ZHANG Zhen-ren<sup>1</sup>

(1. Group 502 of the Second Artillery Engineering College Xi'an 710025;  
2. Computer Science Department, Hubei Normal University Huangshi Hubei 435002)

**Abstract** This paper introduces subspace methods of blind channel estimation in OFDM and its research state. The performance of the algorithm is simulated according to the symbol format of WLAN 802.11a in the exiting of virtual carriers and pilot carriers. The results show that the pilot influences convergence of the algorithm. By adding uncorrelated pilots, the convergence of the algorithm is achieve. In order to achieve a certain precision, the proper packet length and channel SNR is necessary.

**Key words** OFDM; channel estimation; subspace; WLAN

OFDM是一种并行块传输模式<sup>[1]</sup>。多路数据通过IFFT,相当于调制到多个并行的子载波之上,每个IFFT块前加入循环前缀,能有效地消除ISI。信道的影响由线性卷积变为循环卷积,因此每个子信道可以在频域用一阶系数来均衡。相对于差分解调,OFDM相干解调没有信噪比损失,但必须估计信道。OFDM的信道可通过帧头前的学习符号用LS算法估计。在快速时变的移动信道中,为跟踪信道的变化,过多的训练符号会降低传输速率,因此,提出了在时频二维加入稀疏的导频来跟踪信道。信道的盲估计方法则不需要导频的开销,由于加入了循环前缀,OFDM码元是循环平稳的,因此信道可以通过二阶统计量辨识。文献[2]通过将两个时域OFDM符号部分相减,导出了一种新的子空间方法。该算法基于时域,没有引入FFT及IFFT变换阵,当存在虚子载波及导频时,不能保证时域信源的独立性,因此不适用。文献[3]指出信道冲击响应可以从接受信号的相关矩阵的第1列中读出(有一个模糊因子),并提出利用相关矩阵更多信息的cholesky分解方法。文献[4-5]利用两个连续OFDM符号的时域关系,通过相关矩阵的特征值分解,从信号空间和噪声空间的正交性出发,用特征值分解方法求出信道响应。文献[5]进一步提出了半盲估计算法:在存在学习符号的情况下,加速初始收敛速度;存在导频子载波时,用导频解决盲算法的信道相位模糊。文献[6]由N个连续的OFDM符号的循环平稳性,求N个连续的OFDM符号的相关矩阵,并提出且证明了子空间法有解的充分条件。文献[7]将文献[6]的方法推广到存在虚子载波及导频符号的一般情况。由于文献[6]的算法表述清楚,论证合理,本文的仿真基于文献[6],并在此基础上探讨了有导频及虚载波的一般情况。

## 1 OFDM信道估计的子空间方法

$A^*$ 表示矩阵或向量 $A$ 的共轭, $A^T$ 表示 $A$ 的转置, $A^H=(A^*)^T$ 。设 $a(n)=[a_0(n),a_1(n),\dots,a_{M-1}(n)]^T$ ,是第 $n$ 块传输数据, $s(n)=[s_{K-1}(n),s_{K-2}(n),\dots,s_0(n)]^T$ 是其反傅里叶变换后添加了循环前缀的数据, $W=e^{j\frac{2\pi}{M}}$ ,

收稿日期:2005-06-16

作者简介:徐海波(1976-),男,博士生,主要从事通信信号处理、OFDM方面的研究。

$[W]_{ij} = W^{(M-1-i)j}$ ,  $i = 0, 1, \dots, M-1$ ;  $j = 0, 1, \dots, M-1$ , 当  $K > i - M$  时, 有  $[W]_{ij} = [W]_{(i-M)j}$ 。其中  $M$  为子载波数;  $K = P + M$ ;  $P$  为循环前缀长度。  $s(n) = Wa(n)$ 。对于  $N$  个符号的数据,  $a = [a(n)^T, a(n-1)^T, \dots, a(n-N+1)^T]^T$ ,  $s = [s(n)^T, s(n-1)^T, \dots, s(n-N+1)^T]^T$ ,  $\bar{W} = I_N \otimes W$ ,  $I_N$  是  $N \times N$  单位阵, 有  $r = Hs + b = H\bar{W}a + b$ 。其中,  $r$  是  $(NK-L) \times 1$  向量,  $r(n) = [r_{K-1}(n), r_{K-2}(n), \dots, r_0(n)]^T$ ,  $r = [r(n)^T, r(n-1)^T, \dots, r(n-N+2)^T, r(n-N+1)(1:K-L)^T]^T$ ,  $r(n-N+1)(1:K-L)$  表示  $r(n-N+1)$  的前  $K-L$  个元素;  $b$  是零均值高斯白噪声向量;  $H$  是  $(NK-L) \times NK$  矩阵, 是由信道响应  $h = [h_0, h_1, \dots, h_L]^T$  得来的 Toeplitz 矩阵。

定义  $A = H\bar{W}$ , 有  $r = Aa + b$ , 当信道可辨识时,  $A$  必须列满秩。信道可辨识的一个充分条件是  $L < PN$  [6]。  $r$  的  $(NK-L) \times (NK-L)$  自相关阵  $R_r = E\{rr^H\}$ ,  $R_r$  可以通过时间平均求出。同时有:  $R_r = AR_aA^H + \sigma^2 I$ 。  $R_r$  的噪声子空间是其  $PN-L$  个最小的特征值对应的特征向量构成的子空间, 设为  $G = [G_1, G_2, \dots, G_{PN-L}]$ , 有  $G_i^H A = 0$ ,  $i = 1, 2, \dots, PN-L$ ; 当满足条件  $L < PN/2$  ( $N$  为偶数) 或  $L < [(N-1)P]/2 - 1$  ( $N$  为奇数), 解上式所得的所有信道向量之间是成比例的。定义:

$$U_k = \begin{bmatrix} G_{k,0} & G_{k,1} & \dots & G_{k,J} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & G_{k,0} & G_{k,1} & \dots & G_{k,J} & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & G_{k,0} & \dots & G_{k,J} \end{bmatrix}$$

该矩阵为  $(L+1) \times NK$  维,  $J = KN - L - 1$ , 有  $G_k^T H = h^T U_k$ , 所以  $G_k^H H = h^T U_k^*$ 。

$$\hat{h} = \arg \min \sum_{k=1}^{PN-L} G_k^H H W W^H H^H G_k = \arg \min \sum_{k=1}^{PN-L} h^T U_k^* W W^H U_k^T h^* = \arg \min h^T \phi h^* \quad (3)$$

$$\phi = \sum_{k=1}^{PN-L} U_k^* W W^H U_k^T = \sum_{k=1}^{PN-L} U_k^* W (U_k^* W)^H \quad (4)$$

由于  $h^T \phi h^*$  是实数, 所以  $h^T \phi h^* = (h^T \phi h^*)^* = h^H \phi^* h$ 。当在限制条件  $\|h\|=1$  下, 上式最小化时  $h$  为  $\phi^*$  的最小特征值所对应的特征向量的共轭。

## 2 性能仿真

仿真信道采用指数衰减的静态信道, 有  $L$  个系数, 第  $m$  个系数的功率为:  $\sigma_m^2 = Ce^{-m/d}$ ,  $m=1, 2, \dots, L$ ;  $d$  为归一化均方根时延扩展,  $d = \tau T_s$ ;  $C$  满足条件:  $\sum_{m=1}^L \sigma_m^2 = 1$ , 因此  $C = [1 - e^{-1/d}] / [e^{-1/d} - e^{-(L+1)/d}]$ 。

实际信道取  $d=1$ ,  $L=12$ , 调制方式为 16QAM。OFDM 子载波数为 64, 加入的循环前缀数为 16。当无导频子载波时, 数据子载波数为 52; 当加入导频时, 导频子载波数为 4, 数据载波数为 48。导频子载波的导频数据采用了两种格式, 一种是 IEEE 802.11a 中的格式, 以  $[1, 1, 1, -1]$  乘以一个 PN 序列来生成 [8-9]。另一种是本文提出的方法, 为减少符号内导频相关性, 将原 PN 序列循环扩展成 4 倍符号数长度后加入。MSE 的计算公式

$$\text{MSE} = \frac{1}{\|h\|} \sqrt{\frac{1}{D(L+1)} \sum_{i=1}^D \|h_i - \hat{h}\|^2}$$

偏差的计算公式为  $\frac{1}{D(L+1)} \sum_{l=0}^L |\sum_{i=1}^D h_i(l) - \hat{h}(l)|$ ,  $D$  为重复次数, 取  $D=10$ 。计算

中信道的相位模糊不存在导频时用  $\hat{h}_0 / h_0$  纠正, 存在导频时通过导频修正。

存在虚子载波及导频时, 信道的估计性能有所下降, 并且在低信噪比(SNR)  $R < 6$  dB 时误差很大。值得注意的是那些子载波为零, 以及输入到 IFFT 变换阵的数据子载波的排序必须严格参考 802.11a 中的格式, 否则无法估计出信道。在存在导频子载波时, 如果采用 802.11a 的导频, 算法误差很大, 无法有效估计。而采用本文提出的导频则能有效估计出信道。从数据源的独立性出发, 由于每个符号的 4 个导频之间存在相关性, 影响了信号子空间的阶数。在不存在虚载波及导频的情况下, 图 1 给出了在  $R=25$  dB / 15 dB 时, 估计的信道偏差(Bias)和 MSE 随包长(Packets)  $P$  的变化情况; 图 2 给出了  $P$  为 400/800 时, 估计的信道偏差和 MSE 随 SNR 的变化情况。从图 1 可以看出 10 dB 的 SNR 差别对偏移的影响:  $P$  为 400 时的偏移为 5 倍关系,  $P$  为 900 时的偏移为 7 倍关系。从图 2 可以看出要达到相同的偏移,  $P$  为 400 所需要的 SNR 比  $P$  为 800 要多 5 dB。图 3、4 是存在虚载波及导频的情况下, 相应的变化情况。在  $R < 10$  dB,  $P$  小于 400 时, 存在性能恶化。信道的偏差要达到 1%,  $P$

要800以上,信噪比需20 dB以上。本文还对 $P$ 为800时16QAM及QPSK调制下误差随SNR的变化情况进行了对比,结果表明要达到同样的偏差, QPSK比16QAM所需的SNR要少5 dB。

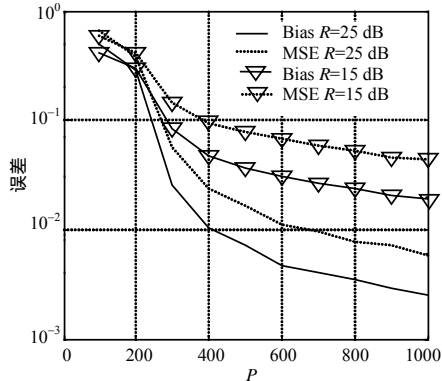


图1 误差随符号数的变化情况

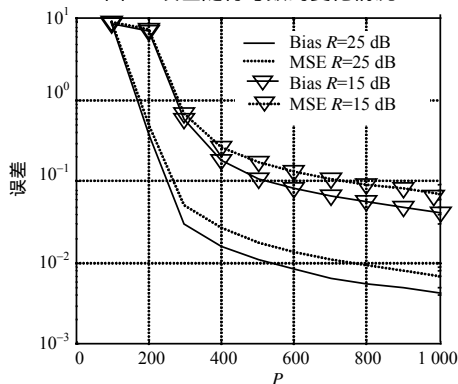


图3 误差随符号数的变化情况

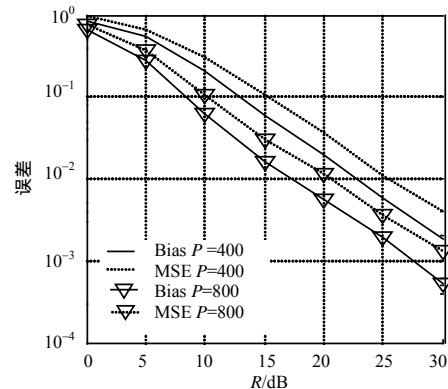


图2 误差随SNR的变化情况

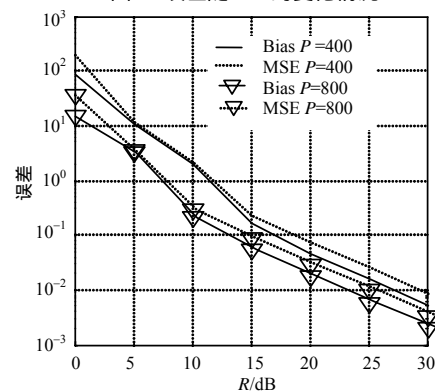


图4 误差随SNR的变化情况

### 3 结论

本文改进了802.11a中的导频,通过加入不相关的导频,保证了算法的收敛;同时,在WLAN典型信道下的仿真要达到1%信道估计精度,包长需要800以上,信噪比需20 dB以上。

#### 参考文献

- [1] Weinstein S B, Elbert P M. Data transmission by frequency division multiplexing using the discrete Fourier transmission[J]. IEEE Trans. Comm., 1971, (19): 628-634.
- [2] Huang Xue-jun, Bi Hou-jie, Yu Sang-yu. A new subspace algorithm of blind channel estimation for OFDM systems[C]// The 14th IEEE 2003 International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communication Proceedings, 2003, 1 105-1 108.
- [3] Muquet B, Courville M de. Blind and semi-blind channel identification methods using second order statistics for OFDM systems[J]. ICASSP, 1999, (5): 2745-2748.
- [4] Muquet B, Courville M de, Duhamel P, et al. A subspace based blind and semi-blind channel identification method for OFDM systems[C]. Proc. IEEE-SP Workshop on Signal Proc. Advances Comm., 1999: 170-173.
- [5] Muquet B, Courville M de. Subspace-based blind and semi-blind channel estimation for OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(7): 1699-1712.
- [6] Cai X, Akansu A. A subspace method for blind channel identification in OFDM systems[J]. Proc. Int. Conf. Comm, 2000, (2): 929-933.
- [7] Li Cheng-yang, Roy S. Subspace-based blind channel estimation for OFDM by exploiting virtual carriers[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003, 2(1): 141-150.
- [8] IEEE Std 802.11a. Wireless LAN medium access control (MAC) and physical layer (PHY) specifications high-speed physical layer in the 5 GHz band[S]. 1999.
- [9] Heiskala J, Terry J. OFDM无线局域网[M]. 北京: 电子工业出版社, 2003.